ARBRES ALÉATOIRES ET ALGORITHMES
Versailles, 30 novembre 2001

Décomposition en arbres et marches aléatoires sur $\mathbb{R}$

Frederic Menous

(Université Paris 11)

On étudie certains ensembles de probabilités associés aux marches aléatoires sur $\mathbf{R}$. Ces ensembles sont aussi appelés "moyennes induites par diffusion" dans la théorie de resommation de J. Ecalle. Une moyenne est un ensemble de poids indexés par des séquences de signes plus ou moins et, pour une séquence donnée $(\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n)$ $(\varepsilon_i = \pm)$, le poids de la moyenne est simplement la probabilité d'être sur $\mathbf{R}^{\varepsilon_1}$ au temps 1, sur $\mathbf{R}^{\varepsilon_2}$ au temps 2, ..., sur $\mathbf{R}^{\varepsilon_n}$ au temps n (en considérant que 0 n'appartient qu'à un des deux ensembles $\mathbf{R}^+$, $\mathbf{R}^-$).

De tels coefficients se décomposent en somme de coefficients élémentaires qui sont indexés par les arbres et forêts ordonnés.

La preuve de cette décomposition est combinatoire. Une fois celle-ci montrée, on peut l'utiliser pour retrouver certains résultats de probabilités en manipulant simplement des arbres. On retrouve ainsi une formule due à Sparre Andersen. On montre aussi que cette décomposition, valable pour toute marche aléatoire sur $\mathbf{R}$, recouvre, dans le cas de la marche aléatoire simple, la correspondance entre, d'un coté les chemin de Dyck et les excursions positives, de l'autre les arbres ordonnés et un processus de Galton-Watson.

Random Tree Models for Evolution

Andy McKenzie

(LIRMM, Montpellier and U. of Canterbury, Christchurch, NZ)

Binary trees are widely used in biology to represent evolutionary relationships. As the details of the evolutionary process are mostly unknown modelling work on the growth of these trees has had to incorporate a random component.

Analysis of these random tree growth models had led to some interesting problems in combinatorics and probability. We show how some recent urn model theorems can be used to find asymptotic results for these models. Next we look at the problem of finding the edge on which to root an unrooted tree. We find that surprisingly, even for very large trees, the approximate position of the root edge can be found with high probability. Lastly, we consider what effect including a refractory period has on tree shape in these models.

Un algorithme probabiliste pour la résolution de systèmes algébriques.

Grégoire Lecerf

(Laboratoire LAMA, UVSQ)

Les algorithmes d'élimination utilisés en géométrie algbérique effective ont une complexité doublement exponentielle dans le pire des cas si l'on représente les polynômes éliminant en écriture. Les calculs d'évaluation offrent une alternative l'écriture : nous montrons qu'un polynôme éliminant peut être évalué en temps linéaire dans la complexité d'évaluation du système de départ et polynomial dans son degré total. Le gain d'efficacité que l'on obtient ainsi introduit un comportement probabiliste qui semble inévitable : comment tester en temps polynomial déterministe si un calcul d'évaluation représente zéro ou non ? Nous présenterons un algorithme probabiliste de résolution de systèmes polynomiaux basé sur ces idées et discuterons les aspects liés à l'implantation de telles méthodes.