

Pour partir sur de bonnes bases...

Hervé Hocquard

Université de Bordeaux, France

28 août 2019

université
de **BORDEAUX**

LABORATOIRE
BORDELAIS
DE RECHERCHE
EN INFORMATIQUE

LaBRI

Déroulement du semestre

- 1 10 séances de cours magistraux (1h30)

Déroulement du semestre

- 1 10 séances de cours magistraux (1h30)
- 2 9 séances de td (1h30)

Déroulement du semestre

- 1 10 séances de cours magistraux (1h30)
- 2 9 séances de td (1h30)
- 3 Au moins 2 évaluations en td

Déroulement du semestre

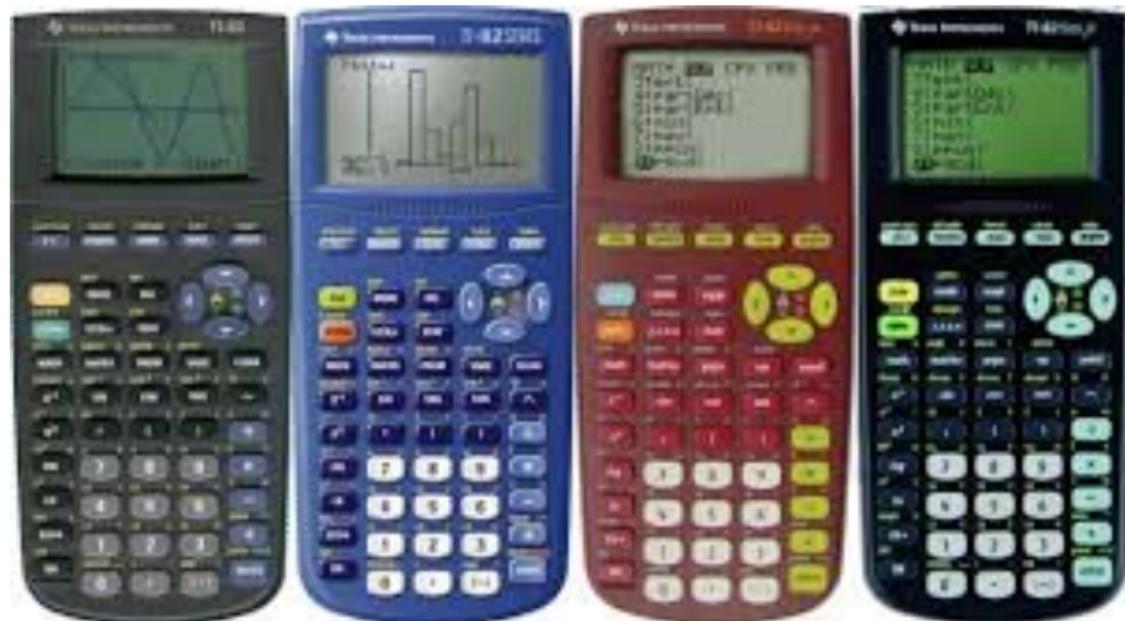
- 1 10 séances de cours magistraux (1h30)
- 2 9 séances de td (1h30)
- 3 Au moins 2 évaluations en td
- 4 Examen en décembre 2019

Déroutement du semestre

- 1 10 séances de cours magistraux (1h30)
- 2 9 séances de td (1h30)
- 3 Au moins 2 évaluations en td
- 4 Examen en décembre 2019
- 5 Tout le cours ici...

