

Puissance de la communication dans l'exploration coopérative de graphes

Pierre Fraigniaud¹ **David Ilcinkas**² Euripides Markou³
Andrzej Pelc³

¹CNRS, LRI, Université Paris-Sud, France

²LRI, Université Paris-Sud, France

³Dép. d'informatique, Univ. du Québec en Outaouais, Canada

14 octobre 2004

Exploration de graphes

Machine finie

Equipe de robots coopératifs (ensemble fini d'automates finis)

Objectif

Chaque arête d'un graphe **inconnu** et **anonyme** doit être **traversée** par au moins un robot.

Problème : Existe-t-il une machine finie universelle ?

Exploration de graphes

Machine finie

Equipe de robots coopératifs (ensemble fini d'automates finis)

Objectif

Chaque arête d'un graphe **inconnu** et **anonyme** doit être **traversée** par au moins un robot.

Problème : Existe-t-il une machine finie **universelle** ?

Inconnu, Anonyme

Inconnu

- topologie inconnue
- pas de bornes sur la taille

Anonyme

- pas d'étiquetage des sommets
- étiquetage local des arêtes

Inconnu, Anonyme

Inconnu

- topologie inconnue
- pas de bornes sur la taille

Anonyme

- pas d'étiquetage des sommets
- étiquetage local des arêtes

Inconnu, Anonyme

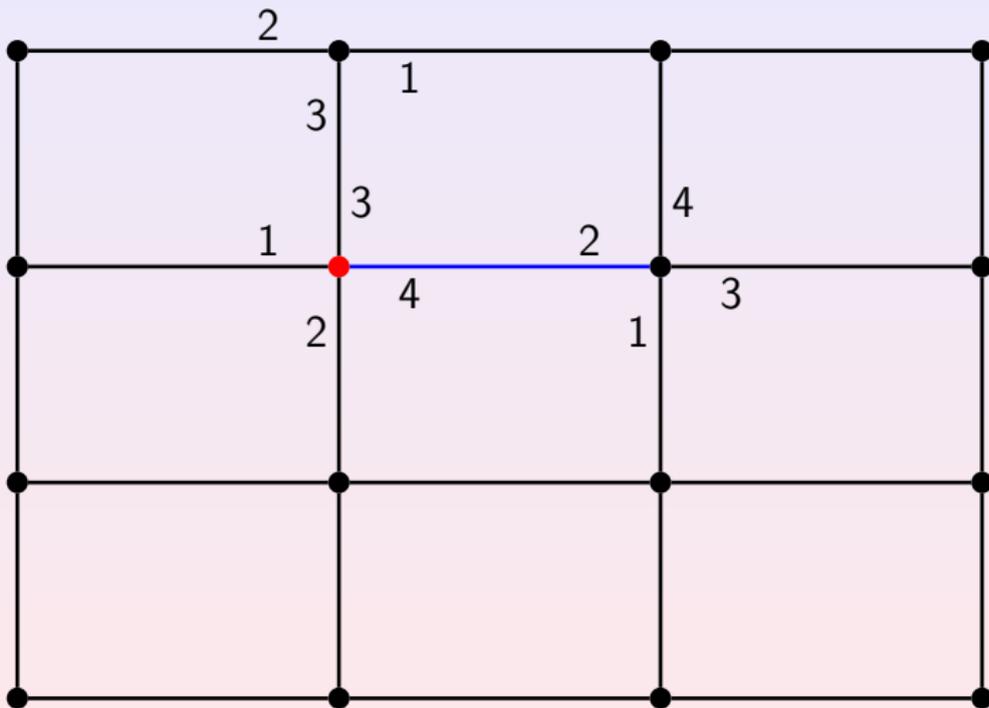
Inconnu

- topologie inconnue
- pas de bornes sur la taille

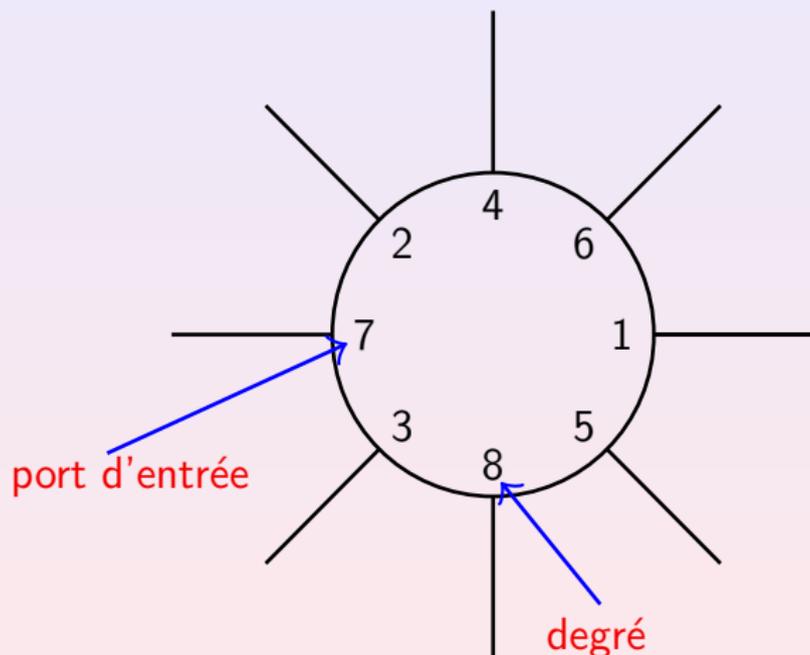
Anonyme

- pas d'étiquetage des sommets
- étiquetage local des arêtes

Exemple d'un graphe anonyme



