

INF591: Algorithmes du monde réel – PROJET No 2

Ce projet, par groupes de 3 ou moins, est à rendre avant le lundi 4 janvier 2010 midi. Vous devez rendre un rapport de 10 pages maximum et vos sources (compilables sous un environnement standard de base Linux) par courrier électronique à tous vos enseignants.

Problème du Loto

Le problème du joueur de Loto est de jouer le plus petit nombre de grilles afin d'être sûr de gagner au moins une fois. Dans la forme classique les grilles, y compris celle du tirage, sont des ensembles de 6 numéros pris parmi 49. Une grille X est déclarée gagnante si la grille du tirage T partage au moins 3 numéros avec X , c'est-à-dire si $|X \cap T| \geq 3$.

La forme générale du problème est la suivante : étant donnés trois entiers n, k, r , déterminer le plus petit nombre, noté $\gamma(n, k, r)$, de grilles qu'il est nécessaire de jouer pour garantir d'obtenir au moins une grille gagnante, sachant qu'une grille est un sous-ensemble de $\{0, \dots, n-1\}$ de taille k , et qu'une grille est gagnante si elle partage au moins r numéros avec la grille du tirage.

Donner une modélisation du problème du calcul de $\gamma(n, k, r)$ sous la forme d'un problème de graphes, puis proposer un programme pour calculer ou approcher $\gamma(n, 6, 3)$, en précisant jusqu'à quelle valeur de n vous pouvez résoudre le problème de manière exacte ou approchée. Quel encadrement (minorant et majorant) pouvez-vous donner à $\gamma(49, 6, 3)$?

Ensemble dominant

On rappelle qu'un *ensemble dominant* d'un graphe G est un sous-ensemble de sommets S tel que tout sommet u de G est dominé par au moins un sommet de S , c'est-à-dire que u est soit dans S soit possède un voisin dans S .

On souhaite calculer un ensemble dominant le plus petit possible pour un graphe G . Pour cela, on vous demande de programmer deux algorithmes :

1. Un algorithme exponentiel calculant un ensemble dominant de taille minimum.
2. Un algorithme polynomial calculant un ensemble dominant approchant la taille minimum.

Dans les deux cas vous devrez préciser dans votre rapport l'algorithme utilisé, ainsi que sa complexité (plus précisément la complexité de votre implémentation). Pensez à fournir des statistiques des performances de vos programmes, quels graphes vous aurez utilisés, ainsi que les tailles des plus grands graphes utilisés.

Vos programmes, pour qu'ils puissent être testés, devront pouvoir accepter comme paramètre un fichier de texte représentant un graphe au format liste d'adjacence du générateur de graphes¹ `gengraph -format list ...`. Voici un exemple de fichier qui a été généré par :

```
> ./gengraph -format list kneser 6 3 1 -delv 0.3 -not
0: 1 2 3 4 5
1: 0 2 4 6
2: 0 1 4 7 9
3: 0 4 5 7 8
4: 0 1 2 3 5 6 7 9
5: 0 3 4 6 8 9
6: 1 4 5 9
7: 2 3 4 8 9
8: 3 5 7 9
9: 2 4 5 6 7 8
```

1. <http://dept-info.labri.fr/~gavoille/gengraph.c>