


Épisode I : Calculs numériques et algébriques

 Avant de commencer les exercices veuillez lire les fiches [Fiche calcul numérique](#), [Fiche calcul algébrique](#) et [Fiche valeur absolue](#).

EXERCICE 1

Écrire sous la forme d'une seule fraction irréductible les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{5}{2} + \frac{8}{3} & B &= \frac{7}{12} - \frac{2}{3} & C &= 2 + \frac{5}{7} & D &= 4 + \frac{3}{9} & E &= \frac{1}{2} & F &= \frac{4}{2} & G &= \frac{\frac{5}{2}}{\frac{2}{10}} & H &= \frac{\frac{7}{9}}{\frac{14}{27}} \\
 I &= \frac{5}{7} \times \frac{4}{15} & J &= \frac{\frac{8}{9}}{\frac{3}{5}} & K &= \frac{\frac{5}{3}}{\frac{2}{6}} & L &= \frac{\frac{8}{3}}{\frac{6}{5}} & M &= 1 + \frac{1}{3} \times \frac{5}{2 - \frac{5}{3}} & N &= \frac{\frac{2}{x+1}}{\frac{3}{3}} & P &= \frac{1}{x} + \frac{3}{x+2} \\
 Q &= \frac{3x}{x+1} + \frac{2}{5x} & R &= 5 + \frac{3}{2+x} & S &= 2 + \frac{\frac{1}{3}x}{x+1} & T &= \frac{1}{2-3x} - \frac{1}{2+3x} & U &= 1 - \frac{\frac{3}{2}(x+1)}{x}
 \end{aligned}$$

INDICATION

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{31}{6} & B &= -\frac{1}{12} & C &= \frac{19}{7} & D &= \frac{13}{3} & E &= \frac{5}{2} & F &= 12 & G &= \frac{3}{2} & H &= \frac{3}{2} & I &= \frac{4}{21} & J &= \frac{40}{27} & K &= 5 \\
 L &= \frac{4}{9} & M &= 6 & N &= \frac{6}{x+1} & P &= \frac{4x+2}{x(x+2)} & Q &= \frac{15x^2+2x+2}{5x(x+1)} & R &= \frac{5x+13}{x+2} & S &= \frac{7x+6}{3(x+1)} \\
 T &= \frac{6x}{4-9x^2} & U &= -\frac{x+3}{2x}
 \end{aligned}$$

EXERCICE 2

Développer les expressions suivantes, puis regrouper et ordonner les termes :

$$\begin{aligned}
 A(x) &= 3(x+2) & B(x) &= -2(3x-4) & C(x) &= -(x-6) & D(x) &= 3 - (-3x+6) & E(x) &= (x+2)(x+3) \\
 F(x) &= (2x+2)(3x+3) & G(x) &= (x-2)(-2x+3) & H(x) &= (x+2)(2x-3) & I(x) &= (3-2x)(3x-2) \\
 J(x) &= (-x+2)(-2x-2) & K(x) &= (5x+2)(-2+3x) & L(x) &= 2x^2 - (2x+3)(2x-2)
 \end{aligned}$$

INDICATION

$$\begin{aligned}
 A(x) &= 3x+6 & B(x) &= -6x+8 & C(x) &= -x+6 & D(x) &= 3x-3 & E(x) &= x^2+5x+6 \\
 F(x) &= 6x^2+12x+6 & G(x) &= -2x^2+7x-6 & H(x) &= 2x^2+x-6 & I(x) &= -6x^2+13x-6 \\
 J(x) &= 2x^2-2x-4 & K(x) &= 15x^2-4x-4 & L(x) &= -2x^2-2x+6
 \end{aligned}$$


EXERCICE 3

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 A &= (x+2)^2 & B &= (x-3)^2 & C &= (x-y)^2 & D &= (x-2)(x+2) & E &= (2x-3)(2x+3) & F &= (x-2y)(x+2y) \\
 G &= (2x+3)^2 & H &= (3x-2)^2 & I &= \left(3x + \frac{1}{3}\right)^2 & J &= \left(\frac{1}{2}x - 4\right)^2 & K &= (x+2)(2x-3)(-3x+1) \\
 L &= (3x-4)^2(x+2) & M &= (x+3)^3 & N &= (2x-1)^3
 \end{aligned}$$

