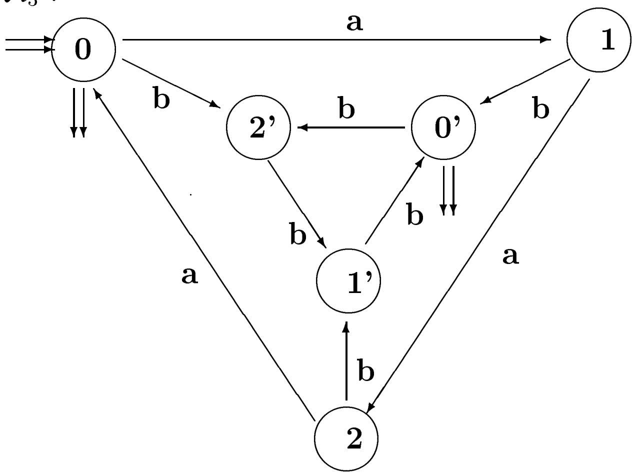
Université Bordeaux I
Licence d'Informatique **OMI 2001**

Corrigé rapide du devoir surveillé

du 22 mars 2001

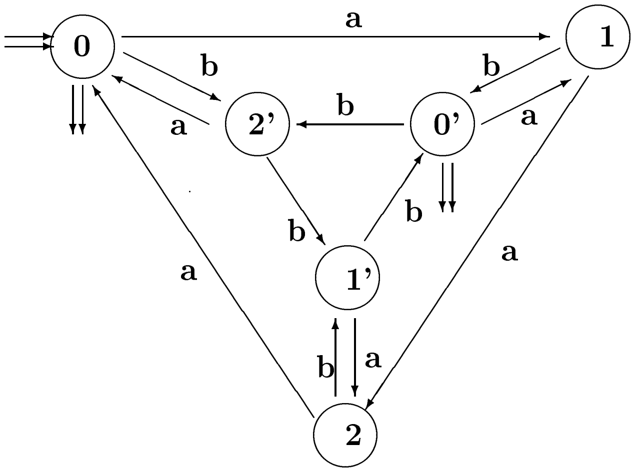
Exercice 1

1. $\mathcal{A}_3$:

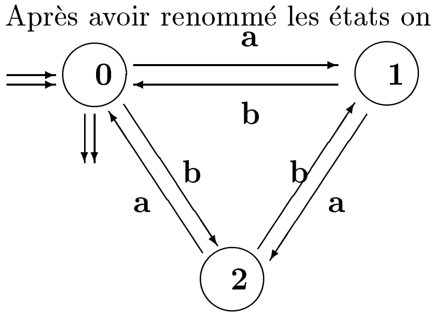


2. $(aaa)^*(\varepsilon + ab + aabb)(bbb)^*$
3. $(a^p)^*(\sum_{i=0}^{p-1} a^i b^i)(b^p)^*$
4. (a) $\mathcal{B}_p$ est déterministe car il a un seul état initial et dans $\mathcal{A}_p$ les états de S' ne sont pas origine de transitions étiquetées par a ; il est complet car tout état est origine d'une transition étiquetée par a et d'une transition étiquetée par b.

   (b) $\mathcal{B}_3$:



Il n'est pas minimal. Calcul de l'automate minimal :
$\{0,0'\}$,$\{1,1',2,2'\}$
$\{0,0'\}$, $\{1,1'\}$, $\{2,2'\}$.
Après avoir renommé les états on obtient :

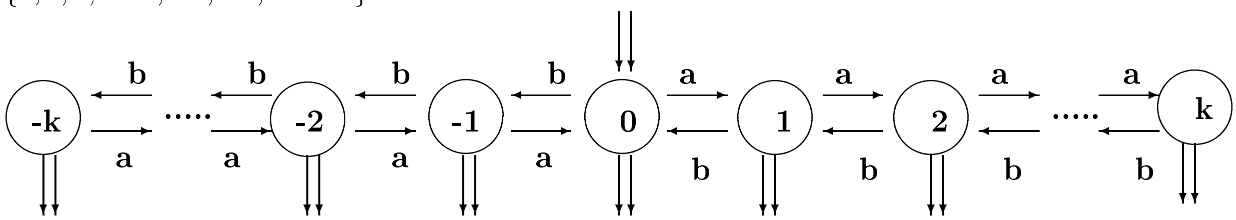


(c) Expression rationnelle du langage reconnu pour $p = 3$:
$((a + b^2)(ab)^*(a^2 + b) + ba))^*$

(d) Pour p quelconque on obtient le langage des mots sur $\{a, b\}$ qui ont un nombre de a congru au nombre de b modulo p (voir Td1, exercice 4.6).

Exercice 2

1. $L_0 = \{\varepsilon\}$
2. L_k est reconnu par l'automate suivant, où l'ensemble des états est :
$\{0, 1, 2, \ldots k, -1, -2, \ldots - k\}$



D'après le théorème de Kleene L_k est rationnel.

3. L'_k a un nombre infini de résiduels : en effet, si $i, j > k$, avec $i \neq j$, alors $b^{k-i} \in (a^i)^{-1}L'_k$ et $b^{k-i} \notin (a^j)^{-1}L'_k$. Donc pour tout couple $i, j > k$, avec $i \neq j$, on a :
$(a^i)^{-1}L'_k \neq (a^j)^{-1}L'_k$.

Exercice 3

Soit $\Delta(Q_0, u_1) = Q_1$ et $\Delta(Q_0, u_2) = Q_2$. Il faut montrer que : si les résiduelles $(u_1)^{-1}L$ et $(u_2)^{-1}L$ sont égales, alors on a $Q_1 = Q_2$.

On montre que si $(u_1)^{-1}L$ est inclus dans $(u_2)^{-1}L$ alors Q_1 est inclus dans Q_2. Soit q dans Q_1. Il existe donc un état initial q_i dans Q_0 tel que $\delta(q_i, u_1) = q$. D'après (1) il existe v et q_f tel que $\delta(q, v) = q_f$, donc u_1v est dans L. Comme u_2v est aussi dans L, d'après (2) il existe q'_i (dans Q_0) tel que $\delta(q'_i, u_2) = q$ et donc q dans Q_2.