

Probabilités, Statistiques, Combinatoire

Philippe Duchon

Université de Bordeaux – Licence Informatique

2017-2018

Retour sur le DS de mercredi 7

- ▶ Beaucoup de choses mal comprises
- ▶ Énormément de choses mal **rédigées**
- ▶ On va revenir sur le sujet et sur un certain nombre d'erreurs

Exercice 1 : les feux

- ▶ Globalement le **modèle** a été bien compris, mais les questions, moins. . .

Exercice 1 : les feux

- ▶ Globalement le **modèle** a été bien compris, mais les questions, moins. . .
- ▶ X désigne le nombre de feux verts qu'on passe avant, soit le premier feu rouge, soit la fin du trajet

Exercice 1 : les feux

- ▶ Globalement le **modèle** a été bien compris, mais les questions, moins. . .
- ▶ X désigne le nombre de feux verts qu'on passe avant, soit le premier feu rouge, soit la fin du trajet
- ▶ **Valeurs possibles** pour X : les entiers 0, 1, 2, 3, 4.

Exercice 1 : les feux

- ▶ Globalement le **modèle** a été bien compris, mais les questions, moins. . .
- ▶ X désigne le nombre de feux verts qu'on passe avant, soit le premier feu rouge, soit la fin du trajet
- ▶ **Valeurs possibles** pour X : les entiers 0, 1, 2, 3, 4.
- ▶ **Loi de X** : la situation *ressemble* à une géométrique, mais ça n'en est pas une (les valeurs possibles d'une variable géométrique sont toujours tous les entiers positifs ; ici on a 0, et on ne va que jusqu'à 4).

Exercice 1 : les feux

- ▶ Globalement le **modèle** a été bien compris, mais les questions, moins. . .
- ▶ X désigne le nombre de feux verts qu'on passe avant, soit le premier feu rouge, soit la fin du trajet
- ▶ **Valeurs possibles** pour X : les entiers 0, 1, 2, 3, 4.
- ▶ **Loi de X** : la situation *ressemble* à une géométrique, mais ça n'en est pas une (les valeurs possibles d'une variable géométrique sont toujours tous les entiers positifs; ici on a 0, et on ne va que jusqu'à 4).
- ▶ La façon la plus simple de décrire la loi de X est de calculer la probabilité que X prenne chaque valeur.

Loi de X

- ▶ $\{X = 0\}$: $X = 0$ correspond exactement au cas où le premier feu est rouge, ce qui se produit avec probabilité $3/4$.

Loi de X

- ▶ $\{X = 0\}$: $X = 0$ correspond exactement au cas où le premier feu est rouge, ce qui se produit avec probabilité $3/4$.
- ▶ $\{X = 1\}$: $X = 1$ si et seulement si le premier feu est vert et le deuxième est rouge ; par indépendance des feux, cela se produit avec probabilité $(1/4)(3/4) = 3/16$.

Loi de X

- ▶ $\{X = 0\}$: $X = 0$ correspond exactement au cas où le premier feu est rouge, ce qui se produit avec probabilité $3/4$.
- ▶ $\{X = 1\}$: $X = 1$ si et seulement si le premier feu est vert et le deuxième est rouge ; par indépendance des feux, cela se produit avec probabilité $(1/4)(3/4) = 3/16$.
- ▶ $\{X = 2\}$: $X = 2$ si et seulement si les deux premiers feux sont verts et le troisième est rouge ; la probabilité que ça se produise, par indépendance des feux, est donc de $(1/4)^2(3/4) = 3/64$.

Loi de X

- ▶ $\{X = 0\}$: $X = 0$ correspond exactement au cas où le premier feu est rouge, ce qui se produit avec probabilité $3/4$.
- ▶ $\{X = 1\}$: $X = 1$ si et seulement si le premier feu est vert et le deuxième est rouge ; par indépendance des feux, cela se produit avec probabilité $(1/4)(3/4) = 3/16$.
- ▶ $\{X = 2\}$: $X = 2$ si et seulement si les deux premiers feux sont verts et le troisième est rouge ; la probabilité que ça se produise, par indépendance des feux, est donc de $(1/4)^2(3/4) = 3/64$.
- ▶ $\{X = 3\}$: correspond au cas où les trois premiers feux sont verts et le dernier rouge ; probabilité $(1/4)^3(3/4) = 3/256$.

