

Algorithmique (suite)

Tableaux à 2 dimensions

Plan

- Tableau à deux dimensions
- Lecture
- Quelques algorithmes

Tableau à deux dimensions

- Déclaration:

Variable nomT:Tableau(val1, val2) de type

Ex:

Variable T:Tableau(3,2) d'entiers

T est une variable de type tableau d'entiers à deux dimensions.

La première dimension a une taille égale à 3 et la deuxième a une taille égale à 2

T peut être vue comme une matrice à 3 lignes et 2 colonnes.

Tableau à deux dimensions

- Soit $T(n, m)$ un tableau d'entiers:
 - T contient $n * m$ cases.
 - Ex: Dans l'exemple précédent, T contient 6 cases.
- $T(i, j)$ désigne la case se trouvant à
 - La ligne i
 - La colonne j

Tableau à deux dimensions

- Lecture : tout comme le tableau à 1 dimension, il faut faire la lecture case par case
- Soit $T(n,m)$

```
Pour i = 1 à n
    Pour j = 1 à m
        Lire( T(i,j) )
    Fin Pour
Fin Pour
```

Tableau à 2 dimensions

- Soit T la matrice à 2 lignes et 3 colonnes suivantes:

3	4	1
-1	6	0

- Que vont afficher les instructions suivantes?

```
Pour i = 1 à 3
  Pour j = 1 à 2
    Ecrire (T(j,i))
  Fin Pour
Fin Pour
```

```
Pour i = 1 à 2
  Pour j = 1 à 3
    Ecrire (T(i,j))
  Fin Pour
Fin Pour
```

Algorithme 1

- Soit T une matrice carrée de 3 lignes et 3 colonnes.
- Ecrire un algorithme qui
 - Lit T puis
 - Affiche un message informant si la matrice est symétrique ou pas

Algorithme 1

- Pour la lecture de T
 Pour $i = 1$ à 3
 Pour $j = 1$ à 3
 Lire ($T(i,j)$)
 Fin Pour
 Fin Pour

Algorithme 1

- Vérifier si T est symétrique:
 - Rappel, T est symétrique si $T(i,j) = T(j,i)$ pour tout i et j
- Idée: D'abord supposer que T est symétrique
 - $S = 1$
 - Ensuite, comparer chaque case $T(i,j)$ avec la case $T(j,i)$.
 - Si elles sont différentes alors affecter la valeur 0 à S
 - A la fin, il suffit de voir la valeur de S pour savoir si la matrice est symétrique ou pas

Algorithme 1

$S \leftarrow 1$

Pour $i = 1$ à 3

 Pour $j = 1$ à 3

 Si $T(i,j) \neq T(j,i)$ Alors

$S \leftarrow 0$

 FinSi

 Fin Pour

Fin Pour

Algorithme 1

- Remarques sur la boucle précédente
 - On compare $T(1,1)$ avec $T(1,1)$, $T(2,2)$ avec $T(2,2)$ et $T(3,3)$ avec $T(3,3)$
 - Quand
 - $i=1$ et $j=2$, on compare $T(1,2)$ avec $T(2,1)$
 - $i=2$ et $j=1$, on compare $T(2,1)$ avec $T(1,2)$ → travail en plus

Algorithme 1

Pour $i = 1$ à 3

 Pour $j = i+1$ à 3

 Si $T(i,j) \neq T(j,i)$ Alors

$S \leftarrow 0$

 FinSi

 Fin Pour

Fin Pour

Algorithme 1

Algorithme ex1

Variable S,i,j: entier

Variable T:Tableau(3,3)
d'entiers

Début

Pour i = 1 à 3

 Pour j = 1 à 3

 Lire(T(i,j))

 FinPour

Fin Pour

S ← 1

Pour i = 1 à 3

 Pour j = i+1 à 3

 Si T(i,j) ≠ T(j,i) Alors

 S ← 0

 FinSi

 Fin Pour

Fin Pour

Si S = 1 Alors

 Ecrire(« symétrique »)

Sinon

 Ecrire(« non symétrique »)

FinSi

Fin

Algorithme 2

- Ecrire un algorithme qui
 - Lit une matrice $M(3,3)$ puis
 - Remplace M par M' (sa matrice symétrique)

Algorithme 2

- Idée:
 - Il s'agit donc d'échanger les valeurs des cases $T(i,j)$ et $T(j,i)$ pour toutes les valeurs de i et j

Algorithme 2

- Première proposition (on verra qu'elle est fausse)

Pour $i = 1$ à 3

 Pour $j = 1$ à 3

$Z \leftarrow T(i,j)$

$T(i,j) \leftarrow T(j,i)$

$T(j,i) \leftarrow Z$

 Fin Pour

Fin Pour

Algorithme 2

- Solution :

Pour $i = 1$ à 3

Pour $j = i + 1$ à 3

$Z \leftarrow T(i,j)$

$T(i,j) \leftarrow T(j,i)$

$T(j,i) \leftarrow Z$

Fin Pour

Fin Pour

Algorithme 3

- Soit $T1(n, p)$ et $T2(p, m)$ deux matrices d'entiers
 - Donner la partie de l'algorithme qui permet de calculer le produit matriciel $T1 * T2$ en mettant le résultat dans $T3(n, m)$

Algorithme 3

- Idée :
 - Il suffit pour cela de voir la formule définissant les éléments $T3(i,j)$
 - $T3(i,j)$ est obtenu en réalisant le produit un à un de la ligne i de $T1$ avec la colonne j de $T2$ et en calculant la somme.

$$T3[i, j] = \sum_{k=1}^m T1[i, k] * T2[k, j]$$

Algorithme 3

Pour $i = 1$ à n

 Pour $j = 1$ à m

$T3(i,j) \leftarrow 0$ ' on l'initialise à 0

 Pour $K = 1$ à p

$T3(i,j) \leftarrow T3(i,j) + T1(i,k) * T2(k,j)$

 Fin Pour

 Fin Pour

Fin Pour

Algorithme 4

- Soit $T1$ et $T2$ deux matrices de nombres réels.
- Ecrire la partie de l'algorithme qui permet de tester si $T2$ est la matrice inverse de $T1$.
- Rappel : $T2$ est la matrice inverse de $T1$ ssi $T1 * T2$ est la matrice identité

Algorithme 4

- Idée:
 - On saisit T1 et T2
 - On fait le produit de T1 par T2 et on met le résultat dans T3
 - On vérifie si T3 est la matrice identité

Algorithme 4

- Comment vérifier que T3 est ou non la matrice identité ?
 - Il faut que tous les éléments de la diagonale soient égaux à 1
 - Tous les autres sont nuls
- Idée :
 - On suppose d'abord que T3 est l'identité
 - Puis on teste

Algorithme 4

$S \leftarrow 1$

Pour $i = 1$ à n

 Pour $j = 1$ à n

 Si $i = j$ ET $T(i,j) \neq 1$ Alors

$S \leftarrow 0$

 FinSi

 Si $i \neq j$ ET $T(i,j) \neq 0$ Alors

$S \leftarrow 0$

 Fin Si

 Fin Pour

Fin Pour

Algorithme 5

- Ecrire la partie de l'algorithme qui permet de tester si la matrice $T(4,4)$ d'entiers est triangulaire supérieure.
- Rappel : T est triangulaire supérieure si tous les éléments au dessus de la diagonale sont égaux à 0

Algorithme 6

- Soit T une matrice de 3 lignes et 3 colonnes.
- Donner la portion de l'algorithme qui permet de vérifier si T contient la valeur 1 ou pas