

Devoir maison n° 3

Exercice 1

Soit X une v.a. de densité f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} a/x & \text{si } -e \leq x < -1, \\ x+1-a & \text{si } -1 \leq x < 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- 1) Calculer a puis déterminer la fonction de répartition F de X .
- 2) Calculer $E(X)$.

Exercice 2

Si X est une v.a. de loi normale telle que $P(X < 2) = 0,0668$ et $P(X \geq 12) = 0,1587$ calculer la valeur de a telle que $P(|X| < a+3) = 0,95$.

Exercice 3

Soit (X, Y) un couple de v.a. de densité :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{k}{\sqrt{xy}} & \text{si } 0 < x \leq y < 1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Déterminer la valeur de la constante k puis la fonction de répartition F de ce couple.

Exercice 4

Soit (X_n) une suite de v.a. indépendantes et de même loi $N(0, \sigma)$ avec $\sigma > 0$. On définit par récurrence la suite (Y_n) :

$$Y_0 = 0, Y_n = \frac{1}{2}(X_n + Y_{n-1}), n \in \mathbb{N}^*.$$

Etudier la convergence en loi de la suite (Y_n) .