Loi de X

- ▶ $\{X = 0\}$: $X = 0$ correspond exactement au cas où le premier feu est rouge, ce qui se produit avec probabilité $3/4$.
- ▶ $\{X = 1\}$: $X = 1$ si et seulement si le premier feu est vert et le deuxième est rouge ; par indépendance des feux, cela se produit avec probabilité $(1/4)(3/4) = 3/16$.
- ▶ $\{X = 2\}$: $X = 2$ si et seulement si les deux premiers feux sont verts et le troisième est rouge ; la probabilité que ça se produise, par indépendance des feux, est donc de $(1/4)^2(3/4) = 3/64$.
- ▶ $\{X = 3\}$: correspond au cas où les trois premiers feux sont verts et le dernier rouge ; probabilité $(1/4)^3(3/4) = 3/256$.
- ▶ $\{X = 4\}$: correspond au cas où les quatre feux sont verts ; probabilité $(1/4)^4 = 1/256$.

Loi de X

- ▶ $\{X = 0\}$: $X = 0$ correspond exactement au cas où le premier feu est rouge, ce qui se produit avec probabilité $3/4$.
- ▶ $\{X = 1\}$: $X = 1$ si et seulement si le premier feu est vert et le deuxième est rouge ; par indépendance des feux, cela se produit avec probabilité $(1/4)(3/4) = 3/16$.
- ▶ $\{X = 2\}$: $X = 2$ si et seulement si les deux premiers feux sont verts et le troisième est rouge ; la probabilité que ça se produise, par indépendance des feux, est donc de $(1/4)^2(3/4) = 3/64$.
- ▶ $\{X = 3\}$: correspond au cas où les trois premiers feux sont verts et le dernier rouge ; probabilité $(1/4)^3(3/4) = 3/256$.
- ▶ $\{X = 4\}$: correspond au cas où les quatre feux sont verts ; probabilité $(1/4)^4 = 1/256$.
- ▶ **Vérifions au moins** que la somme de ces probabilités vaut 1 :
 $3/4 + 3/16 + 3/64 + 3/256 + 1/256 =$
 $(192 + 48 + 12 + 3 + 1)/256 = 1.$

Espérance de X

- ▶ X ne suit pas une loi classique : on est plus ou moins obligé de calculer son espérance avec la formule.

Espérance de X

- ▶ X ne suit pas une loi classique : on est plus ou moins obligé de calculer son espérance avec la formule.
- ▶ En appliquant la formule du cours :

$$\mathbb{E}(X) = \frac{3}{16} + 2\frac{3}{64} + 3\frac{3}{256} + 4\frac{1}{256} = \frac{85}{256}$$

Espérance de X

- ▶ X ne suit pas une loi classique : on est plus ou moins obligé de calculer son espérance avec la formule.
- ▶ En appliquant la formule du cours :

$$\mathbb{E}(X) = \frac{3}{16} + 2\frac{3}{64} + 3\frac{3}{256} + 4\frac{1}{256} = \frac{85}{256}$$

- ▶ **Remarque** : $85/256$ est un peu inférieur à $1/3 = 85/255$; or $X + 1$ “ressemble” à une géométrique de paramètre $3/4$ (lien exact : si G suit la loi géométrique de paramètre $3/4$, alors $Y = \min(G - 1, 4)$ suit exactement la même loi que X). Or cette variable G aurait pour espérance $4/3$, donc $G - 1$ aurait pour espérance $1/3$.

Exercice 2 : le serveur en panne

- ▶ La “difficulté” de cet exercice est d’identifier ce qui, dans l’énoncé, désigne des probabilités *conditionnelles*; et donc de rédiger les choses proprement.

Exercice 2 : le serveur en panne

- ▶ La “difficulté” de cet exercice est d’identifier ce qui, dans l’énoncé, désigne des probabilités *conditionnelles*; et donc de rédiger les choses proprement.
- ▶ Posons quelques événements : P = “le serveur tombe en panne”; A = “le serveur subit une attaque”; M = “le serveur subit une mise à jour”; I = “le serveur est inactif”.