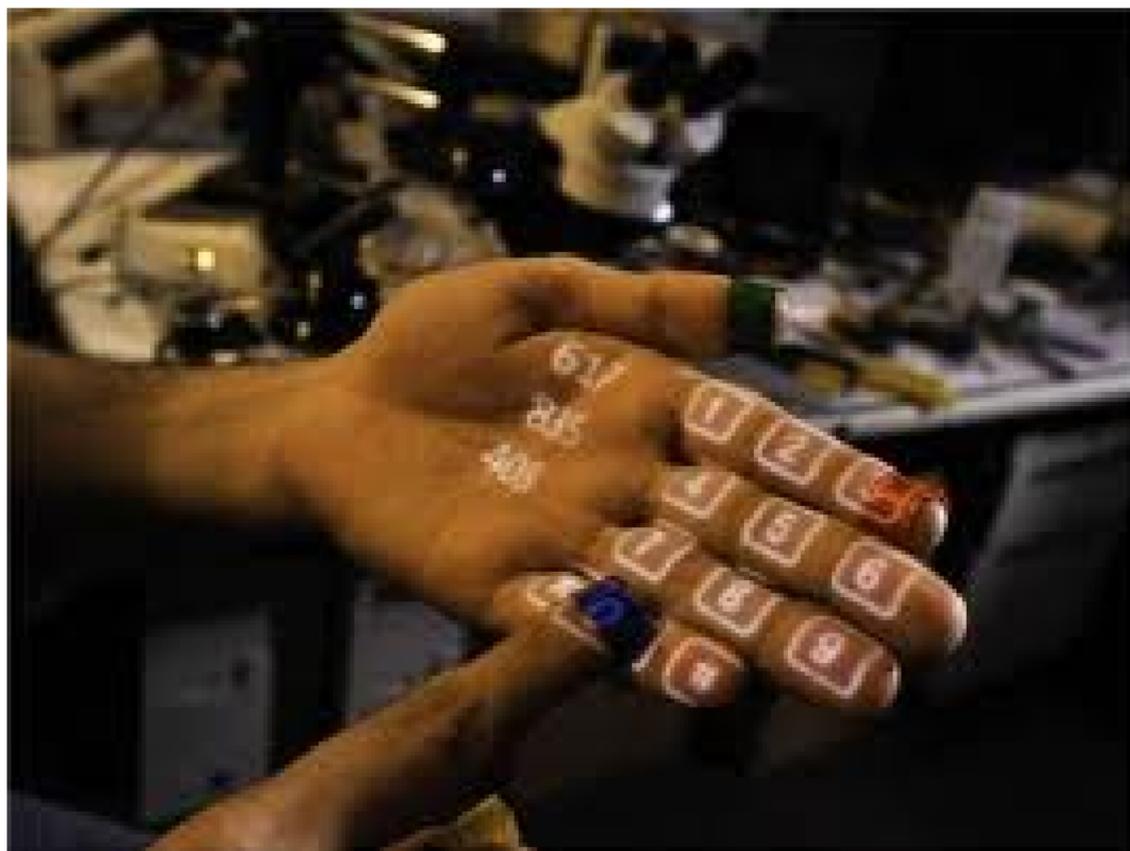
www.labri.fr/perso/hocquard/Teaching.html

Déroulement du semestre





Déroulement du semestre



TABLES DE MULTIPLICATIONS

0 X 1 = 0
 1 X 1 = 1
 2 X 1 = 2
 3 X 1 = 3
 4 X 1 = 4
 5 X 1 = 5
 6 X 1 = 6
 7 X 1 = 7
 8 X 1 = 8
 9 X 1 = 9
 10 X 1 = 10
 11 X 1 = 11
 12 X 1 = 12

0 X 2 = 0
 1 X 2 = 2
 2 X 2 = 4
 3 X 2 = 6
 4 X 2 = 8
 5 X 2 = 10
 6 X 2 = 12
 7 X 2 = 14
 8 X 2 = 16
 9 X 2 = 18
 10 X 2 = 20
 11 X 2 = 22
 12 X 2 = 24

0 X 3 = 0
 1 X 3 = 3
 2 X 3 = 6
 3 X 3 = 9
 4 X 3 = 12
 5 X 3 = 15
 6 X 3 = 18
 7 X 3 = 21
 8 X 3 = 24
 9 X 3 = 27
 10 X 3 = 30
 11 X 3 = 33
 12 X 3 = 36

0 X 4 = 0
 1 X 4 = 4
 2 X 4 = 8
 3 X 4 = 12
 4 X 4 = 16
 5 X 4 = 20
 6 X 4 = 24
 7 X 4 = 28
 8 X 4 = 32
 9 X 4 = 36
 10 X 4 = 40
 11 X 4 = 44
 12 X 4 = 48

0 X 5 = 0
 1 X 5 = 5
 2 X 5 = 10
 3 X 5 = 15
 4 X 5 = 20
 5 X 5 = 25
 6 X 5 = 30
 7 X 5 = 35
 8 X 5 = 40
 9 X 5 = 45
 10 X 5 = 50
 11 X 5 = 55
 12 X 5 = 60

