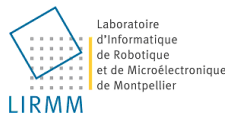
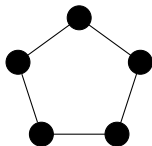


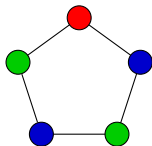
Recoloration des graphes d'arborescence bornée

Marthe Bonamy, Nicolas Bousquet

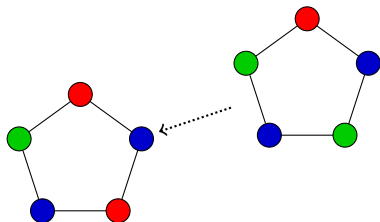
14 Novembre 2012



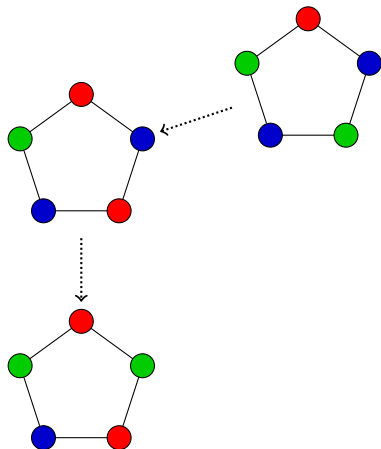




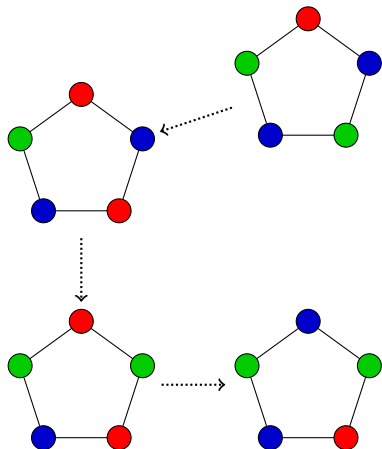
Recoloration de graphes



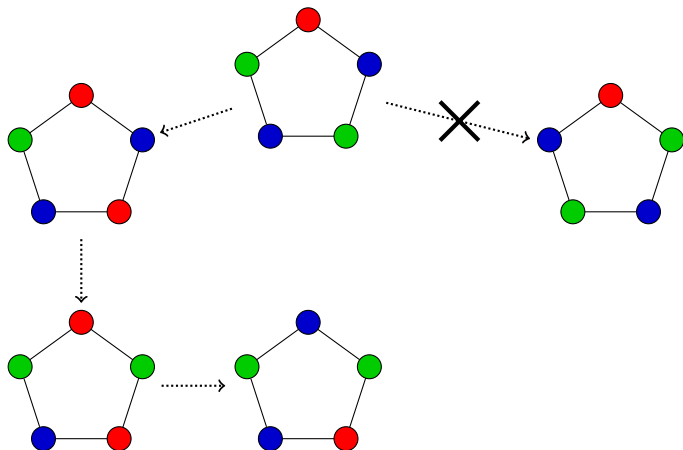
Recoloration de graphes



Recoloration de graphes

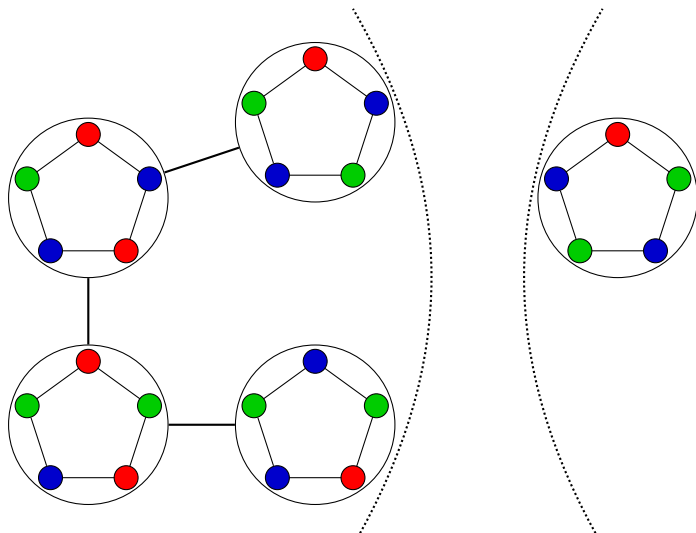


Recoloration de graphes



Recoloration de graphes \Rightarrow Graphe de reconfiguration

Solutions // **Sommets**. Solutions presque identiques // **Voisins**.