Exercice 2 : le serveur en panne

- ▶ La “difficulté” de cet exercice est d’identifier ce qui, dans l’énoncé, désigne des probabilités *conditionnelles*; et donc de rédiger les choses proprement.
- ▶ Posons quelques événements : P = “le serveur tombe en panne” ; A = “le serveur subit une attaque” ; M = “le serveur subit une mise à jour” ; I = “le serveur est inactif”.
- ▶ D’après l’énoncé, (I, M, A) constitue une partition de l’univers.

Exercice 2 : le serveur en panne

- ▶ La “difficulté” de cet exercice est d’identifier ce qui, dans l’énoncé, désigne des probabilités *conditionnelles*; et donc de rédiger les choses proprement.
- ▶ Posons quelques événements : P = “le serveur tombe en panne” ; A = “le serveur subit une attaque” ; M = “le serveur subit une mise à jour” ; I = “le serveur est inactif”.
- ▶ D’après l’énoncé, (I, M, A) constitue une partition de l’univers.
- ▶ On connaît certaines probabilités : $\mathbb{P}(I) = 0.95$; $\mathbb{P}(M) = 0.04$; $\mathbb{P}(A) = 0.01$.

Exercice 2 : le serveur en panne

- ▶ La “difficulté” de cet exercice est d’identifier ce qui, dans l’énoncé, désigne des probabilités *conditionnelles*; et donc de rédiger les choses proprement.
- ▶ Posons quelques événements : P = “le serveur tombe en panne” ; A = “le serveur subit une attaque” ; M = “le serveur subit une mise à jour” ; I = “le serveur est inactif”.
- ▶ D’après l’énoncé, (I, M, A) constitue une partition de l’univers.
- ▶ On connaît certaines probabilités : $\mathbb{P}(I) = 0.95$; $\mathbb{P}(M) = 0.04$; $\mathbb{P}(A) = 0.01$.
- ▶ L’énoncé nous décrit également des *probabilités conditionnelles* : $\mathbb{P}(P|A) = 0.7$; $\mathbb{P}(P|M) = 0.01$; $\mathbb{P}(P|I) = 0.001$.

Exercice 2 : le serveur en panne

- ▶ La “difficulté” de cet exercice est d’identifier ce qui, dans l’énoncé, désigne des probabilités *conditionnelles*; et donc de rédiger les choses proprement.
- ▶ Posons quelques événements : P = “le serveur tombe en panne”; A = “le serveur subit une attaque”; M = “le serveur subit une mise à jour”; I = “le serveur est inactif”.
- ▶ D’après l’énoncé, (I, M, A) constitue une partition de l’univers.
- ▶ On connaît certaines probabilités : $\mathbb{P}(I) = 0.95$; $\mathbb{P}(M) = 0.04$; $\mathbb{P}(A) = 0.01$.
- ▶ L’énoncé nous décrit également des *probabilités conditionnelles* : $\mathbb{P}(P|A) = 0.7$; $\mathbb{P}(P|M) = 0.01$; $\mathbb{P}(P|I) = 0.001$.
- ▶ On peut donc calculer la probabilité de panne par la *formule des probabilités totales* :

$$\mathbb{P}(P) = \mathbb{P}(P|I)\mathbb{P}(I) + \mathbb{P}(P|M)\mathbb{P}(M) + \mathbb{P}(P|A)\mathbb{P}(A) = 0.01195$$

Serveur en panne

- ▶ **Que demande l'énoncé?** on nous demande de calculer $\mathbb{P}(A|P)$ et $\mathbb{P}(M|P)$, **et pas** $\mathbb{P}(A \cap P)$ et $\mathbb{P}(A \cap M)$...