 INDICATION

$$A = x^2 + 4x + 4 \quad B = x^2 - 6x + 9 \quad C = x^2 - 2xy + y^2 \quad D = x^2 - 4 \quad E = 4x^2 - 9 \quad F = x^2 - 4y^2$$
$$G = 4x^2 + 12x + 9 \quad H = 9x^2 - 12x + 4 \quad I = 9x^2 + 2x + \frac{1}{9} \quad J = \frac{1}{4}x^2 - 4x + 16 \quad K = -6x^3 - x^2 + 19x - 6$$
$$L = 9x^3 - 6x^2 - 32x + 32 \quad M = x^3 + 9x^2 + 27x + 27 \quad N = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$$

 EXERCICE 4

Factoriser les expressions suivantes :

$$A(x) = (2x - 3)(x - 2) + (2x - 3)(x + 4) \quad B(x) = (x - 3)(3x - 7) - (x - 3)(x + 4)$$

$$C(x) = (5x + 3)(x + 2) + (3 - 4x)(x + 2) \quad D(x) = (2x + 2)(3x - 3) - (x - 3)(2x + 2)$$

$$E(x) = (3x^2 + 2x)(x - 6) - (x + 7)(3x^2 + 2x) \quad F(x) = (-2x + 5)^2 + (-2x + 5)(3x - 4)$$

$$G(x) = (x + 2)^2 - 9 \quad H(x) = (2x + 3)^2 - (x - 3)^2 \quad I(x) = 2(x^2 - 9) - (x - 3)(x + 2)$$

 INDICATION

$$A(x) = (2x - 3)(2x + 2) \quad B(x) = (x - 3)(2x - 11) \quad C(x) = (x + 2)(x + 6) \quad D(x) = 2x(2x + 2)$$
$$E(x) = -13x(3x + 2) \quad F(x) = (-2x + 5)(x + 1) \quad G(x) = (x - 1)(x + 5) \quad H(x) = 3x(x + 6)$$
$$I(x) = (x - 3)(x + 4)$$

 EXERCICE 5

On considère l'expression algébrique $A(x) = (3x + 2)(-x + 1) - (3x + 2)(x - 2)$.

1. Donner les expressions développée et factorisée de $A(x)$.
2. Calculer $A(0)$, $A(1)$, $A(2)$, $A(3)$, $A(-1)$ et $A(-2)$.

 INDICATION

1. $A(x) = (3x + 2)(-2x + 3) = -6x^2 + 5x + 6$.
2. $A(0) = 6$, $A(1) = 5$, $A(2) = -8$, $A(3) = -33$, $A(-1) = -5$ et $A(-2) = -28$.

 EXERCICE 6

On considère l'expression algébrique $B(x) = \frac{x + 2}{2x - 3} - \frac{x + 2}{3x - 2}$

1. Écrire $B(x)$ sous la forme d'une fraction dont les numérateurs et dénominateurs sont développés.
2. Écrire $B(x)$ sous la forme d'une fraction dont les numérateurs et dénominateurs sont factorisés.
3. Calculer $B(0)$, $B(1)$, $B(-1)$, $B(2)$, $B(-2)$.

 INDICATION

1. $B(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{6x^2 - 13x + 6}$.
2. $B(x) = \frac{(x + 2)(x + 1)}{(2x - 3)(3x - 2)}$.
3. $B(0) = \frac{1}{3}$, $B(1) = -6$, $B(-1) = 0$, $B(2) = 3$, $B(-2) = 0$.

EXERCICE 7

Simplifier l'écriture des nombres suivants :

$$A = \sqrt{27} \times 5\sqrt{6}; \quad B = 7\sqrt{75} - 2\sqrt{12}; \quad C = 2\sqrt{5} + \sqrt{0,0045}; \quad D = (11\sqrt{5} - 5\sqrt{11})(11\sqrt{5} + 5\sqrt{11})$$

INDICATION

$$A = 45\sqrt{2}; \quad B = 31\sqrt{3}; \quad C = 2,03\sqrt{5}; \quad D = 330.$$

EXERCICE 8

- Calculer le nombre $X = \sqrt{10 - \sqrt{84}} + \sqrt{10 + \sqrt{84}}$ à la calculatrice.
Développer X^2 , puis en déduire X , et retrouver le résultat précédent.
- Mêmes questions avec $Y = \sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}$ et $Z = \sqrt{15 - \sqrt{216}} + \sqrt{15 + \sqrt{216}}$.