Entrée de l'automate



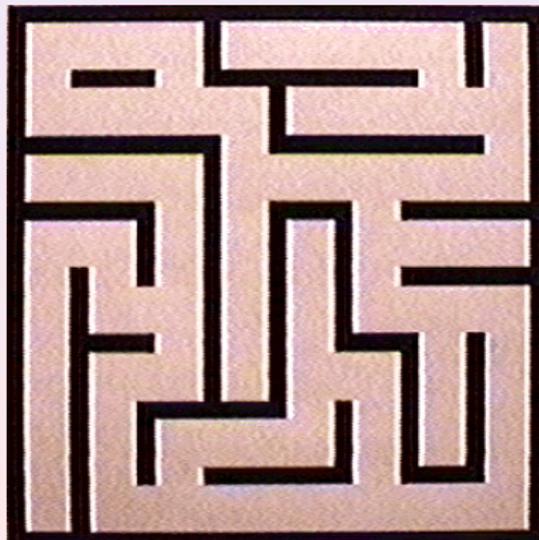
Outline

- 1 Introduction
- 2 **Historique**
 - Labyrinthes
 - Graphes arbitraires
- 3 Résultats
- 4 Éléments de preuve
- 5 Conclusion

Cas particulier : Labyrinthes

Définition

- grille avec des arêtes manquantes
- étiquetage cohérent des arêtes : Nord, Sud, Est, Ouest



Résultats sur les labyrinthes

Budach, Math. Nachrichten 1978
Automata and Labyrinths

automate fini universel

Blum, Kozen, FOCS 1978
On the power of the compass

□ deux automates coopératifs universels pour les labyrinthes
deux automates coopératifs universels pour les graphes

Conclusion : La coopération locale rend possible l'exploration des labyrinthes.

Résultats sur les labyrinthes

Budach, Math. Nachrichten 1978
Automata and Labyrinths

automate fini universel

Blum, Kozen, FOCS 1978
On the power of the compass

∃ deux automates coopératifs universels pour les labyrinthes
deux automates coopératifs universels pour les graphes

Conclusion : La coopération locale rend possible l'exploration des labyrinthes.

Résultats sur les labyrinthes

Budach, Math. Nachrichten 1978
Automata and Labyrinths

∄ automate fini universel

Blum, Kozen, FOCS 1978
On the power of the compass

∃ deux automates coopératifs universels pour les labyrinthes
∄ deux automates coopératifs universels pour les graphes

Conclusion : La coopération locale rend possible l'exploration des labyrinthes.