0 X 6 = 0
 1 X 6 = 6
 2 X 6 = 12
 3 X 6 = 18
 4 X 6 = 24
 5 X 6 = 30
 6 X 6 = 36
 7 X 6 = 42
 8 X 6 = 48
 9 X 6 = 54
 10 X 6 = 60
 11 X 6 = 66
 12 X 6 = 72

0 X 7 = 0
 1 X 7 = 7
 2 X 7 = 14
 3 X 7 = 21
 4 X 7 = 28
 5 X 7 = 35
 6 X 7 = 42
 7 X 7 = 49
 8 X 7 = 56
 9 X 7 = 63
 10 X 7 = 70
 11 X 7 = 77
 12 X 7 = 84

0 X 8 = 0
 1 X 8 = 8
 2 X 8 = 16
 3 X 8 = 24
 4 X 8 = 32
 5 X 8 = 40
 6 X 8 = 48
 7 X 8 = 56
 8 X 8 = 64
 9 X 8 = 72
 10 X 8 = 80
 11 X 8 = 88
 12 X 8 = 96

0 X 9 = 0
 1 X 9 = 9
 2 X 9 = 18
 3 X 9 = 27
 4 X 9 = 36
 5 X 9 = 45
 6 X 9 = 54
 7 X 9 = 63
 8 X 9 = 72
 9 X 9 = 81
 10 X 9 = 90
 11 X 9 = 99
 12 X 9 = 108

0 X 10 = 0
 1 X 10 = 10
 2 X 10 = 20
 3 X 10 = 30
 4 X 10 = 40
 5 X 10 = 50
 6 X 10 = 60
 7 X 10 = 70
 8 X 10 = 80
 9 X 10 = 90
 10 X 10 = 100
 11 X 10 = 110
 12 X 10 = 120

0 X 11 = 0
 1 X 11 = 11
 2 X 11 = 22
 3 X 11 = 33
 4 X 11 = 44
 5 X 11 = 55
 6 X 11 = 66
 7 X 11 = 77
 8 X 11 = 88
 9 X 11 = 99
 10 X 11 = 110
 11 X 11 = 121
 12 X 11 = 132

0 X 12 = 0
 1 X 12 = 12
 2 X 12 = 24
 3 X 12 = 36
 4 X 12 = 48
 5 X 12 = 60
 6 X 12 = 72
 7 X 12 = 84
 8 X 12 = 96
 9 X 12 = 108
 10 X 12 = 120
 11 X 12 = 132
 12 X 12 = 144

Les ensembles de nombres : rappels...

- \mathbb{N} est l'ensemble des entiers naturels. C'est l'ensemble des entiers positifs ou nuls.
- Dans \mathbb{N} l'équation $x + 1 = 0$ n'a pas de solution. Cette équation a une solution notée -1 , cette solution est un élément de l'ensemble \mathbb{Z} .
 \mathbb{Z} est l'ensemble des entiers relatifs. C'est l'ensemble des entiers positifs, négatifs ou nuls.
 \mathbb{Z} contient \mathbb{N} , c'est-à-dire que \mathbb{N} est contenu dans \mathbb{Z} , ce que l'on note $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Les ensembles de nombres : rappels...

- Dans \mathbb{Z} l'équation $2x = 1$ n'a pas de solution.

Cette équation a une solution notée $\frac{1}{2}$, cette solution est un élément de l'ensemble \mathbb{Q} .

\mathbb{Q} est l'ensemble des nombres rationnels.

C'est l'ensemble de tous les nombres de la forme $\frac{p}{q}$ avec $p \in \mathbb{Z}$ et $q \in \mathbb{Z}^*$. \mathbb{Q} contient \mathbb{Z} . On a donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

