

## TD n° 7 - Exercice 6

On suppose que la température moyenne du mois de janvier à Bordeaux est une variable aléatoire normale, d'espérance  $3,7^{\circ}\text{C}$  et d'écart-type  $1,8^{\circ}\text{C}$ . On suppose que les températures moyennes (du mois de janvier à Bordeaux) des différentes années sont des variables aléatoires indépendantes.

1. Quelle est la loi de la moyenne des températures moyennes sur 5 années consécutives ?  
Quelle est la probabilité que cette moyenne sur 5 ans dépasse  $5^{\circ}\text{C}$  ?

**Réponse :** Chaque année  $i$ , la température moyenne est donnée par  $T_i = \mathcal{N}(3.7, 1.8)$ . On suppose les  $T_i$  indépendants.

On pose  $M_5 = \frac{1}{5}(T_1 + T_2 + \dots + T_5)$ , d'après les propriétés de la loi normale,  $M_5$  suit une loi normale d'espérance  $m = \frac{5 \times 3.7}{5} = 3.7$  et d'écart-type  $\sigma = \frac{\sqrt{5 \times (1.8)^2}}{5} = \frac{1.8}{\sqrt{5}} \approx 0.805$ .

Alors,  $P(M_5 > 5) = P(\mathcal{N}(0, 1) > \frac{5-m}{\sigma}) = P(\mathcal{N}(0, 1) > 1.615) = 0.053$

2. Quelle est la probabilité que, 5 années consécutives, la température moyenne de janvier dépasse  $5^{\circ}\text{C}$  ?

**Réponse :** C'est la probabilité que  $M = \text{Min}(T_1, \dots, T_5)$  soit supérieur à 5.

On a  $P(M > 5) = P(T_1 > 5; T_2 > 5; \dots; T_5 > 5)$  Comme les variables sont supposées indépendantes et identiques on obtient :

$$P(M > 5) = P(T_1 > 5)^5 = P(\mathcal{N}(0.1) > \frac{5-m}{\sigma})^5 = P(\mathcal{N}(0.1) > 0.722)^2 = (0.2358)^5 = 0.00072$$