- Deux solutions:
 - Dans la même composante connexe ?
 - Quelle distance entre elles ?

- Deux solutions:
 - Dans la même composante connexe ?
 - Quelle distance entre elles ?
- Graphe de reconfiguration:
 - Connexe ?
 - Diamètre maximal d'une composante ?

Définition

***k-mixing**: Le graphe de reconfiguration des k -colorations est connexe.*

Définition

k-mixing: Le *graphe de reconfiguration* des *k-colorations* est *connexe*.

Définition

k-mixing en $\mathcal{O}(A(n))$: *Diamètre* du *graphe de reconfiguration* : *borné par $C \times A(n)$* , *n*: *nombre de sommets*.

Définition

k -mixing: Le graphe de reconfiguration des k -colorations est connexe.

Définition

k -mixing en $\mathcal{O}(A(n))$: Diamètre du graphe de reconfiguration : borné par $C \times A(n)$, n : nombre de sommets.

Et pour les graphes parfaits ?

- $k = \chi(G) = \omega(G) \Rightarrow G$ non k -mixing

Définition

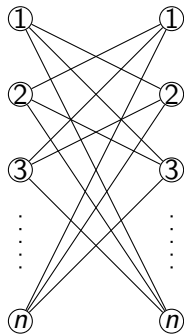
k-mixing: Le graphe de reconfiguration des k -colorations est connexe.

Définition

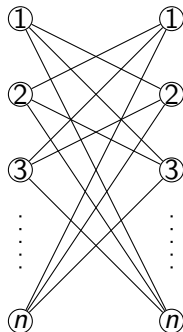
k-mixing en $\mathcal{O}(A(n))$: Diamètre du graphe de reconfiguration : borné par $C \times A(n)$, n : nombre de sommets.

Et pour les graphes parfaits ?

- $k = \chi(G) = \omega(G) \Rightarrow G$ non k -mixing
- $k = \chi(G) + 1$?



État de l'art (2)



Théorème (Cereda, van den Heuvel, Johnson '07)

Graphe *biparti* : 3-mixing ? \Rightarrow *coNP-dur*

Cliques, arbres et graphes chordaux

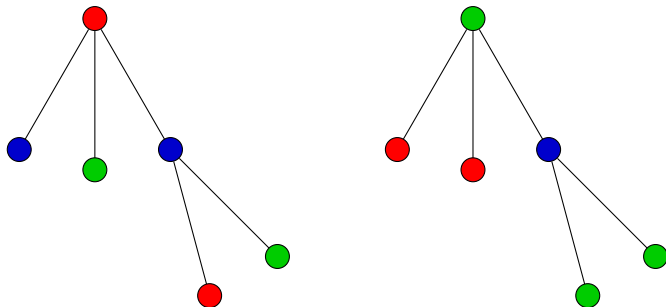
Les cliques sont *k-mixing* en $\mathcal{O}(n)$.

Cliques, arbres et graphes chordaux

Les cliques sont k -mixing en $\mathcal{O}(n)$.

Théorème (B., Johnson, Lignos, Paulusma, Patel '12)

Les arbres sont $(k + 1)$ -mixing en $\mathcal{O}(n^2)$.

