

	<p style="text-align: center;"><b>ANNEE UNIVERSITAIRE 2017 / 2018</b> <b>SESSION 1 D'AUTOMNE</b></p> <p><b>PARCOURS / ETAPE : Licence L3</b>  <b>Code UE : <u>4TINS04U</u> -</b>  <b>Epreuve : Logique et Preuve</b>  <b>Date : 18 décembre 2017    Heure : 9h00    Durée : 1h30</b>  Documents : autorisés  Epreuve de M: Castéran</p>	<p style="text-align: center;"><b>Collège Sciences et technologies</b></p>
---	---	--

Ce sujet contient deux pages.

## Notes importantes

- Vos démonstrations doivent être parfaitement lisibles et documentées (en précisant à chaque fois quelle règle ou méta-théorème vous appliquez).
- Barème indicatif : exercices 1 et 2 : 6 pts chacun ; exercices 3 et 4 : 4 pts chacun.

## 1 Exercice

### 1.1

Démontrer en logique minimale le séquent suivant :

$$P \rightarrow (Q \rightarrow R) \vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$$

### 1.2

Le séquent suivant est-il prouvable en logique classique ? intuitionniste ? minimale ? Justifier votre réponse.

$$P \rightarrow (Q \rightarrow R) \vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow R$$

## 2 Exercice

### 2.1

Montrer en logique propositionnelle intuitionniste le séquent suivant :

$$\sim(P \rightarrow Q) \vdash P \rightarrow \sim Q$$

## 2.2

Montrer que la “règle” suivante ne peut pas être une règle dérivée :

$$\frac{\Gamma \vdash \sim(A \wedge B)}{\Gamma \vdash \sim A \wedge \sim B}$$

## 3 Exercice

Montrer en logique classique le séquent suivant :

$$P \rightarrow Q \rightarrow R, \quad \sim R \vdash \sim P \vee \sim Q$$

## 4 Exercice

Soit  $A$  un type, et  $P$  un prédicat sur  $A$ . Démontrer le séquent :

$$(\forall x : A, P(x)) \vee (\forall x : A, \sim P(x)), \quad \exists x : A, P(x) \vdash \forall x : A, P(x)$$