

1. Recherche du maximum

- (a) Écrivez un algorithme de recherche du maximum dans un ensemble de  $n$  éléments.
- (b) Qu'elle est la complexité (en nombre de comparaisons) de cet algorithme ?

2. Recherche d'un élément dans un ensemble

- (a) Écrivez un algorithme de recherche d'un élément dans un ensemble de cardinalité  $n$ .
- (b) Qu'elle est la complexité (en nombre de comparaisons) de cet algorithme ?

3. Recherche d'un élément dans une suite ordonnée

- (a) Écrivez un algorithme de recherche d'un élément dans une suite ordonnée  $(x_i)_{i \in [1, k]}$ .
- (b) Qu'elle est la complexité (en nombre de comparaisons) de cet algorithme ?

4. Recherche de répétitions dans un texte

Nous proposons deux algorithmes pour résoudre ce problème.

- (a) On découpe le texte en  $N$  morceaux. On compare deux-à-deux chacun de ces morceaux pour déterminer s'ils sont égaux. Si c'est le cas, on note la répétition. On réitère l'algorithme en reprenant chacun des morceaux comme input.
  - i. Est-ce que cet algorithme permet de trouver des répétitions ?
  - ii. Est-ce que cet algorithme permet de trouver toutes les répétitions ?
  - iii. Est-ce que cet algorithme risque de trouver des répétitions qui n'en sont pas ?
  - iv. Si on considère que comparer deux chaînes est calculable en fonction de la longueur de la plus petite des deux chaînes, quelle est la complexité de l'algorithme en fonction de la longueur du texte entier ?

(b) Arbre à lettres

On découpe le texte en mots. On lit chaque mot lettre à lettre de gauche à droite en construisant une fonction de transition d'un automate  $A = (Q, \Sigma, t, q_0, n)$  où :

- $Q$  est un ensemble fini d'états,
- $\Sigma$  est un ensemble fini de lettres,
- $t : Q \times \Sigma \rightarrow Q$  est une fonction de transition,
- $q_0 \in Q$  est l'état initial,
- $n : Q \rightarrow \mathbb{N}$  est une fonction permettant de compter les mots,
  - i. Écrire un tableau qui permet de représenter la fonction de transition
  - ii. Écrire un algorithme qui permet de remplir ce tableau de sorte que deux mots partagent leurs préfixes

iii. Écrire l'algorithme qui permet de trouver les mots répétés plus de  $k$  fois dans le texte

5. Montrer que les assertions suivantes sont exactes

(a)  $2^{n+1}$  est en  $O(2^n)$

(b)  $\max(f(n), g(n))$  est en  $\Theta(f(n) + g(n))$

(c)  $n(n - 1)$  est en  $O(n^2)$

(d)  $\max(n^3, 10n^2)$  est en  $O(n^3)$

(e)  $7x^3 + 2x^2 + 6$  est en  $O(x^3)$

(f)  $\sum_{i=0}^k (\alpha_i n^i)$  est en  $\Theta(n^k)$

(g)  $a$  et  $b$  réels quelconques avec  $b > 0$ ,  $(n + a)^b$  est en  $\Theta(n^b)$