INDICATION

- $$X^2 = (\sqrt{10 - \sqrt{84}} + \sqrt{10 + \sqrt{84}})^2 = 10 - \sqrt{84} + 2 \times \sqrt{(10 - \sqrt{84})(10 + \sqrt{84})} + 10 + \sqrt{84}$$
$$X^2 = 20 + 2 \times \sqrt{100 - 84} = 20 + 8 = 28.$$
$$X = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \text{ car } X \text{ est positif.}$$
- $$Y^2 = 2 \text{ donc } Y = \sqrt{2} \text{ car } Y \text{ est positif.}$$
$$Z^2 = 36 \text{ donc } Z = 6 \text{ car } Z \text{ est positif.}$$

EXERCICE 9

- Soit $X = \sqrt{24} - \sqrt{6}$. Calculer X^2 , puis en déduire la valeur de X .
- Soit $X = \sqrt{50} - \sqrt{8}$. Calculer X^2 , puis en déduire la valeur de X .

INDICATION

- $$X^2 = 6 \text{ donc } X = \sqrt{6} \text{ car } X \text{ est positif.}$$
- $$X^2 = 18 \text{ donc } X = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}.$$

EXERCICE 10

Écrire les nombres suivants sous forme d'une seule fraction sans radicaux au dénominateur :

$$a = \frac{7}{2\sqrt{3}}; \quad b = \frac{14}{3\sqrt{7}}; \quad c = \frac{1}{2 + \sqrt{5}}; \quad d = \frac{2 + \sqrt{10}}{1 + \sqrt{10}}; \quad e = \frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}; \quad f = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}}$$

$$g = \frac{2}{4 - \sqrt{2}}; \quad h = \frac{3}{4\sqrt{2} - 3}; \quad i = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}; \quad j = \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}; \quad k = \frac{1}{2 - \sqrt{2}} - \frac{1}{2 + \sqrt{2}}$$


$$l = \frac{1}{\sqrt{2} - 2} + \frac{3}{\sqrt{3}}; \quad m = \frac{\sqrt{3}x}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{3}}; \quad n = 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 2}; \quad p = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}$$

 INDICATION

$$a = \frac{7\sqrt{3}}{6}; \quad b = \frac{2\sqrt{7}}{3}; \quad c = -2 + \sqrt{5}; \quad d = \frac{8 + \sqrt{10}}{9}; \quad e = -3(\sqrt{2} - \sqrt{3}); \quad f = \frac{-7 + 2\sqrt{10}}{3}$$

$$g = \frac{4 + \sqrt{2}}{7}; \quad h = \frac{3(4\sqrt{2} + 3)}{23}; \quad i = 7 + 4\sqrt{3}; \quad j = 2 - \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{6}; \quad k = \sqrt{2}$$

$$l = -1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3}; \quad m = \frac{\sqrt{6}x}{6}; \quad n = \frac{x - 3\sqrt{x} + 2}{x - 4}; \quad p = 2x + 1 + 2\sqrt{x(x+1)}$$

 EXERCICE 11

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = a^2 \times a^5 \times a^{-3} \quad B = a \times a^3 \quad C = \frac{x}{x^3} \quad D = \frac{(3x)^2}{6x} \quad E = (a^{-2})^3 \times a$$

$$F = (a^{-5}b^2)^{-1} \times ab^{-3} \quad G = \frac{a^5b^{-4}}{a^{-5}b^{-2}} \quad H = \frac{16^{-4} \times 3^{21}}{6^3 \times 9^7} \quad I = (-2x^5)^{-4}$$

$$J = -2x^3 \times 5x \times 3^{-2}x^{-5} \quad K = \frac{2^{-5} \times (-6)^3 \times 3^{-4}}{-9^{-2} \times 8^{-4}} \quad L = \frac{ab^{-3} (a^{-2}b^3) (ab^{-1})^2}{(ab^2)^{-1} ab}$$

 INDICATION

$$A = a^4 \quad B = a^4 \quad C = x^{-2} \quad D = \frac{3x}{2} \quad E = a^{-5} \quad F = a^6b^{-5} \quad G = a^{10}b^{-2} \quad H = 2^{-19} \times 3^4$$

$$I = 2^{-4} \times x^{-20} \quad J = -\frac{10}{9x} \quad K = 2^{10} \times 3^3 \quad L = ab^{-1}$$

 EXERCICE 12

Écrire sous la forme d'une puissance de 10 :

$$I = 1000^7 \times 0,01^{10}; \quad J = \frac{100^3}{0,1^9 \times 10000^3}; \quad K = \frac{(0,001)^3(-10000)^5}{(0,01)^{-4}}; \quad L = \frac{(0,0001)^{-4}(10000)^5(-0,001)^7}{(10 \times 0,01^3)^4}$$

