Solution TD6 exercice 9

Pour définir la position de l'aiguille il suffit de définir

- La position r du centre de l'aiguille par rapport a la lame de plancher la plus proche
- L'angle θ que fait l'aiguille avec la lame de plancher la plus proche du centre

Remarquons que r∈ [0..1/2] et θ∈[0..π/2]. La probabilité rechercher sera donnée par l'aire totale (A) que peut occuper l'aiguille en coupant une jointure divisée par l'aire totale que l'aiguille peut occuper(T).

La surface totale est

$$T = \int_0^{\pi/2} \int_0^{1/2} dr\, d\theta = \frac{\pi}{4}$$

Quand θ est fixé alors pour que l'aiguille coupe une jointure il faut que r ∈ [0..sin(θ)/2]. Donc

$$A = \int_0^{\pi/2} \int_0^{\sin(\vartheta)/2} dr\ d\theta = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \sin(\theta) d\theta = \frac{1}{2}$$

Par suite la probabilité rechercher est 2/π.