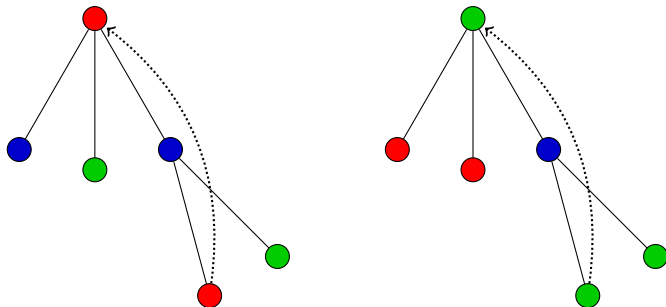


Cliques, arbres et graphes chordaux

Les cliques sont k -mixing en $\mathcal{O}(n)$.

Théorème (B., Johnson, Lignos, Paulusma, Patel '12)

Les arbres sont $(k + 1)$ -mixing en $\mathcal{O}(n^2)$.

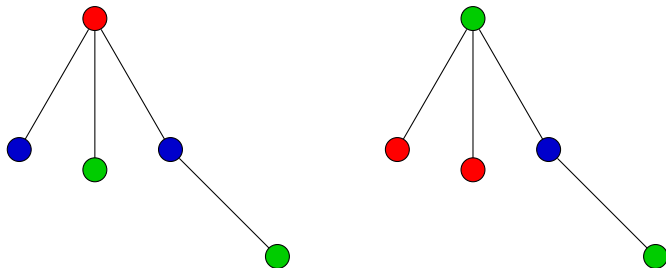


Cliques, arbres et graphes chordaux

Les cliques sont k -mixing en $\mathcal{O}(n)$.

Théorème (B., Johnson, Lignos, Paulusma, Patel '12)

Les arbres sont $(k + 1)$ -mixing en $\mathcal{O}(n^2)$.

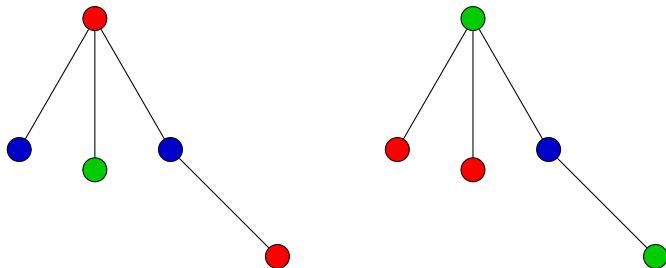


Cliques, arbres et graphes chordaux

Les cliques sont k -mixing en $\mathcal{O}(n)$.

Théorème (B., Johnson, Lignos, Paulusma, Patel '12)

Les arbres sont $(k + 1)$ -mixing en $\mathcal{O}(n^2)$.

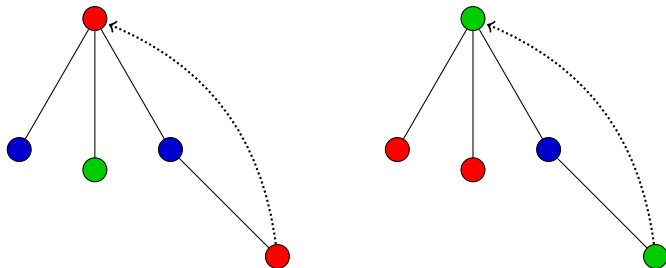


Cliques, arbres et graphes chordaux

Les cliques sont k -mixing en $\mathcal{O}(n)$.

Théorème (B., Johnson, Lignos, Paulusma, Patel '12)

Les arbres sont $(k + 1)$ -mixing en $\mathcal{O}(n^2)$.

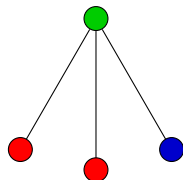
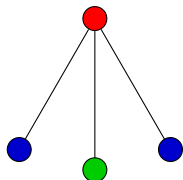


Cliques, arbres et graphes chordaux

Les cliques sont k -mixing en $\mathcal{O}(n)$.

Théorème (B., Johnson, Lignos, Paulusma, Patel '12)

Les arbres sont $(k + 1)$ -mixing en $\mathcal{O}(n^2)$.