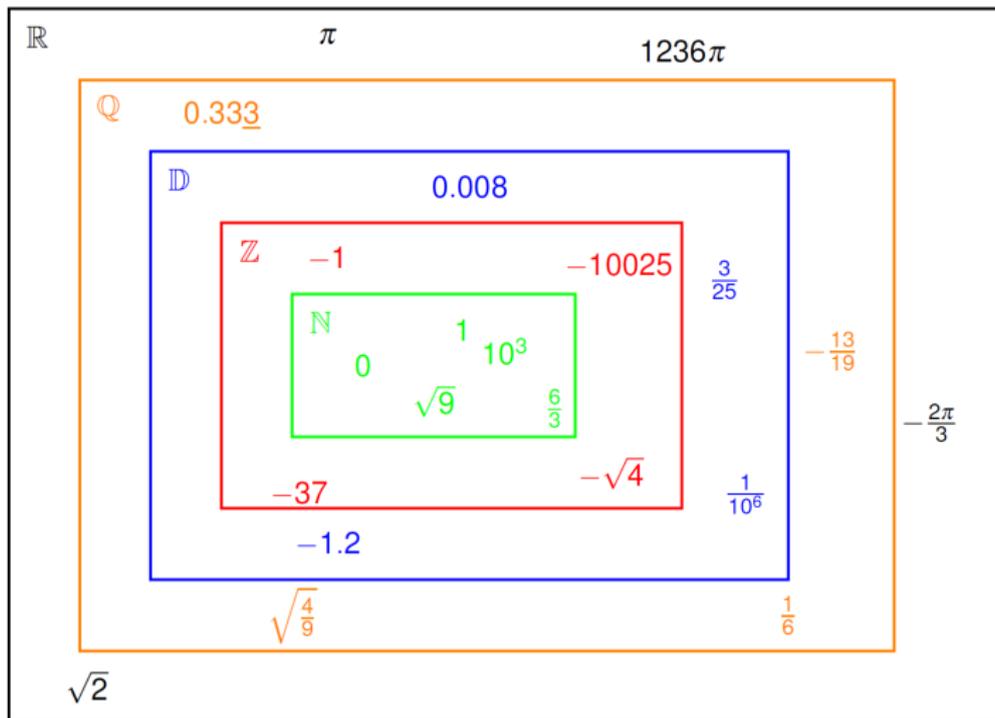
Les ensembles de nombres : rappels...

- Dans \mathbb{Q} l'équation $x^2 = 2$ n'a pas de solutions. Cette équation a deux solutions notées $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$, ces solutions sont des éléments de l'ensemble \mathbb{R} .
 \mathbb{R} est l'ensemble des nombres réels. C'est l'ensemble des abscisses de tous les points d'une droite.
 \mathbb{R} contient \mathbb{Q} . On a donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Les ensembles de nombres : rappels...

- Dans \mathbb{R} l'équation $x^2 = -1$ n'a pas de solutions...
 \mathbb{C} est l'ensemble des nombres complexes...à suivre...
 \mathbb{C} contient \mathbb{R} . On a donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Les ensembles de nombres : rappels...

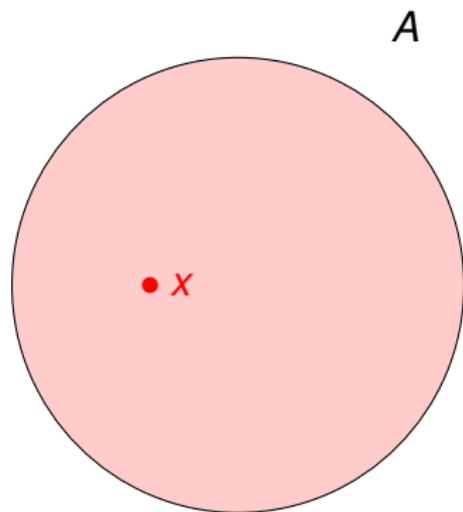


Définition

- Un **ensemble** est une collection d'objets appelés éléments.
Ensemble des résultats possibles d'un lancé de dé : $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- F est une **partie** (ou est inclus, ou est un sous-ensemble) de E si tous les éléments de F sont aussi des éléments de E . Cela se note $F \subset E$.
- On note \emptyset l'**ensemble vide** : l'ensemble qui ne contient aucun élément.

