Université Bordeaux I
Licence Informatique **TD OMI 2001**

Feuille d'exercices n° 6 : Logique

Exercice 1

Pour quelles valeurs de l'entier n la formule $((n = 1) \rightarrow (n = 2))$ est-elle vraie ?
Même question pour $((n = 1) \leftrightarrow (n = 2))$.

Exercice 2

Pour chacune des formules ci-dessous, dire si c'est une tautologie, et sinon, si elle est satisfaisable (auquel cas, donner les valuations la rendant vraie) :

1. $(a \rightarrow c) \wedge (b \rightarrow c) \wedge (a \vee b) \rightarrow c$
2. $(a \rightarrow (b \rightarrow c)) \rightarrow (a \wedge b \rightarrow c)$
3. $((a \vee b) \rightarrow ((\neg a \vee \neg b) \rightarrow c))$
4. $((a \rightarrow b) \vee (c \rightarrow d)) \rightarrow ((a \vee c) \rightarrow (b \vee d))$

Exercice 3

Les énoncés suivants sont-ils vrais ?

1. Si $(F \rightarrow G)$ et F sont des tautologies, alors G est une tautologie.
2. Si $(F \rightarrow G)$ et F sont satisfaisables , alors G est satisfaisable.

Exercice 4

Dans le système du cours : $(\mathcal{L} = \mathcal{L}\ (\{\rightarrow, \mathrm{ff}\}, \mathcal{P})\ ,\ \mathcal{A} = \{A_1, A_2, A_3\}\ ,\ MP)$
prouver :

1. $\vdash p \rightarrow p$
2. $\vdash p \rightarrow ((p \rightarrow \mathrm{ff}) \rightarrow \mathrm{ff})$
   (en fait $p \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow q)$)
3. $\vdash \mathrm{ff} \rightarrow p$
4. $p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$

Exercice 5

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{L}\ (\{\rightarrow, \mathrm{ff}\}, \mathcal{P})$ avec les axiomes :
A_1, A_2
$A'_3 : [(q \rightarrow \mathrm{ff}) \rightarrow (p \rightarrow \mathrm{ff})] \rightarrow [((q \rightarrow \mathrm{ff}) \rightarrow p) \rightarrow q]$

Montrer que $(\{A_1, A_2, A'_3\}, MP)$ est un système de déduction valide et complet.

Les exercices qui suivent ne seront pas nécessairement traités en TD, mais sont recommandés aux étudiants.

Exercice 6

Les énoncés suivants sont-ils vrais ?

1. Si $(F \to G)$ est satisfaisable et F est une tautologie, alors G est satisfaisable.
2. Si F est satisfaisable et $(F \to G)$ est une tautologie, alors G est satisfaisable.
3. Soient F, G, H trois formules ; si $(F \to G)$ est une tautologie, et $\neg(G \wedge H)$ est satisfaisable, alors $(\neg F \vee \neg H)$ est satisfaisable.

Exercice 7

Donner un exemple où on a $F \models G$ mais on n'a pas $G \models F$.