LaBRI
Petite École de Combinatoire
2005-2006

Tableaux de Young et fonctions de Schur

Références

1. W. Fulton, *Young tableaux*
2. L. Manivel, *Fonctions symétriques, polynômes de Schubert et lieux de dégénérescence*
3. B. Sagan, *The Symmetric Group*
4. I. Macdonald, *Symmetric functions and Hall polynomials*
5. A. Garsia, M. Haiman, *Orbit harmonics and graded representations* (preprint, disponible sur la page de Garsia)

I Opérations sur les tableaux (*cf.* [1])

1. Définitions
   diagramme, partition, tableau, tableau standard, tableau de Young, nombres de Kostka $K_{\lambda\mu}$, f_λ, mot d'un tableau
2. Insertion et glissement
   procédé d'insertion, insertion d'un mot, chemin d'insertion, produit de 2 tableaux (1ère def.), tableau gauche, glissement, redressement, jeu de taquin, produit de 2 tableaux (2ème def.)
3. Monoïde plaxique
   relations de Knuth, équivalence de Knuth, compatibilté avec le jeu de taquin, Théorème Central, applications
4. Sous-mots croissants, preuve du Théorème Central
   sous-mots croissants, preuve du T.C.
5. RSK
   correspondance de Robinson-Schensted, $\sum f_\lambda^2 = n!$, théorème de symétrie (ombres de Viennot), applications
6. Fonctions de Schur
   définition (par les tableaux) de s_λ, symétrie de s_λ
7. Règle de Littlewood-Richardson
   énoncé, preuve

II Fonctions symétriques (*cf.* [2,4])

1. Définitions de base
   polynômes symétriques, m_λ, h_λ, e_λ, p_λ, identités de base, Théorème Fondamental
2. Fonctions de Schur
   définition de Jacobi, formules de Pieri, développement des s_λ en h_μ et e_μ (nombres de Kostka), théorème de Littlewood, formules de Jacobi-Trudi (par Gessel-Viennot)
3. Bases duales et noyau de cauchy
   formules de Cauchy-Littlewood, noyau de Cauchy, autres formules de Cauchy, bases duales, formule des équerres

III Représentations du groupe symétrique (*cf.* [3])

1. Théorie de la représentation des groupes finis
   représentation, caractère
2. Représentations irréductibles de S_n
   action sur les tableaux, tabloïdes, polynômes de Garnir, module de Specht S^λ, Théorème Fondamental, $\sum f_\lambda^2 = n!$, transformée de Frobenius, anneau des caractères (,idempotents de Young)

IV Géométrie algébrique (*cf.* [5])

1. Harmoniques du groupe symétrique
   *Vandermonde Δ_n, espace $\mathbf{H}_n$, $S^\lambda \subset \mathbf{H}_n$, $\mathbf{H}_n = \mathcal{L}_\partial[\Delta_n]$ (manque *)*
2. Invariants et coinvariants
   action du groupe symétrique sur les polynômes, invariants, idéal engendré $\mathcal{I}_n$, quotient, coinvariants Q_n, orthogonal $\mathbf{H}_n$, $\dim \mathbf{H}_n \leq n!$ (*)
3. Harmoniques orbitales
   orbite $[\alpha]$ d'un point α, point régulier, $\mathbb{Q}[\alpha]$, interpolation multivariée, $\dim \mathbb{Q}[\alpha] = n!$, $\mathbf{H}[\alpha]$, représentation régulière, $\mathbf{H}_n = \mathbf{H}[\alpha]$, idéal de monômes
4. Polynômes de Schubert
   polynômes de Schubert

V Hall-Littlewood et Macdonald

1. Les polynômes de Hall-Littlewood (*cf.* [2])
   Formule de Kostant, polynômes de Kostka-Foulkes, fonctions de Hall-Littlewood, statistique de la charge, Conjecture de Foulkes (Théorème de Lascoux-Schützenberger)
2. Les polynômes de Macdonald
   définitions, représentations de Garsia-Haiman, Conjecture $n!$ (Théorème de Haiman), résultats, questions ouvertes