Feuille 1 - Automates finis et expressions rationnelles

Informatique Théorique 2 - Unité J1INPW11
Licence 3 - Université Bordeaux 1

Exercice 1: Langage associé à une expression régulière

Donner tous les mots de tailles 0, 1, 2, 3, et 4 des langages réguliers suivants :

1. $(a + ba)^*$
2. $a(aa + b(ab)^*a)^*a$

Exercice 2: Expression régulière d'un langage

Sur l'alphabet $\{a, b\}$, donner une expression régulière pour

1. le langage des mots qui entre deux occurrences de la lettre a ont un nombre pair de b.
2. le langage des mots tels que toutes les (éventuelles) occurrences de a précèdent toutes les (éventuelles) occurrences de b.

Exercice 3: Langage reconnu par un automate

Donner tous les mots de longueurs 0, 1, 2, 3 et 4 reconnus par les automates de la figure 1 et 2.

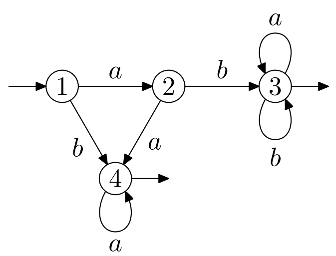

Figure 1 – Automate $\mathcal{A}_1$

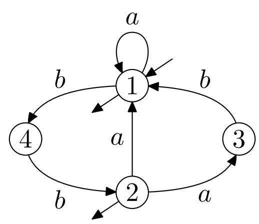

Figure 2 – Automate $\mathcal{A}_2$

Exercice 4: De l'automate à la définition mathématique

Pour les automates de la figure 1 et 2, donnez leurs définitions mathématiques.

Exercice 5: De la définition mathématique à l'automate

Pour chacune des deux définitions mathématiques suivantes, dessiner l'automate qui le représente.

$$\mathcal{A}_3 = \left(Q = \{1, 2, 3\}, \quad q_i = 1, \quad F = \{2, 3\}, \quad \delta : \begin{cases} (1, a) \to 2 \\ (1, b) \to 2 \\ (2, c) \to 2 \\ (2, a) \to 3 \\ (3, b) \to 1 \end{cases} \right)$$

$$\mathcal{A}_4 = \left(Q = \{1,2,3\}, \quad q_i = 2, \quad F = \{2\}, \quad \delta : \begin{cases} (1,a) \to 1 \\ (1,b) \to 2 \\ (3,a) \to 3 \\ (2,b) \to 1 \end{cases} \right)$$

Exercice 6: Quelques exemples d'automates

Donner, si possible, un automate et une expression régulière pour les langages suivants construits sur l'alphabet $\{a, b, c\}$:

1. tous les mots ;
2. tous les mots sans b ;
3. tous les mots contenant au plus une occurrence de la lettre a ;
4. tous les mots contenant au moins une occurrence de la lettre a ;
5. tous les mots dans lesquels chaque a est suivi d'un b ;
6. pour un mot donné x, $\{x\}$;
7. tous les mots de longueur paire ;
8. tous les mots avec le prefixe ab ;
9. tous les mots avec le suffixe ab ;

Démontrer que les automates donnés reconnaissent bien ces langages et les expressions régulières les décrivent.

Exercice 7: Exercice plus difficile et recommandé en travail personnel

Étant donné un alphabet A et un mot x de A^*, construire un automate déterministe à $|x|$ états qui reconnaît A^*x.

Exercice 8: Quelques identités sur les langages

Soient K et L deux langages et $L^+ = \bigcup_{i>0} L^i$.

Est-ce que les identités suivantes sont-elles correctes ?

1. $L^+ = LL^*$
2. $LL^* = L^* \setminus \{\epsilon\}$
3. $L^* = \epsilon + LL^*$
4. $(KL)^*K = K(LK)^*$

Justifier vos réponses.

Exercice 9: Expression régulière d'un automate

Donnez sous forme d'expressions régulières les langages reconnus par les automates de la figure 1 et 2. Vous calculerez ces expressions régulières avec deux méthodes différentes (algorithme de résolution des équations, l'algorithme McNaughton et Yamada, ...).

Exercice 10: Automate d'une expression régulière

A l'aide de l'algorithme de Glushkov, donnez des automates finis (sans transitions ϵ) qui reconnaissent les langages suivants :

1. $aa(a + ab)^*b$

2. $(a + ab)^*(\epsilon + ab)$
3. $aab^*(ab)^* + ab^* + a^*bba$
4. $a((ab)^*cb^*)^* + a(ababacb^*)^*a^*$

Exercice 11: Automate deterministe ou non déterministe ?

Les automates suivant sont-ils déterministe ou non déterministe ? Pourquoi ?

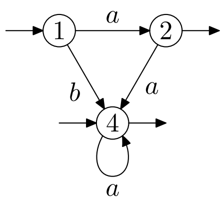

FIGURE 3 – Automate $\mathcal{A}_5$

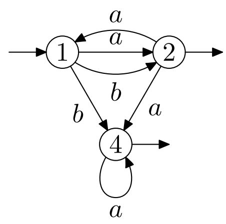

FIGURE 4 – Automate $\mathcal{A}_6$

Donner des exemples d'automate déterministe et non déterministe.

Exercice 12: Déterminisation d'un automate

1. Proposer un automate non deterministe qui reconnait les mots qui se terminent par ab. Determiniser cet automate.
2. Déterminiser les automates de l'exercice 11.