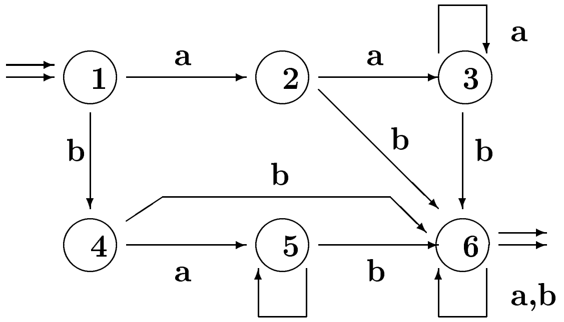
Université Bordeaux I
Licence Informatique **TD OMI 2001**

Feuille d'exercices n° 2 : Minimisation d'automates, non rationnalité

Exercice 1

Minimiser l'automate suivant :



Exercice 2

Parmi les langages suivants, lesquels sont rationnels ?

1. $L_1 = \{a^{n^2} : n \geq 0\}$
2. $L_2 = \{w \in \{a,b\}^*$ tel que $|w|_a = |w|_b$ et $\forall u$ facteur gauche de w :
   $|u|_a \geq |u|_b$ et $0 \leq |u|_a - |u|_b \leq k$ pour $k \in \mathbf{N}$ fixé$\}$
3. $L_3 = \{a^{n!} : n \geq 0\}$
4. $L_4 = \{a^p : p$ est un entier premier $\}$
5. $L_5 = \{ww : w \in \{a,b\}^*\}$

Exercice 3

Montrez que le langage $L = \{a^n b^p : n, p \in \mathbf{N}$ et $n \neq p\}$ n'est pas rationnel.

Exercice 4

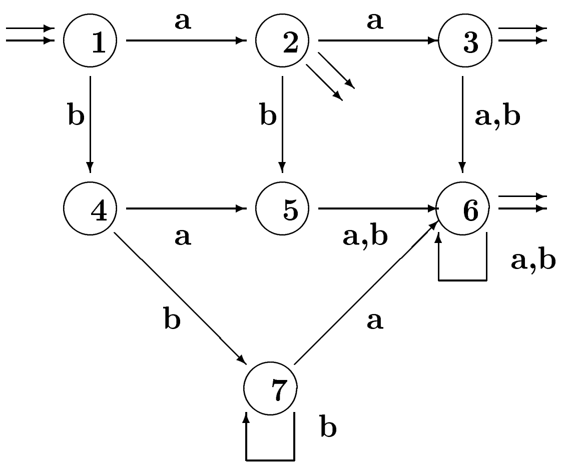
Les affirmations suivantes, sont elles vraies ou fausses ? Justifier.

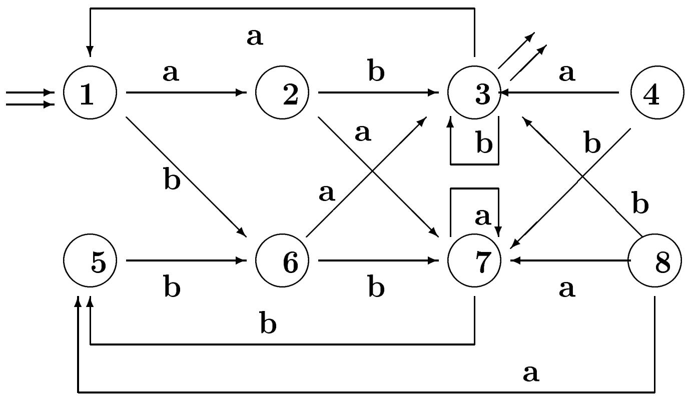
1. si L^* est rationnel alors L est rationnel.
2. si $L_1 \cup L_2$ est rationnel et $|L_1| < \infty$ alors L_2 est rationnel.
3. si $L_1 \cup L_2$ est rationnel et L_1 est rationnel alors L_2 est rationnel.

Les exercices qui suivent ne seront pas nécessairement traités en TD, mais sont recommandés aux étudiants.

Exercice 5

Minimiser les automates suivants :





Exercice 6

Montrez que les langages suivants ne sont pas rationnels :

1. $L_1 = \{a^n b^p : n, p \in \mathbf{N} \text{ et } n < p\}$
2. $L_2 = \{a^n b^p : n, p \in \mathbf{N} \text{ et } n \geq p\}$