Résultats sur les labyrinthes

Budach, Math. Nachrichten 1978
Automata and Labyrinths

∄ automate fini universel

Blum, Kozen, FOCS 1978
On the power of the compass

∃ deux automates coopératifs universels pour les labyrinthes
∄ deux automates coopératifs universels pour les graphes

Conclusion : La coopération locale rend possible l'exploration des labyrinthes.

Graphes arbitraires

Budach, Math. Nachrichten, 1978

Automata and Labyrinths

Aucun automate fini n'explore tous les labyrinthes \Rightarrow graphes.

Roth, Acta Informatica, 1980

Automaten in planaren Graphen

Aucune équipe finie d'automates finis n'explore tous les graphes.

Graphes arbitraires

Budach, Math. Nachrichten, 1978

Automata and Labyrinths

Aucun automate fini n'explore tous les labyrinthes \Rightarrow graphes.

Rollik, Acta Informatica, 1980

Automaten in planaren Graphen

Aucune équipe finie d'automates finis n'explore tous les graphes.

Outline

- 1 Introduction
- 2 Historique
- 3 Résultats**
 - Modèles
 - Nos résultats
- 4 Éléments de preuve
- 5 Conclusion

Modèles de coopération

Coopération locale

Deux robots ne peuvent communiquer que s'ils sont sur le même nœud au même instant.

Coopération globale

Les robots communiquent en permanence. En particulier, ils peuvent prévenir d'une rencontre.

Modèles de coopération

Coopération locale

Deux robots ne peuvent communiquer que s'ils sont sur le **même nœud** au **même instant**.

Coopération globale

Les robots **communiquent en permanence**. En particulier, ils peuvent prévenir d'une rencontre.

Modèles de coopération

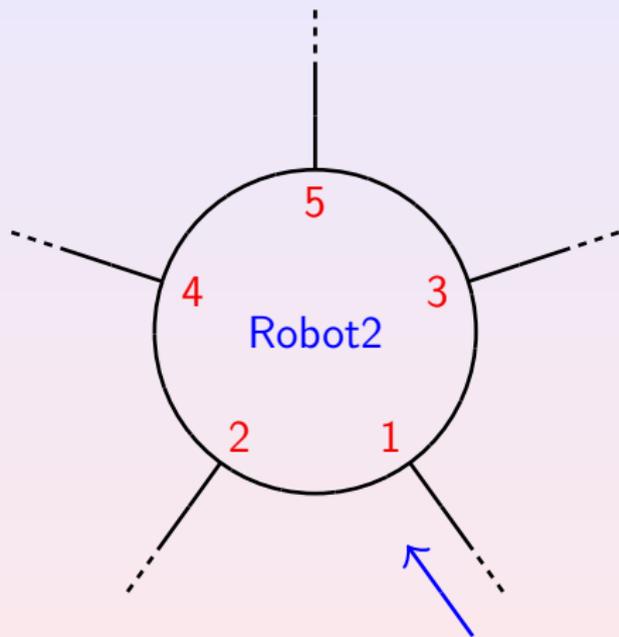
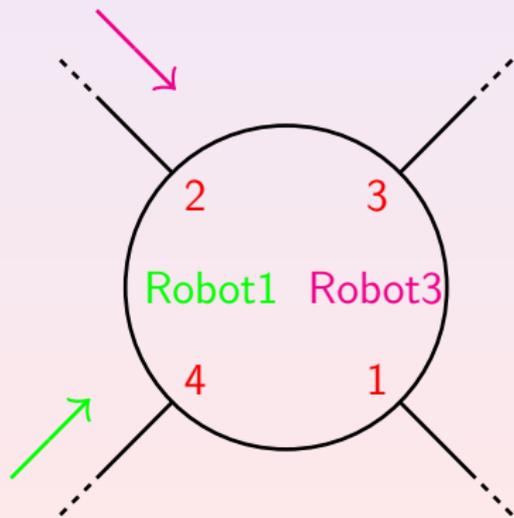
Coopération locale

Deux robots ne peuvent communiquer que s'ils sont sur le **même nœud** au **même instant**.