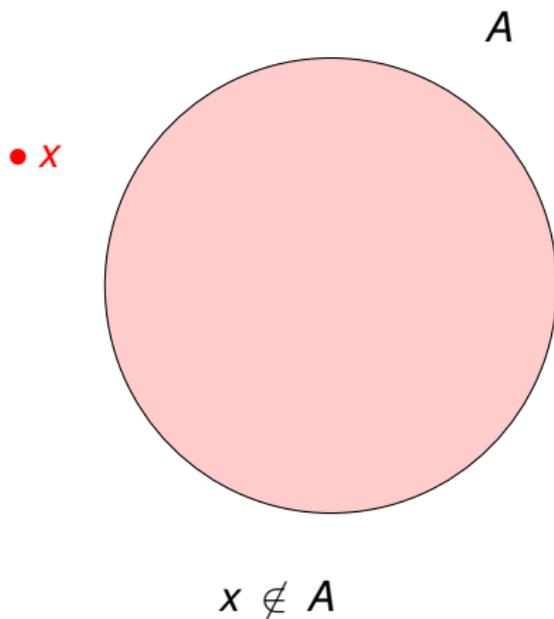
Dans la suite, E , A et B seront trois sous-ensembles d'un ensemble Ω .

Notions sur les ensembles : l'appartenance \in

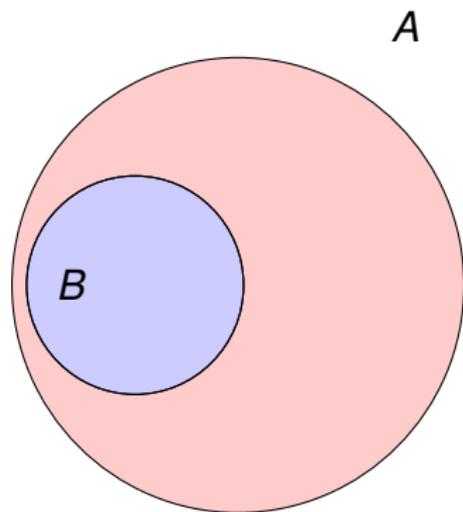


$x \in A$

Notions sur les ensembles : la non appartenance \notin

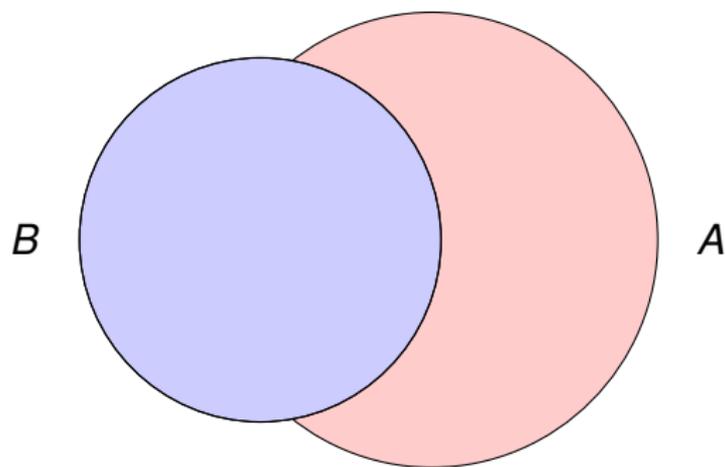


Notions sur les ensembles : l'inclusion \subset



$$B \subset A$$

Notions sur les ensembles : la non inclusion $\not\subset$

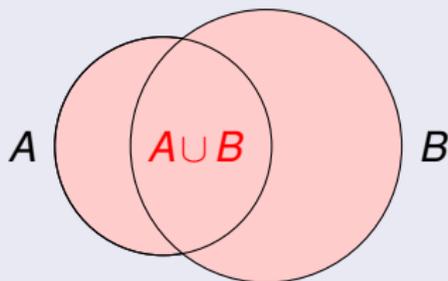


$$B \not\subset A$$

Opérations sur les ensembles : l'union \cup

Définition

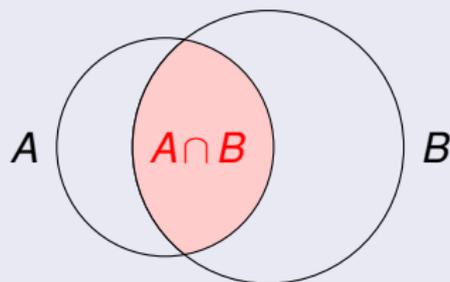
L'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à A ou B ou aux deux est appelé **union** de A et B , noté $A \cup B$.



$$A \cup B = \{x \in E \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Définition

L'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à la fois à A et à B est appelé **intersection** de A et B , noté $A \cap B$.



$$A \cap B = \{x \in E \mid x \in A \text{ et } x \in B\}$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{1, 3, 5\}$$