Serveur en panne

- ▶ **Que demande l'énoncé?** on nous demande de calculer $\mathbb{P}(A|P)$ et $\mathbb{P}(M|P)$, **et pas** $\mathbb{P}(A \cap P)$ et $\mathbb{P}(A \cap M)$...
- ▶ Il suffit d'appliquer la formule de Bayes :

$$\mathbb{P}(A|P) = \frac{\mathbb{P}(P|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(P)} = \frac{140}{239}$$

Exercice 3

- ▶ C'est l'exercice le plus mal traité, et bizarrement, pas à cause de ses vraies difficultés

Exercice 3

- ▶ C'est l'exercice le plus mal traité, et bizarrement, pas à cause de ses vraies difficultés
- ▶ On commence par X , qui est clairement une variable géométrique de paramètre p (donc pour tout entier $k > 0$, $\mathbb{P}(X = k) = p(1 - p)^{k-1}$).

Exercice 3

- ▶ C'est l'exercice le plus mal traité, et bizarrement, pas à cause de ses vraies difficultés
- ▶ On commence par X , qui est clairement une variable géométrique de paramètre p (donc pour tout entier $k > 0$, $\mathbb{P}(X = k) = p(1 - p)^{k-1}$).
- ▶ On en déduit la loi de (X, Y) par formule des probabilités totales : pour tout $k > 0$, on a

$$\mathbb{P}(X = k, Y = k) = \mathbb{P}(Y = k|X = k)\mathbb{P}(X = k) = \frac{p(1 - p)^{k-1}}{2}$$

Exercice 3

- ▶ C'est l'exercice le plus mal traité, et bizarrement, pas à cause de ses vraies difficultés
- ▶ On commence par X , qui est clairement une variable géométrique de paramètre p (donc pour tout entier $k > 0$, $\mathbb{P}(X = k) = p(1 - p)^{k-1}$).
- ▶ On en déduit la loi de (X, Y) par formule des probabilités totales : pour tout $k > 0$, on a

$$\mathbb{P}(X = k, Y = k) = \mathbb{P}(Y = k|X = k)\mathbb{P}(X = k) = \frac{p(1 - p)^{k-1}}{2}$$

- ▶ Même probabilité pour $\{X = k, Y = -k\}$

Exercice 3

- ▶ C'est l'exercice le plus mal traité, et bizarrement, pas à cause de ses vraies difficultés
- ▶ On commence par X , qui est clairement une variable géométrique de paramètre p (donc pour tout entier $k > 0$, $\mathbb{P}(X = k) = p(1 - p)^{k-1}$).
- ▶ On en déduit la loi de (X, Y) par formule des probabilités totales : pour tout $k > 0$, on a

$$\mathbb{P}(X = k, Y = k) = \mathbb{P}(Y = k|X = k)\mathbb{P}(X = k) = \frac{p(1 - p)^{k-1}}{2}$$

- ▶ Même probabilité pour $\{X = k, Y = -k\}$
- ▶ Pour être plus complet : pour toute paire (k, m) d'entiers, on a

$$\mathbb{P}(X = k, Y = m) = \begin{cases} p(1 - p)^{k-1}/2 & \text{si } k > 0 \text{ et } m = \pm k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Exercice 3 : loi de Y

- ▶ Pour la loi de Y seul : on remarque que pour tout $m \neq 0$,
 $\{Y = m\} \subset \{X = |m|\}$; et on a donc
 $\mathbb{P}(Y = m) = p(1 - p)^{|m|-1}/2$.

Exercice 3 : loi de Y

- ▶ Pour la loi de Y seul : on remarque que pour tout $m \neq 0$,
 $\{Y = m\} \subset \{X = |m|\}$; et on a donc
 $\mathbb{P}(Y = m) = p(1 - p)^{|m|-1}/2$.
- ▶ On remarque au passage que pour tout entier $k > 0$,
 $\mathbb{P}(Y = k) = \mathbb{P}(Y = -k)$

Exercice 3 : loi de Y

- ▶ Pour la loi de Y seul : on remarque que pour tout $m \neq 0$, $\{Y = m\} \subset \{X = |m|\}$; et on a donc $\mathbb{P}(Y = m) = p(1 - p)^{|m|-1}/2$.
- ▶ On remarque au passage que pour tout entier $k > 0$, $\mathbb{P}(Y = k) = \mathbb{P}(Y = -k)$
- ▶ Ça permet de calculer $\mathbb{E}(Y)$ sans savoir calculer :

$$\mathbb{E}(Y) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} k \mathbb{P}(Y = k) = \sum_{k > 0} k \mathbb{P}(Y = k) + \sum_{k > 0} (-k) \mathbb{P}(Y = k) = 0$$