Coopération globale

Les robots **communiquent en permanence**. En particulier, ils peuvent prévenir d'une rencontre.

Les modèles en exemple



Hydre

connaissance totale \iff état unique

Définition: Hydre

Automate fini à têtes multiples

k automates coopérant globalement \iff une hydre à k têtes

Hydre

connaissance totale \iff état unique

Définition: Hydre

Automate fini à têtes multiples

k automates coopérant globalement \iff une hydre à k têtes

Hydre

connaissance totale \iff état unique

Définition: Hydre

Automate fini à têtes multiples

k automates coopérant globalement \iff une hydre à k têtes

Nos résultats

- une hydre à deux têtes \neq une équipe (pas d'autonomie)
- une hydre à deux têtes n'est pas universelle
- une hydre à trois têtes \neq une hydre à deux têtes
- une hydre à trois têtes n'est pas universelle

Conjecture : Aucune hydre n'est universelle.

Nos résultats

- une hydre à deux têtes $\not\equiv$ une équipe finie d'automates finis
- une hydre à deux têtes n'est pas universelle
- une hydre à trois têtes \succ une hydre à deux têtes
- une hydre à trois têtes n'est pas universelle

Conjecture : Aucune hydre n'est universelle.

Nos résultats

- une hydre à deux têtes $\not\equiv$ une équipe finie d'automates finis
- une hydre à deux têtes n'est pas universelle
- une hydre à trois têtes \succ une hydre à deux têtes
- une hydre à trois têtes n'est pas universelle

Conjecture : Aucune hydre n'est universelle.

Nos résultats

- une hydre à deux têtes $\not\equiv$ une équipe finie d'automates finis
- une hydre à deux têtes n'est pas universelle
- une hydre à trois têtes \succ une hydre à deux têtes
- une hydre à trois têtes n'est pas universelle

Conjecture : Aucune hydre n'est universelle.

Nos résultats

- une hydre à deux têtes $\not\equiv$ une équipe finie d'automates finis
- une hydre à deux têtes n'est pas universelle
- une hydre à trois têtes \succ une hydre à deux têtes
- une hydre à trois têtes n'est pas universelle

Conjecture : Aucune hydre n'est universelle.

Nos résultats

- une hydre à deux têtes $\not\equiv$ une équipe finie d'automates finis
- une hydre à deux têtes n'est pas universelle
- une hydre à trois têtes \succ une hydre à deux têtes
- une hydre à trois têtes n'est pas universelle

Conjecture : Aucune hydre n'est universelle.

Nos résultats

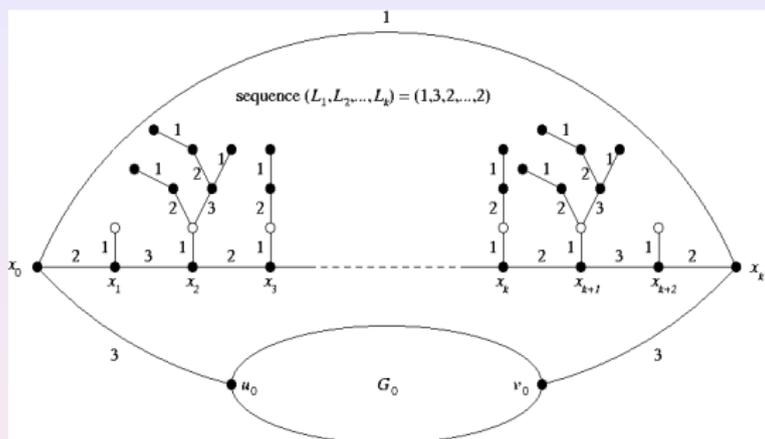
- une hydre à deux têtes $\not\equiv$ une équipe finie d'automates finis
- une hydre à deux têtes n'est pas universelle
- une hydre à trois têtes \succ une hydre à deux têtes
- une hydre à trois têtes n'est pas universelle

Conjecture : Aucune hydre n'est universelle.