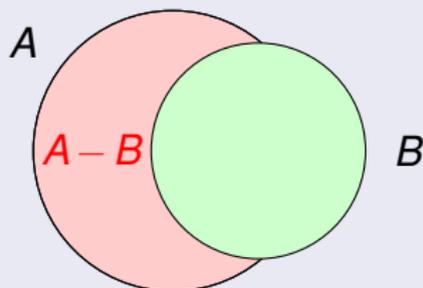
$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{1, 3, 5\}$$

$$A \cap B = \emptyset$$

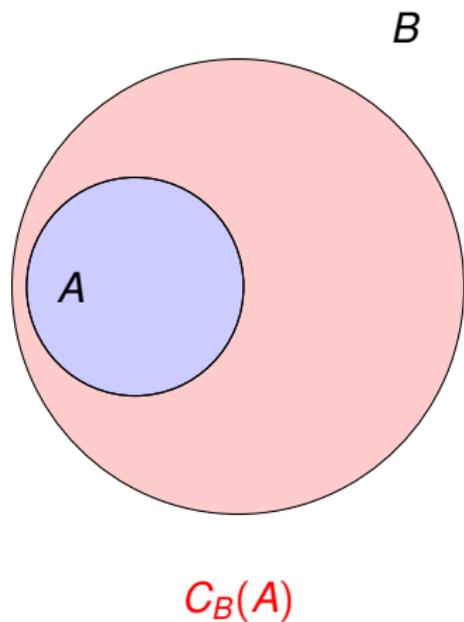
Définition

L'ensemble de tous les éléments de A qui n'appartiennent pas à B est appelé **différence** de A et B , noté $A - B$ ou $A \setminus B$.



$$A - B = \{x \in E \mid x \in A \text{ et } x \notin B\}$$

Opérations sur les ensembles : le complémentaire de A dans B : $C_B(A)$



Quantificateur universel : \forall

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$$

Quantificateur universel : \forall

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$$

Pour tout réel x (quelque soit), x^2 est positif ou nul.

Quantificateur existentiel : \exists

$\exists x \in \mathbb{R}$ tel que $x^2 = 4$

Quantificateur existentiel : \exists

$\exists x \in \mathbb{R}$ tel que $x^2 = 4$

Il existe **au moins** un réel x tel que $x^2 = 4$ (par exemple $x = 2$).

L'implication : \Rightarrow

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

L'implication : \Rightarrow

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$

L'implication : \Rightarrow

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$$

L'implication : \Rightarrow

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 1$

L'implication : \Rightarrow

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 1$

$$x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$$

L'implication : \Rightarrow

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 1$

$$x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$$

FAUX

car si $x \leq -2$ alors $x^2 \geq 4$

L'équivalence : \iff

$$x^2 = 4 \iff x = -2 \text{ ou } x = 2$$

L'équivalence : \iff

$$x^2 = 4 \iff x = -2 \text{ ou } x = 2$$

$x^2 = 4$ si et seulement si $x = -2$ ou $x = 2$

L'équivalence : \iff

$$x^2 = 4 \iff x = -2 \text{ ou } x = 2$$

$x^2 = 4$ si et seulement si $x = -2$ ou $x = 2$

$(x^2 = 4 \Rightarrow x = -2 \text{ ou } x = 2)$ et $(x^2 = 4 \Leftarrow x = -2 \text{ ou } x = 2)$

L'équivalence : \iff

$$x^2 = 4 \iff x = -2 \text{ ou } x = 2$$

$x^2 = 4$ si et seulement si $x = -2$ ou $x = 2$

$(x^2 = 4 \Rightarrow x = -2 \text{ ou } x = 2)$ et $(x^2 = 4 \Leftarrow x = -2 \text{ ou } x = 2)$

\Rightarrow	\Leftarrow
condition nécessaire il faut seulement si	condition suffisante il suffit si

Exercice

Montrer que la somme de deux nombres rationnels est un nombre rationnel.

Exercice

Soit n un entier naturel.

Montrer que si n^2 est impair alors n est impair.

Exercice

Montrer que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

Exercice

Montrer que l'assertion suivante est fausse

"Tout entier positif est somme de trois carrés".

Cas par cas

Récurrence

...

ATTENTION

- 1 Ne pas confondre $=$ et \iff .
- 2 On ne dit pas : "On va calculer le Δ " ou "On fait le Δ "...