# Devoir maison n° 3

## Exercice 1

Soit $X$ une v.a. de densité $f$ définie par :

$$f(x) = \begin{cases} a/x & si \ -e \leqslant x < -1, \\ x+1-a & si \ -1 \leqslant x < 0, \\ 0 & sinon. \end{cases}$$

**1)** Calculer $a$ puis déterminer la fonction de répartition $F$ de $X$.
**2)** Calculer $E(X)$.

## Exercice 2

Si $X$ est une v.a. de loi normale telle que $P(X < 2) = 0,0668$ et $P(X \geqslant 12) = 0,1587$ calculer la valeur de $a$ telle que $P(|X| < a+3) = 0,95$.

## Exercice 3

Soit $(X, Y)$ un couple de v.a. de densité :

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{k}{\sqrt{xy}} & si \ 0 < x \leqslant y < 1, \\ 0 & sinon. \end{cases}$$

Déterminer la valeur de la constante $k$ puis la fonction de répartition $F$ de ce couple.

## Exercice 4

Soit $(X_n)$ une suite de v.a. indépendantes et de même loi $N(0, \sigma)$ avec $\sigma > 0$. On définit par récurrence la suite $(Y_n)$ :

$$Y_0 = 0, \ Y_n = \frac{1}{2}(X_n + Y_{n-1}), n \in \mathbb{N}^\star.$$

Etudier la convergence en loi de la suite $(Y_n)$.