Outline

- 1 Introduction
- 2 Historique
- 3 Résultats
- 4 Éléments de preuve**
 - Hydre vs local
 - 2-hydre
 - 2-hydre vs 3-hydre
 - 3-hydre
- 5 Conclusion

Puissance de l'hydre



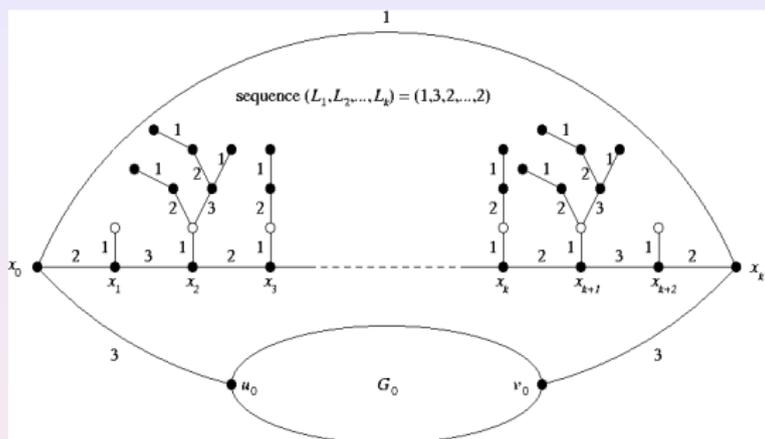
Conclusion

une hydre à deux têtes $\not\leq$ une équipe finie d'automates finis

Corollary

une hydre à k têtes \succ une équipe de k automates finis

Puissance de l'hydre



Conclusion

une hydre à deux têtes $\not\leq$ une équipe finie d'automates finis

Corollary

une hydre à k têtes \succ une équipe de k automates finis

Piège pour une hydre à deux têtes

Graphe d -homogène

- régulier de degré d
- à arêtes colorées (même étiquette aux deux extrémités)

Dans les graphes d -homogènes :
hydre à deux têtes \iff équipe de deux automates

Piège pour une hydre à deux têtes

Graphe d -homogène

- régulier de degré d
- à arêtes colorées (même étiquette aux deux extrémités)

Dans les graphes d -homogènes :
hydre à deux têtes \iff équipe de deux automates

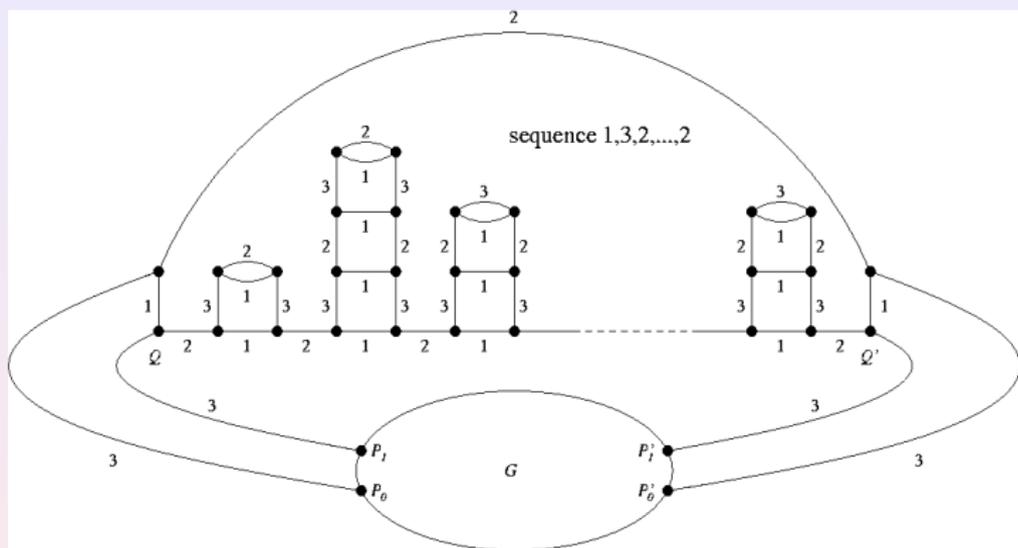
Piège pour une hydre à deux têtes

Graphe d -homogène

- régulier de degré d
- à arêtes colorées (même étiquette aux deux extrémités)