Exercice 3 : loi de Y

- ▶ Pour la loi de Y seul : on remarque que pour tout $m \neq 0$,
 $\{Y = m\} \subset \{X = |m|\}$; et on a donc
 $\mathbb{P}(Y = m) = p(1 - p)^{|m|-1}/2$.
- ▶ On remarque au passage que pour tout entier $k > 0$,
 $\mathbb{P}(Y = k) = \mathbb{P}(Y = -k)$
- ▶ Ça permet de calculer $\mathbb{E}(Y)$ sans savoir calculer :

$$\mathbb{E}(Y) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} k \mathbb{P}(Y = k) = \sum_{k > 0} k \mathbb{P}(Y = k) + \sum_{k > 0} (-k) \mathbb{P}(Y = k) = 0$$

- ▶ (et $\mathbb{E}(X) = 1/p$ vu que X suit une loi géométrique)

Exercice 3 : loi de Y

- ▶ Pour la loi de Y seul : on remarque que pour tout $m \neq 0$,
 $\{Y = m\} \subset \{X = |m|\}$; et on a donc
 $\mathbb{P}(Y = m) = p(1 - p)^{|m|-1}/2$.
- ▶ On remarque au passage que pour tout entier $k > 0$,
 $\mathbb{P}(Y = k) = \mathbb{P}(Y = -k)$
- ▶ Ça permet de calculer $\mathbb{E}(Y)$ sans savoir calculer :

$$\mathbb{E}(Y) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} k \mathbb{P}(Y = k) = \sum_{k > 0} k \mathbb{P}(Y = k) + \sum_{k > 0} (-k) \mathbb{P}(Y = -k) = 0$$

- ▶ (et $\mathbb{E}(X) = 1/p$ vu que X suit une loi géométrique)
- ▶ En posant $Z = XY$, on a aussi $\mathbb{P}(Z = k) = \mathbb{P}(Z = -k)$ pour tout k , et par le même calcul, $\mathbb{E}(Z) = 0$

Exercice 3 : loi de Y

- ▶ Pour la loi de Y seul : on remarque que pour tout $m \neq 0$, $\{Y = m\} \subset \{X = |m|\}$; et on a donc $\mathbb{P}(Y = m) = p(1 - p)^{|m|-1}/2$.
- ▶ On remarque au passage que pour tout entier $k > 0$, $\mathbb{P}(Y = k) = \mathbb{P}(Y = -k)$
- ▶ Ça permet de calculer $\mathbb{E}(Y)$ sans savoir calculer :

$$\mathbb{E}(Y) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} k \mathbb{P}(Y = k) = \sum_{k > 0} k \mathbb{P}(Y = k) + \sum_{k > 0} (-k) \mathbb{P}(Y = k) = 0$$

- ▶ (et $\mathbb{E}(X) = 1/p$ vu que X suit une loi géométrique)
- ▶ En posant $Z = XY$, on a aussi $\mathbb{P}(Z = k) = \mathbb{P}(Z = -k)$ pour tout k , et par le même calcul, $\mathbb{E}(Z) = 0$
- ▶ Donc on a bien $\mathbb{E}(XY) = 0 = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$

Exercice 3 : loi de Y

- ▶ Pour la loi de Y seul : on remarque que pour tout $m \neq 0$,
 $\{Y = m\} \subset \{X = |m|\}$; et on a donc
 $\mathbb{P}(Y = m) = p(1 - p)^{|m|-1}/2$.
- ▶ On remarque au passage que pour tout entier $k > 0$,
 $\mathbb{P}(Y = k) = \mathbb{P}(Y = -k)$
- ▶ Ça permet de calculer $\mathbb{E}(Y)$ sans savoir calculer :

$$\mathbb{E}(Y) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} k \mathbb{P}(Y = k) = \sum_{k > 0} k \mathbb{P}(Y = k) + \sum_{k > 0} (-k) \mathbb{P}(Y = k) = 0$$

