$$E(X_n^+) = \int_0^{+\infty} xf(x)dx$$

$$E(X_n^+) = (\frac{n}{2} - \sqrt{n}) \int_0^{1/n} xdx + \sqrt{n} \int_n^{n+\frac{1}{n}} xdx$$

$$E(X_n^+) = \frac{1}{2}\left(\left(\frac{n}{2} - \sqrt{n}\right)\frac{1}{n^2} + \sqrt{n}\left(\left(n + \frac{1}{n}\right)^2 - n^2\right)\right)$$

$$E(X_n^+) = \frac{n + 4n^2\sqrt{n}}{4n^2}$$

Par raison de symétrie

$$E(X_n^+) = E(X_n^-)$$

Donc

$$E(X_n) = 0$$

Remarque : la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées assure que l'espérance sera nulle si l'intégrale converge !

$$V(X_n) = E((X - E(X)^2)$$

$$V(X_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx$$

$$V(X_n) = 2\left(\int_0^{1/n} x^2 f(x)dx + \int_n^{n+1/n} x^2 f(x)dx\right)$$

$$V(X_n) = 2\left(\int_0^{1/n} x^2 f(x)dx + \int_n^{n+1/n} x^2 f(x)dx\right)$$

$$V(X_n) = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{n^3}\left(\frac{n}{2} - \sqrt{n}\right) + \left(\left(n + \frac{1}{n}\right)^3 - n^3\right)\sqrt{n}\right)$$

$$V(X_n) = \frac{1 + 6n^3\sqrt{n} + 6n\sqrt{n}}{3n^2}$$