

Introduction à la Programmation par Contraintes TD 1.

2015-2016

1 Send More Money

Modéliser le cryptogramme suivant :

$$\begin{array}{rcccccc} & & S & E & N & D & \\ + & M & O & R & E & & \\ \hline M & O & N & E & Y & & \end{array}$$

Deux modélisations sont possibles (avec et sans les retenues).

2 Les règles de Golomb [Exam]

Une **règle de Golomb** est un ensemble d'entiers naturels dans lequel les distances entre les éléments sont deux à deux distinctes. Pour un entier n donné, une règle de Golomb est « optimale » si sa longueur (distance maximale) est minimum parmi toutes les règles de Golomb possibles.

Exemples de règles de Golomb optimales :

$$\begin{array}{l|l} n = 2 & 0 \ 1 \\ n = 3 & 0 \ 1 \ 3 \\ n = 4 & 0 \ 1 \ 4 \ 6 \\ n = 5 & 0 \ 2 \ 7 \ 8 \ 11 \end{array}$$

Modéliser le problème de recherche d'une règle de Golomb optimale pour un n donné comme un CSP. Essayer d'utiliser les contraintes globales. Indiquez et éliminez les symétries de votre modèle si possible.

3 Le zèbre de Lewis Carroll

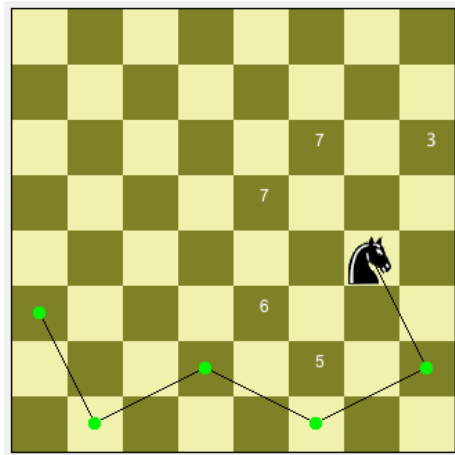
Cinq maisons consécutives, de couleurs différentes, sont habitées par des hommes de différentes nationalités. Chacun possède un animal différent, a une boisson préférée différente et fume des cigarettes différentes. De plus, on sait que :

- Le norvégien habite la première maison,
- La maison à coté de celle du norvégien est bleue,
- L'habitant de la troisième maison boit du lait,
- L'anglais habite la maison rouge,
- L'habitant de la maison verte boit du café,
- L'habitant de la maison jaune fume des *Kools*,
- La maison blanche se trouve juste après la verte,
- L'espagnol a un chien,
- L'ukrainien boit du thé,
- Le japonais fume des *Cravens*,
- Le fumeur de *Old Golds* a un escargot,
- Le fumeur de Gitanes boit du vin,
- Le voisin du fumeur de *Chesterfields* a un renard,
- Le voisin du fumeur de *Kools* a un cheval.

Qui boit de l'eau ? A qui appartient le zèbre ?

4 Le cavalier d'Euler

Modéliser le problème suivant :



Comment faire visiter par un cavalier chaque case d'un échiquier pour le faire revenir à son point de départ sans jamais repasser sur la même case ?

5 Arc-consistance [Exam]

On considère le CSP

- Variables : A, B, C .
- Domaines : $D_A = D_B = D_C = \{1, 2, 3\}$.
- Contraintes explicites :
 - $(A, B) \in \{(1, 1), (2, 2), (3, 2)\}$,
 - $(A, C) \in \{(1, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2)\}$,
 - $(B, C) \in \{(1, 3), (2, 1), (2, 3), (3, 2)\}$.

- a) Rendez ce CSP arc-consistant. Commentez votre réponse.
- b) Est-ce que ce CSP est globalement consistant ? Justifiez votre réponse.

6 Arc-B-consistance

1. Donner un algorithme pour rendre la contrainte $X = a \cdot Y$ (où a est une constante) arc-B-consistante.
2. Considérons le CSP suivant :
 - Les domaines : $D_x = \{1, 2, \dots, 10\}$,
 $D_y = \{2, 3, \dots, 20\}$,
 $D_z = \{3, 4, \dots, 10\}$.
 - Les contraintes : $x + y = 5$,
 $z \neq x + 6$,
 $z > 10 \cdot x - y$.

Propager les contraintes pour rendre ce CSP arc-B-consistant.

7 Arc-B-consistance II

On travaille avec la contrainte

$$X = \max\{Y_1, \dots, Y_n\}$$

sur les variables dont les domaines sont des intervalles.

1. Proposez un algorithme pour rendre cette contrainte arc-B-consistante.
2. Quelle est la complexité temporelle de votre algorithme ?