

Devoir de rattrapage en mathématiques sur les séries formelles

Ingénieurs 2000 - IR1

Septembre 2010

Exercice 1

Les séries suivantes sont-elles inversibles ? Pourquoi ?

- $-1 + 5x + 4x^2 + 8x^3 + 3x^4 + \dots$,
- $x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots$.

Exercice 2

Réalisez la décomposition en éléments simples de la fraction rationnelle suivante:

$$\frac{x^3 + 3x + 1}{(x - 2)^2(x - 3)}.$$

Vous justifierez les résultats obtenus.

Exercice 3

Trouvez la fraction rationnelle qui a pour série formelle:

$$\sum_{k \geq 0} (k^2 + 3k + 1)x^k.$$

Vous justifierez les résultats obtenus.

Exercice 4

Donner une formule pour chaque coefficient de la suite définie par:

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_1 = 1 \\ U_k = 7U_{k-1} - 16U_{k-2} + 12U_{k-3} - (2k - 1) \quad \text{si } k \geq 2. \end{cases}$$

Vous justifierez les résultats obtenus.