

Travaux dirigés et travaux pratiques sur la récursivité

Exercice 1 : Calculs de différentes formules mathématiques

Nous souhaitons calculer récursivement les fonctions suivantes:

- La factoriel $n!$
- Le calcul de r^n où r est un réel et n un entier.
- Le terme N de la suite de fibonacci définie par:

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_1 = 1 \\ U_k = U_{k-1} + U_{k-2} \end{cases}$$

- 1) (TD) Donner le pseudo-code de chaque fonction permettant de calculer les formules mathématiques précédents.
- 2) (TD) Donner la complexité de chacun de ces programmes.
- 3) (TP) Implémentez chacune des fonctions en Java.

Exercice 2 : Calculs du nombre d'arbres binaires à k noeuds

Un *arbre binaire* est un arbre dont chaque sommet possède 0 ou 2 fils. On rappelle qu'un *noeud* est un sommet possédant 2 fils et qu'une *feuille* est un sommet sans fils. Dans nos figures, les noeuds sont symbolisés par des \circ et les feuilles par des \bullet . La figure 1 donne trois exemples d'arbres binaires.

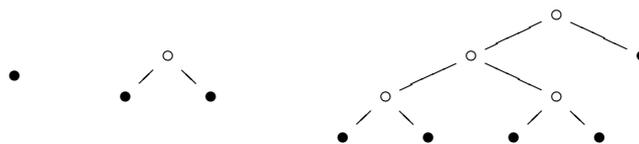


Figure 1: Quelques exemples d'arbres binaires

- 1) (TD) Donner tout les arbres possédant exactement 0, 1, 2 et 3 sommets.
- 2) (TD) Donner le pseudo-code de la fonction qui à un entier n renvoie le nombre d'arbre bianire possédant n sommets.
- 3) (TD) Donner la complexité du programme que vous venez de réaliser.
- 4) (TP) Implémentez le programme en Java.

Exercice 3 : Le problèmes des dames

L'objectif du problème est de placer huit dames d'un jeu d'échecs sur un échiquier de 8x8 cases sans que les dames ne puissent se menacer mutuellement, conformément aux règles du jeu d'échecs (la couleur des pièces étant ignorée). Par conséquent, deux dames ne devraient jamais partager la même rangée, colonne, ou diagonale.

- 1) (TD) Donner quelques exemples de solutions.
- 2) (TD) Donner le pseudo-code de la fonction qui affiche toutes les solutions possible au problème des huit dames.
- 3) (TD) Donner la complexité du programme que vous venez de réaliser.
- 4) (TP) Implémentez le programme en Java.

Exercice 4 : Tours de Hanoï

Le problème des tours de Hanoï est un jeu de réflexion imaginé par le mathématicien français Édouard Lucas, et consistant à déplacer des disques de diamètres différents d'une tour de « départ » à une tour d'« arrivée » en passant par une tour « intermédiaire » et ceci en un minimum de coups, tout en respectant les règles suivantes :

- on ne peut déplacer plus d'un disque à la fois,
- on ne peut placer un disque que sur un autre disque plus grand que lui ou sur un emplacement vide.

On suppose que cette dernière règle est également respectée dans la configuration de départ.

- 1) (TD) Essayer de résoudre le problème pour une tour de 1, 2, 3 et 4 palets.
- 2) (TD) Donner un programme en pseudo-code récursif qui affiche les déplacements à effectuer pour résoudre le problème des tours de Hanoï.
- 3) (TD) Donner la complexité du programme que vous venez de réaliser.
- 4) (TP) Implémentez le programme en Java.