 INDICATION

$$I = 10^1; \quad J = 10^3; \quad K = -10^3; \quad L = -10^{35}$$

 EXERCICE 13

Les égalités suivantes sont-elles vraies ?

$$2^{1/4} \times 2^{1/2} = 2^{1/8}; \quad (2^{1/4})^{1/2} = 2^{1/8}; \quad \frac{3^{1/4}}{3^{1/5}} = 3^{1/20}; \quad \frac{(6^{3/4})^2}{4^{1/2} \times 3} = \sqrt{6}; \quad \sqrt[5]{10} = 2; \quad \left(\sqrt[3]{3}\right)^{15/2} = 3\sqrt{3}$$

 INDICATION

$$2^{1/4} \times 2^{1/2} = 2^{1/4} + 2^{1/2} = 2^{3/4} \neq 2^{1/8} \text{ (FAUX)}; \quad (2^{1/4})^{1/2} = 2^{1/4 \times 1/2} = 2^{1/8} \text{ (VRAI)}$$

$$\frac{3^{1/4}}{3^{1/5}} = 3^{1/4 - 1/5} = 3^{1/20} \text{ (VRAI)}; \quad \frac{(6^{3/4})^2}{4^{1/2} \times 3} = \frac{6^{3/2}}{2 \times 3} = 6^{1/2} = \sqrt{6} \text{ (VRAI)}$$

$$\sqrt[5]{10} = 10^{1/5} \neq 2 \text{ (FAUX)}; \quad \left(\sqrt[3]{3}\right)^{15/2} = 3^{1/3 \times 15/2} = 3^{5/2} = 3^2 \times 3^{1/2} = 9\sqrt{3} \neq 3\sqrt{3} \text{ (FAUX)}$$



EXERCICE 14

Simplifier les expressions suivantes :

$$E = \sqrt[6]{a} \sqrt[10]{a^7} \sqrt[15]{a^2} ; F = \sqrt[15]{a} \sqrt[24]{a^2} \sqrt[15]{a^6}$$



INDICATION

$$E = \sqrt[6]{a} \sqrt[10]{a^7} \sqrt[15]{a^2} = a^{1/6+7/10+2/15} = a ; F = \sqrt[15]{a} \sqrt[24]{a^2} \sqrt[15]{a^6} = a^{1/15+2/24+6/15} = a^{11/20}$$



EXERCICE 15

Compléter les pointillés :

$$|5| = \dots ; |0| = \dots ; |-7| = \dots ; |1-9| = \dots ; |12-7| = \dots ; |9+5| = \dots$$

$$|9+5| = \dots ; |-7|+|12| = \dots ; |-7+12| = \dots ; |\pi-4| = \dots ; |\sqrt{2}-1| = \dots$$

$$|10^{-2}| = \dots ; |-10^{-2}| = \dots ; |-10^2| = \dots$$



INDICATION

$$|5| = 5 ; |0| = 0 ; |-7| = 7 ; |1-9| = 8 ; |12-7| = 5 ; |9+5| = 14$$

$$|9+5| = 14 ; |-7|+|12| = 19 ; |-7+12| = 5 ; |\pi-4| = 4-\pi ; |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$$

$$|10^{-2}| = 10^{-2} ; |-10^{-2}| = 10^{-2} ; |-10^2| = 10^2$$



EXERCICE 16

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $|x-5| = 3$

6. $|x-3| < 2$

11. $|x-3| \geq 2$

2. $|12-x| = 9$

7. $|x-4| \leq 5$

12. $|x+6| > 5$

3. $|2x-5| = 3$

8. $|x+2| \leq 9$

13. $|x-12| \geq 7$

4. $|\sqrt{(x+1)^2}| = 2$

9. $|2x-5| < 3$

14. $|x-2| \geq \frac{1}{2}$

5. $|3x-17| = -3$

10. $|x+7| \leq -1$

15. $|x-5000| > -1000$



INDICATION

1. $S = \{2; 8\}$

6. $S =]1; 5[$

11. $S =]-\infty; 1] \cup [5; +\infty[$

2. $S = \{3; 21\}$

7. $S = [-1; 9]$

12. $S =]-\infty; -11[\cup]-1; +\infty[$

3. $S = \{1; 4\}$

8. $S = [-11; 7]$

13. $S =]-\infty; 5] \cup [19; +\infty[$

4. $S = \{-3; 1\}$

9. $S =]1; 4[$

14. $S =]-\infty; \frac{3}{2}] \cup [\frac{5}{2}; +\infty[$

5. $S = \emptyset$

10. $S = \emptyset$

15. $S = \mathbb{R}$