Solution TD2 exercice 1 Question b3

On suppose les variables X et Y indépendantes sur l'espace Ω à valeur respectives dans Ω' et Ω''.
Soit f une fonction quelconque, on note Z=f(Y). Donc Z prend ses valeurs dans f(Ω'').

On doit montrer que

$$Pr(X=x_i \text{ et } Z=z_i) = Pr(X=x_i \text{ et } Z=z_i)$$

Si f est une fonction alors

$$f^{-1}(z_i)=G \text{ avec } G\subset\Omega''.$$

Donc

$$Pr(X=x_i \text{ et } Z=z_i)= Pr(X=x_i \text{ et } Y\in G)$$

D'après la question b3,

$$Pr(X=x_i \text{ et } Y\in G)= Pr(X=x_i)Pr(Y\in G)$$

Or

$$Pr(Y\in G)=Pr(Z=z_i)$$

Donc X et Z sont deux variables aléatoires indépendantes