

## Épisode I : Dénombrement

### EXERCICE 1

1. De combien de façons peut-on ranger  $p$  objets dans  $n$  tiroirs ?
2. De combien de façons peut-on ranger 10 véhicules sur un parking de 15 places ?
3. Un bateau doit faire escale dans 4 ports. Combien y-a-t-il d'itinéraires possibles ?

### EXERCICE 2

Vous êtes chez vous. Votre voisin fait une fête où le champagne coule à flot. Les invités trinquent et vous entendez 28 tintements de verres. Combien sont-ils ?

### EXERCICE 3

Soient  $n$  et  $p$  deux entiers vérifiant :  $2 \leq p \leq n$ . Trouver le nombre de  $p$ -listes d'éléments distincts de  $[1, n]$  tels que le plus petit élément soit placé en première position et le plus grand en dernière.

### EXERCICE 4

Pour jouer au loto en Belgique, il faut cocher 6 numéros sur une grille qui en compte 42. Pour gagner, il faut avoir au moins 3 numéros communs avec le tirage officiel, qui compte en fait 7 numéros : les 6 premiers constituent la combinaison principale et le septième est le numéro complémentaire. 5 rangs de gains sont définis :

- le premier correspond aux 6 numéros du tirage principal ;
- le deuxième à 5 numéros du tirage principal et le numéro complémentaire ;
- les trois rangs suivants correspondent à 5, 4 ou 3 numéros du tirage principal.

1. Quel est le nombre possible de grilles de 6 numéros ?
2. Pour chaque rang de gain, calculer le nombre de combinaisons gagnantes.

### EXERCICE 5

Dans un jeu de 32 cartes, combien y-a-t-il de mains de 5 cartes contenant exactement un sept ?  
Au moins un sept ?

### EXERCICE 6

On doit asseoir sur un même rang 4 allemands, 3 français et 3 anglais ; les personnes de même nationalité doivent rester groupés. Combien de dispositions sont possibles ?

### EXERCICE 7

On veut former un comité de 7 personnes, constitué de 2 démocrates, 2 républicains, et 3 indépendants. On a le choix parmi 6 démocrates, 5 républicains, et 4 indépendants. Combien de choix sont possibles ?

### EXERCICE 8

8 nouveaux professeurs vont être envoyés dans 4 écoles.

1. Combien d'affectations sont possibles ?
2. Qu'en est-il si l'on impose que chaque école recevra 2 professeurs ?

### EXERCICE 9

Un groupe de 20 personnes, 12 hommes et 8 femmes doit prendre un car pour effectuer une excursion.

À la suite d'un malentendu, un car ne comportant que 10 places se présente et seulement 6 hommes et 4 femmes prendront part à l'excursion.

1. Combien peut-on former de groupes possibles de 6 hommes et 4 femmes ?
2. En supposant que M. A et Mme B ne peuvent appartenir à la même excursion, combien de groupes possibles peut-on constituer ?

### EXERCICE 10

Montrer que, pour tout entier  $n$  et tout entier  $p$ , on a :

$$\binom{n}{p} = \binom{n-2}{p} + 2\binom{n-2}{p-1} + \binom{n-2}{p-2}$$

On donnera au moins une méthode calculatoire et une méthode combinatoire. Pour la méthode combinatoire, considérer un ensemble  $\Omega$  à  $n$  éléments, fixer deux éléments de  $\Omega$  et compter les  $p$ -combinaisons selon qu'elles contiennent ces deux éléments, un seul de ces deux éléments ou aucun de ces éléments.