TD n° 7 - Exercice 6

On suppose que la température moyenne du mois de janvier à Bordeaux est une variable aléatoire normale, d'espérance 3,7°C et d'écart-type 1,8°C. On suppose que les températures moyennes (du mois de janvier à Bordeaux) des différentes années sont des variables aléatoires indépendantes.

1. *Quelle est la loi de la moyenne des températures moyennes sur 5 années consécutives ?*
   Quelle est la probabilité que cette moyenne sur 5 ans dépasse 5°C

   Réponse : Chaque année i, la température moyenne est donnée par $T_i = \mathcal{N}(3.7, 1.8)$. On suppose les T_i indépendants.
   On pose $M_5 = \frac{1}{5}(T_1 + T_2 + \ldots + T_5)$, d'après les propriétés de la loi normale, M_5 suit une loi normale d'espérance $m = \frac{5\times 3.7}{5} = 3.7$ et d'écart-type $\sigma = \frac{\sqrt{5\times(1.8)^2}}{5} = \frac{1.8}{\sqrt{5}} \approx 0.805$.

   Alors, $P(M_5 > 5) = P(\mathcal{N}(0,1) > \frac{5-m}{\sigma}) = P(\mathcal{N}(0,1) > 1.615) = 0.053$

2. *Quelle est la probabilité que, 5 années consécutives, la température moyenne de janvier dépasse 5°C ?*
   Réponse : C'est la probabilité que $M = Min(T_1, \ldots, T_5)$ soit supérieur à 5.
   On a $P(M > 5) = P(T_1 > 5; T_2 > 5; \ldots; T_5 > 5)$ Comme les variables sont supposées indépendantes et identiques on obtient :
   $P(M > 5) = P(T_1 > 5)^5 = P(\mathcal{N}(0.1) > \frac{5-m}{\sigma})^5 = P(\mathcal{N}(0.1) > 0.722)^2 = (0.2358)^5 = 0.00072$