TD n° 7 - Exercice 8

On effectue 30 observations d'une variable aléatoire X supposée normale. Parmi les valeurs observées, 5 sont inférieures à 240, 15 sont comprises entre 240 et 250, 10 sont supérieures à 250. Proposer des valeurs pour l'espérance μ et l'écart-type σ de X.

Réponse : On a $P(N_{m,\sigma} \leq 240) = \frac{1}{6}$, $P(240 < N_{m,\sigma} \leq 250) = \frac{1}{2}$ et $P(N_{m,\sigma} > 250) = \frac{1}{3}$.

On peut remarquer que $P(N_{m,\sigma} \leq 240) < \frac{1}{2}$ et $P(N_{m,\sigma} > 250) > \frac{1}{2}$, et donc que $m \in]240, 250[$ (car $P(N_{m,\sigma} = m) = \frac{1}{2}$).

Alors

$$P(N_{0,1} \leq \frac{240-m}{\sigma}) = \frac{1}{6}, \text{ et } P(N_{0,1} \leq \frac{250-m}{\sigma}) = \frac{2}{3},$$

i.e.

$$\frac{240-m}{\sigma} = -0.97 \text{ et } \frac{250-m}{\sigma} = 0.43$$

d'où $\sigma = \frac{100}{14}$ et $m = 247 + \frac{27}{14} \simeq 247$.