

	<p style="text-align: center;"><b>ANNEE UNIVERSITAIRE 2017 / 2018</b> <b>SESSION 1 D'AUTOMNE</b></p> <p><b>PARCOURS / ETAPE : Licence L3</b> <b>Code UE : <u>4TIN504U</u> -</b> <b>Epreuve : Logique et Preuve</b> <b>Date : 18 décembre 2017    Heure : 9h00    Durée : 1h30</b> Documents : autorisés Epreuve de M: Castéran</p>	<p style="text-align: center;"><b>Collège Sciences et technologies</b></p>
---	--	--

### Notes importantes

- Vos démonstrations doivent être parfaitement lisibles et documentées (en précisant à chaque fois quelle règle ou méta-théorème vous appliquez).
- Barème indicatif : 5 pts par exercice.

## 1 Exercice

Montrer en logique propositionnelle intuitionniste le séquent suivant :

$$P \rightarrow Q, Q \rightarrow \sim P \vdash P \rightarrow R$$

## 2 Exercice

Montrer que le séquent suivant n'est pas démontrable en logique classique. Est-il démontrable en logique intuitionniste? minimale?

$$P \rightarrow Q \vdash P \wedge Q$$

## 3 Exercice

Soit  $A$  un type, et  $P$  et  $Q$  deux prédicats sur  $A$ .

1. Démontrer le séquent

$$\exists x : A, \forall y : A, x = y \vdash \forall z t : A, z = t$$

2. Montrer que le séquent suivant n'est pas démontrable :

$$\exists x : A, P(x) \vee Q(x), \quad \exists x : A, \sim P(x) \vdash \exists x : A, Q(x)$$

**Aide :** On pourra utiliser la cohérence du calcul des prédicats, et une structure d'interprétation qui permet de montrer que le séquent ci-dessus n'est pas valide.

## 4 Exercice

1. Supposons que la règle ci-dessous soit valide en logique intuitionniste.

$$\frac{}{\vdash (A \rightarrow B) \leftrightarrow (\sim A) \vee B}$$

Montrer alors qu'on pourrait prouver le tiers-exclu.

2. Que peut-on en conclure ?