Initiation à l'algorithmique

TD 1

Dans tous les exercices qui suivent on demande d'écrire des algorithmes en utilisant le langage EXALGO défini en cours.

Exercice 1.1

On veut calculer a^n pour un nombre réel a et un entier positif n.
a- Ecrire deux versions de cet algorithme, la première version utilisera une boucle **tant que**, la deuxième utilisera une boucle **pour**.
b- Evaluez en fonction de a et/ou de n le nombre de tour de boucle nécessaire pour calculer a^n avec chacun de vos algorithmes.
On veut maintenant calculer $\sum_{i=0}^{i=n} a^i$.
c- Ecrire un algorithme `somme_puissances` qui utilise l'algorithme `puissance`. Evaluez en fonction de a et/ou de n le nombre de tour de boucle nécessaire pour calculer $\sum_{i=0}^{i=n} a^i$.
d- Ecrire une deuxième version de l'algorithme permettant de calculer $\sum_{i=0}^{i=n} a^i$ en cherchant cette fois-ci à optimiser le nombre de tour de boucle.

Exercice 1.2

Division euclidienne

> *Soient a un entier positif et b un entier strictement positif. Effectuer la division euclidienne (division entière) de a par b, c'est déterminer l'unique couple (q, r) de deux entiers (appelés* quotient *et* reste*) tel que $a = b * q + r$ avec $0 \leq r < b$.*

a- Ecrire un algorithme qui, étant donnés deux entiers $a \geq 0$ et $b > 0$, calcule le quotient et le reste de la division entière de a par b par soustractions successives. Faire tourner votre algorithme en prenant comme paramètres les couples $a = 13$, $b = 3$ et $a = 2$, $b = 7$.
b- Quel le nombre de tours de boucle effectués ? Dans le pire des cas, par quelle valeur est-il borné ?
c- Réécrire l'algorithme à l'aide d'une boucle `répéter jusqu'à`. Est-il toujours valide pour tout couple de données ?
d- Déduire de ce programme deux algorithmes `Modulo` et `QuotientEntier` qui calculent respectivement le reste et le quotient de la division entière de 2 entiers.

Exercice 1.3
Calcul du Plus Grand Commun Diviseur (PGCD) de deux entiers strictement positifs

a- par l'algorithme d'Euclide :

> *Le PGCD de a et b est égal à b si ce dernier divise a, sinon le PGCD de a et b est égal au PGCD de b et de r (où r représente le reste de la division euclidienne de a par b).*

Ecrire l'algorithme PGCD en utilisant l'algorithme Modulo. Que se passe-t-il si $a < b$?

b- par soustraction :

> *Si $a = b$, alors PGCD := a, sinon on recommence avec le couple formé par la différence entre le plus grand et le plus petit, et le plus petit.*

Ecrire l'algorithme correspondant en utilisant une boucle `tant que`. Donner une majoration du nombre de tests de comparaison.

Exercice 1.4
On rappelle que la somme des n premiers impairs est égale au carré de n.
Ecrire à l'aide d'une boucle `tant que` et exclusivement de l'opération d'addition une fonction calculant la racine carrée entière par défaut d'un nombre entier positif donné ; calculer le nombre d'additions et de comparaisons à effectuer.
Même question avec une boucle `répéter...jusqu'à`.
Comparer les deux versions.