- ▶ (et $\mathbb{E}(X) = 1/p$ vu que X suit une loi géométrique)
- ▶ En posant $Z = XY$, on a aussi $\mathbb{P}(Z = k) = \mathbb{P}(Z = -k)$ pour tout k , et par le même calcul, $\mathbb{E}(Z) = 0$
- ▶ Donc on a bien $\mathbb{E}(XY) = 0 = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$
- ▶ Par ailleurs on vérifie facilement que
 $\mathbb{P}(X = 1, Y = 2) = 0 \neq \mathbb{P}(X = 1)\mathbb{P}(Y = 2)$

Exercice 3 : loi de Y

- ▶ Pour la loi de Y seul : on remarque que pour tout $m \neq 0$,
 $\{Y = m\} \subset \{X = |m|\}$; et on a donc
 $\mathbb{P}(Y = m) = p(1 - p)^{|m|-1}/2$.
- ▶ On remarque au passage que pour tout entier $k > 0$,
 $\mathbb{P}(Y = k) = \mathbb{P}(Y = -k)$
- ▶ Ça permet de calculer $\mathbb{E}(Y)$ sans savoir calculer :

$$\mathbb{E}(Y) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} k \mathbb{P}(Y = k) = \sum_{k > 0} k \mathbb{P}(Y = k) + \sum_{k > 0} (-k) \mathbb{P}(Y = k) = 0$$

- ▶ (et $\mathbb{E}(X) = 1/p$ vu que X suit une loi géométrique)
- ▶ En posant $Z = XY$, on a aussi $\mathbb{P}(Z = k) = \mathbb{P}(Z = -k)$ pour tout k , et par le même calcul, $\mathbb{E}(Z) = 0$
- ▶ Donc on a bien $\mathbb{E}(XY) = 0 = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$
- ▶ Par ailleurs on vérifie facilement que
 $\mathbb{P}(X = 1, Y = 2) = 0 \neq \mathbb{P}(X = 1)\mathbb{P}(Y = 2)$
- ▶ **Donc** on voit que X et Y ne peuvent pas être indépendantes.

Exercice 4 : la foire

- ▶ On commence par faire des calculs de probabilités pour un joueur (Bob, mettons) : en posant comme événements G : “Bob gagne un lot”, C : “Bob gagne des chocolats”, B : “Bob gagne une barbapapa” et P : “Bob gagne une peluche”, l'énoncé nous donne quasi directement $\mathbb{P}(G) = 1/5$, $\mathbb{P}(C|G) = 7/10$, $\mathbb{P}(B|G) = 2/10$ et $\mathbb{P}(P|G) = 1/10$.

Exercice 4 : la foire

- ▶ On commence par faire des calculs de probabilités pour un joueur (Bob, mettons) : en posant comme événements G : “Bob gagne un lot”, C : “Bob gagne des chocolats”, B : “Bob gagne une barbabapa” et P : “Bob gagne une peluche”, l'énoncé nous donne quasi directement $\mathbb{P}(G) = 1/5$, $\mathbb{P}(C|G) = 7/10$, $\mathbb{P}(B|G) = 2/10$ et $\mathbb{P}(P|G) = 1/10$.
- ▶ On en déduit rapidement $\mathbb{P}(P) = \mathbb{P}(G) \cdot \mathbb{P}(P|G) = 1/50$.

Exercice 4 : la foire

- ▶ On commence par faire des calculs de probabilités pour un joueur (Bob, mettons) : en posant comme événements G : “Bob gagne un lot”, C : “Bob gagne des chocolats”, B : “Bob gagne une barbabapa” et P : “Bob gagne une peluche”, l'énoncé nous donne quasi directement $\mathbb{P}(G) = 1/5$, $\mathbb{P}(C|G) = 7/10$, $\mathbb{P}(B|G) = 2/10$ et $\mathbb{P}(P|G) = 1/10$.
- ▶ On en déduit rapidement $\mathbb{P}(P) = \mathbb{P}(G) \cdot \mathbb{P}(P|G) = 1/50$.
- ▶ Comme chacun des 100 joueurs, indépendamment des autres, a la même probabilité de gagner un lot donné (proba $1/50$ pour la peluche, $1/25$ pour la barbabapa, $7/50$ pour le chocolat), les variables N_C , N_B et N_P sont toutes les trois binomiales, de paramètres respectifs $(100, 0.14)$, $(100, 0.04)$ et $(100, 0.02)$.