Dans les graphes d -homogènes :
hydre à deux têtes \iff équipe de deux automates

Puissance de l'hydre à trois têtes



Conclusion

une hydre à trois têtes \succ une hydre à deux têtes à 2 têtes.

Piège pour une hydre à trois têtes

- Têtes séparées
 - Têtes séparées (distance bornée les uns des autres)
 - Simulable par un gros automate
 - Têtes piégées dans une méta-méta-structure
- Têtes non séparés (distance bornée les uns des autres)
 - Simulable par un gros automate
 - Têtes piégées dans une méta-méta-structure

Piège pour une hydre à trois têtes

- **Têtes séparées**
 - Deux têtes (ensemble ou pas)
 - Aucune information utile de la troisième tête
 - Piège pour une hydre à deux têtes
 - Une tête séparée
 - Reçoit des informations périodique des deux autres
 - Simulable par un gros automate
 - Tête piégée dans une méta-structure
- **Têtes non séparés** (distance bornée les uns des autres)
 - Simulable par un gros automate
 - Têtes piégées dans une méta-méta-structure

Piège pour une hydre à trois têtes

- Têtes séparées
 - Deux têtes (ensemble ou pas)
 - Aucune information utile de la troisième tête
 - Piège pour une hydre à deux têtes
 - Une tête séparée
 - Reçoit des informations périodique des deux autres
 - Simulable par un gros automate
 - Tête piégée dans une méta-structure
- Têtes non séparés (distance bornée les uns des autres)
 - Simulable par un gros automate
 - Têtes piégées dans une méta-méta-structure

Piège pour une hydre à trois têtes

- **Têtes séparées**
 - **Deux têtes** (ensemble ou pas)
 - Aucune information utile de la troisième tête
 - Piège pour une hydre à deux têtes
 - **Une tête séparée**
 - Reçoit des informations périodique des deux autres
 - Simulable par un gros automate
 - Tête piégée dans une méta-structure
- **Têtes non séparés** (distance bornée les uns des autres)
 - Simulable par un gros automate
 - Têtes piégées dans une méta-méta-structure

Piège pour une hydre à trois têtes

- **Têtes séparées**
 - **Deux têtes** (ensemble ou pas)
 - Aucune information utile de la troisième tête
 - Piège pour une hydre à deux têtes
 - **Une tête séparée**
 - Reçoit des informations périodique des deux autres
 - Simulable par un gros automate
 - Tête piégée dans une méta-structure
- **Têtes non séparés** (distance bornée les uns des autres)
 - Simulable par un gros automate
 - Têtes piégées dans une méta-méta-structure

Outline

- 1 Introduction
- 2 Historique
- 3 Résultats
- 4 Éléments de preuve
- 5 Conclusion**

Conclusion

Résultats

- hydre \succ équipe
- hydre à trois têtes \succ hydre à deux têtes
- hydre à trois têtes n'est pas universelle

Problèmes ouverts

- Pour tout k , est-ce que l'hydre à $k + 1$ têtes est strictement plus puissante que l'hydre à k têtes ?
- Existe-t-il k tel que l'hydre à k têtes soit universelle.

Conclusion

Résultats

- hydre \succ équipe
- hydre à trois têtes \succ hydre à deux têtes
- hydre à trois têtes n'est pas universelle

Problèmes ouverts

- Pour tout k , est-ce que l'hydre à $k + 1$ têtes est strictement plus puissante que l'hydre à k têtes ?
- Existe-t-il k tel que l'hydre à k têtes soit universelle.