

Devoir

Probabilités et statistiques pour l'informatique, L3 MIAGE

Durée : 1H15

lundi 19 octobre 2020

Les calculatrices et les notes de cours/TD ne sont **pas** autorisées. Chaque réponse (hormis l'exercice 1) est à **JUSTIFIER**.

Exercice 1 - Cours

Soit X une variable aléatoire à valeurs dans \mathbb{N} , et A, B deux évènements.

1) Recopier la(les) bonne(s) réponse(s) : $\forall \lambda \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\lambda + X) &= \mathbb{E}(X) & \text{ou} & \lambda + \mathbb{E}(X) & \text{ou} & \lambda \cdot \mathbb{E}(X) & \text{ou} & \lambda^2 \cdot \mathbb{E}(X) \\ \text{Var}(\lambda \cdot X) &= \text{Var}(X) & \text{ou} & \lambda + \text{Var}(X) & \text{ou} & \lambda \cdot \text{Var}(X) & \text{ou} & \lambda^2 \cdot \text{Var}(X) \end{aligned}$$

2) Sous quelle(s) condition(s) peut-on écrire :

- $\mathbb{P}[A \cup B] = \mathbb{P}[A] + \mathbb{P}[B]$
- $\mathbb{E}(X + Y) = \mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(Y)$

3) Démontrer la formule exprimant $\mathbb{P}[A|B]$ en fonction de $\mathbb{P}[B|A]$ en rappelant si il y a des conditions sur A et B . Rappelez le nom de cette formule.

Exercice 2 - Diplomatie de couple

Vous et votre conjoint(e) voulez regarder un film. Vous avez une collection de 400 films parmi lesquels vous devez en choisir un aléatoirement selon une loi uniforme. Vous savez que vous en aimez seulement 300 d'entre eux. De plus, parmi ceux que vous n'aimez pas, votre conjoint(e) n'en aime pas 95%. Enfin, parmi les films que vous aimez, seulement les trois quart sont du goût de votre conjoint(e).

Calculer les probabilités :

- que vous n'aimiez pas le film sachant qu'il plaît à votre conjoint(e),
- que vous appréciez le film sachant que votre conjoint va passer un mauvais moment.

Exercice 3 - Canard en cuisine

Coiffé(e) de votre toque de chef, vous essayez de cuisiner des magrets de canards, mais la cuisson est délicate. Pour assurer une alimentation saine, vous décidez d'en faire trois par jour. Seulement, vous n'êtes pas très doué(e) et en moyenne, seulement deux sont cuits correctement. On suppose que chaque jour, la quantité de magrets bien cuits suit une loi Binomiale.

- Quels sont les paramètres de cette loi Binomiale ?
- Quelle est la probabilité de réussir la cuisson d'un seul magret ? Et de la réussir pour tous ?
- L'artère brachiale droite s'étant bouchée, vous perdez momentanément l'usage de votre main droite et la moyenne de magrets bien cuits chute à $\frac{2}{5}$. Quelle est la probabilité de réussir la cuisson d'au moins deux magrets ?

Exercice 4 - Questions pour un champion

Julien Lepers vous pose une série de 4 questions indépendantes : soit vous répondez correctement (V), soit incorrectement (F). Pour chaque question, la probabilité de répondre bien est $\mathbb{P}[V] = p$.

1. Décrire l'univers Ω .
2. Décrire l'évènement A où l'on répond correctement deux fois.
3. Quelle est la probabilité de se tromper au moins une fois.
4. On pose maintenant 8 questions. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 4 bonnes réponses et qu'elles soient consécutives ?
5. On pose maintenant n questions. A chaque bonne réponse, on gagne 5 encyclopédies. On note X la variable aléatoire du nombre d'encyclopédies gagnées pour l'ensemble des questions. Calculer $\mathbb{E}[X]$ et $Var(X)$.