Exercice 4 : la foire

- ▶ On commence par faire des calculs de probabilités pour un joueur (Bob, mettons) : en posant comme événements G : “Bob gagne un lot”, C : “Bob gagne des chocolats”, B : “Bob gagne une barbabapa” et P : “Bob gagne une peluche”, l'énoncé nous donne quasi directement $\mathbb{P}(G) = 1/5$, $\mathbb{P}(C|G) = 7/10$, $\mathbb{P}(B|G) = 2/10$ et $\mathbb{P}(P|G) = 1/10$.
- ▶ On en déduit rapidement $\mathbb{P}(P) = \mathbb{P}(G) \cdot \mathbb{P}(P|G) = 1/50$.
- ▶ Comme chacun des 100 joueurs, indépendamment des autres, a la même probabilité de gagner un lot donné (proba $1/50$ pour la peluche, $1/25$ pour la barbabapa, $7/50$ pour le chocolat), les variables N_C , N_B et N_P sont toutes les trois binomiales, de paramètres respectifs $(100, 0.14)$, $(100, 0.04)$ et $(100, 0.02)$.
- ▶ Leurs espérances respectives sont donc 14, 4 et 2.

Exercice 4 : la foire

- ▶ On commence par faire des calculs de probabilités pour un joueur (Bob, mettons) : en posant comme événements G : “Bob gagne un lot”, C : “Bob gagne des chocolats”, B : “Bob gagne une barbabapa” et P : “Bob gagne une peluche”, l'énoncé nous donne quasi directement $\mathbb{P}(G) = 1/5$, $\mathbb{P}(C|G) = 7/10$, $\mathbb{P}(B|G) = 2/10$ et $\mathbb{P}(P|G) = 1/10$.
- ▶ On en déduit rapidement $\mathbb{P}(P) = \mathbb{P}(G) \cdot \mathbb{P}(P|G) = 1/50$.
- ▶ Comme chacun des 100 joueurs, indépendamment des autres, a la même probabilité de gagner un lot donné (proba $1/50$ pour la peluche, $1/25$ pour la barbabapa, $7/50$ pour le chocolat), les variables N_C , N_B et N_P sont toutes les trois binomiales, de paramètres respectifs $(100, 0.14)$, $(100, 0.04)$ et $(100, 0.02)$.
- ▶ Leurs espérances respectives sont donc 14, 4 et 2.
- ▶ Si on pose $N = N_B + N_C + N_P$, N s'interprète comme le nombre total de joueurs qui gagnent un lot ; et N est binomiale de paramètres $(100, 0.2)$.

La foire : indépendance ?

- ▶ On se doute que N_B et N_P ne sont pas indépendantes (car “un même joueur ne peut pas gagner à la fois un lot et un autre”), mais comment le prouver ?

La foire : indépendance ?

- ▶ On se doute que N_B et N_P ne sont pas indépendantes (car “un même joueur ne peut pas gagner à la fois un lot et un autre”), mais comment le prouver ?
- ▶ Le plus simple est de remarquer que
$$\mathbb{P}(N_B = N_P = 100) = 0 \neq \mathbb{P}(N_B = 100)\mathbb{P}(N_P = 100).$$

Et maintenant ?

- ▶ Passons en revue un certain nombre de problèmes récurrents dans les copies. . .

Et maintenant ?

- ▶ Passons en revue un certain nombre de problèmes récurrents dans les copies. . .
- ▶ Il est *important* de bien interpréter les énoncés ; il est **indispensable** d'utiliser les bonnes formulations.

Et maintenant ?

- ▶ Passons en revue un certain nombre de problèmes récurrents dans les copies. . .
- ▶ Il est *important* de bien interpréter les énoncés ; il est **indispensable** d'utiliser les bonnes formulations.
- ▶ Une erreur très fréquence : confusion entre probabilité et probabilités conditionnelle

Et maintenant ?

- ▶ Passons en revue un certain nombre de problèmes récurrents dans les copies. . .
- ▶ Il est *important* de bien interpréter les énoncés ; il est **indispensable** d'utiliser les bonnes formulations.
- ▶ Une erreur très fréquente : confusion entre probabilité et probabilités conditionnelle
- ▶ Dans les énoncés : c'est souvent le contexte qui permet de faire la différence

Et maintenant ?

- ▶ Passons en revue un certain nombre de problèmes récurrents dans les copies. . .
- ▶ Il est *important* de bien interpréter les énoncés ; il est **indispensable** d'utiliser les bonnes formulations.
- ▶ Une erreur très fréquente : confusion entre probabilité et probabilités conditionnelle
- ▶ Dans les énoncés : c'est souvent le contexte qui permet de faire la différence
- ▶ Quand on rédige : il faut avoir les idées claires et ne pas écrire l'une pour l'autre.

Les “erreurs de type”

- ▶ Le vocabulaire des probabilités (événement, probabilité, variable aléatoire, indépendance) n'est pas une suggestion : il est indispensable de l'utiliser proprement (sinon on montre surtout qu'on ne sait pas de quoi on parle)

Les “erreurs de type”

- ▶ Le vocabulaire des probabilités (événement, probabilité, variable aléatoire, indépendance) n'est pas une suggestion : il est indispensable de l'utiliser proprement (sinon on montre surtout qu'on ne sait pas de quoi on parle)
- ▶ Seuls les **événements** ont une probabilité ; si X est une variable aléatoire, l'expression “ $\mathbb{P}(X)$ ” est mal typée

Les “erreurs de type”

- ▶ Le vocabulaire des probabilités (événement, probabilité, variable aléatoire, indépendance) n'est pas une suggestion : il est indispensable de l'utiliser proprement (sinon on montre surtout qu'on ne sait pas de quoi on parle)
- ▶ Seuls les **événements** ont une probabilité ; si X est une variable aléatoire, l'expression “ $\mathbb{P}(X)$ ” est mal typée
- ▶ L'**indépendance** est une relation binaire (au moins), entre événements ou entre variables aléatoires ; la phrase “la variable X est indépendante” n'a pas de sens.

Les “erreurs de type”

- ▶ Le vocabulaire des probabilités (événement, probabilité, variable aléatoire, indépendance) n'est pas une suggestion : il est indispensable de l'utiliser proprement (sinon on montre surtout qu'on ne sait pas de quoi on parle)
- ▶ Seuls les **événements** ont une probabilité ; si X est une variable aléatoire, l'expression “ $\mathbb{P}(X)$ ” est mal typée
- ▶ L'**indépendance** est une relation binaire (au moins), entre événements ou entre variables aléatoires ; la phrase “la variable X est indépendante” n'a pas de sens.
- ▶ Une erreur fréquente, et étonnante : écrire pour une variable aléatoire X , “ $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ” (confusion entre univers et variable aléatoire ?)

Les “erreurs de type”

- ▶ Le vocabulaire des probabilités (événement, probabilité, variable aléatoire, indépendance) n'est pas une suggestion : il est indispensable de l'utiliser proprement (sinon on montre surtout qu'on ne sait pas de quoi on parle)
- ▶ Seuls les **événements** ont une probabilité ; si X est une variable aléatoire, l'expression “ $\mathbb{P}(X)$ ” est mal typée
- ▶ L'**indépendance** est une relation binaire (au moins), entre événements ou entre variables aléatoires ; la phrase “la variable X est indépendante” n'a pas de sens.
- ▶ Une erreur fréquente, et étonnante : écrire pour une variable aléatoire X , “ $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ” (confusion entre univers et variable aléatoire ?)
- ▶ On n'écrit pas “ $X = \mathcal{B}(n, p)$ ” pour dire que la variable aléatoire X **suit** la loi binomiale de paramètres n et p ; en particulier, deux variables aléatoires peuvent avoir la même loi sans être égales (Notation possible : $X \propto \mathcal{B}(n, p)$, mais il est préférable d'écrire une phrase)