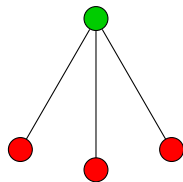
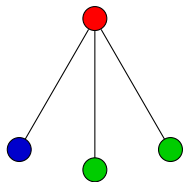


Cliques, arbres et graphes chordaux

Les cliques sont k -mixing en $\mathcal{O}(n)$.

Théorème (B., Johnson, Lignos, Paulusma, Patel '12)

Les arbres sont $(k + 1)$ -mixing en $\mathcal{O}(n^2)$.

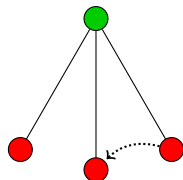
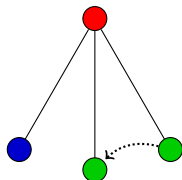


Cliques, arbres et graphes chordaux

Les cliques sont k -mixing en $\mathcal{O}(n)$.

Théorème (B., Johnson, Lignos, Paulusma, Patel '12)

Les arbres sont $(k + 1)$ -mixing en $\mathcal{O}(n^2)$.

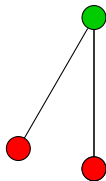
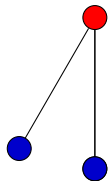


Cliques, arbres et graphes chordaux

Les cliques sont k -mixing en $\mathcal{O}(n)$.

Théorème (B., Johnson, Lignos, Paulusma, Patel '12)

Les arbres sont $(k + 1)$ -mixing en $\mathcal{O}(n^2)$.

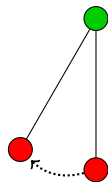
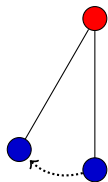


Cliques, arbres et graphes chordaux

Les cliques sont k -mixing en $\mathcal{O}(n)$.

Théorème (B., Johnson, Lignos, Paulusma, Patel '12)

Les arbres sont $(k + 1)$ -mixing en $\mathcal{O}(n^2)$.

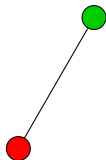
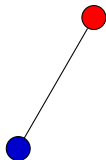


Cliques, arbres et graphes chordaux

Les cliques sont k -mixing en $\mathcal{O}(n)$.

Théorème (B., Johnson, Lignos, Paulusma, Patel '12)

Les arbres sont $(k + 1)$ -mixing en $\mathcal{O}(n^2)$.

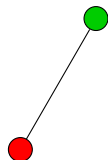
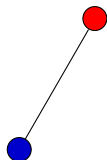


Cliques, arbres et graphes chordaux

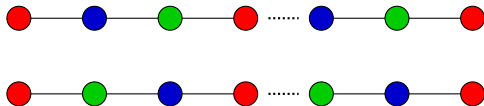
Les cliques sont k -mixing en $\mathcal{O}(n)$.

Théorème (B., Johnson, Lignos, Paulusma, Patel '12)

Les graphes triangulés sont $(k + 1)$ -mixing en $\mathcal{O}(n^2)$.



Et c'est optimal !



Cliques, arbres et graphes chordaux

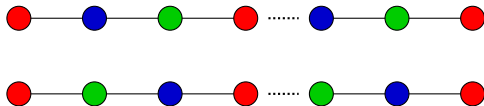
Les cliques sont k -mixing en $\mathcal{O}(n)$.

Théorème (B., Johnson, Lignos, Paulusma, Patel '12)

Les graphes triangulés sont $(k + 1)$ -mixing en $\mathcal{O}(n^2)$.

Graphe triangulé : graphe sans cycle induit de longueur ≥ 4 .

Et c'est optimal !



$$tw(G) = \min_H \{ \chi(H) - 1 \mid G \subseteq H, H \text{ triangulé} \}.$$

$$tw(G) = \min_H \{ \chi(H) - 1 \mid G \subseteq H, H \text{ triangulé} \}.$$

Théorème

Tout graphe G est $(tw(G) + 2)$ -mixing en $\mathcal{O}(2^{tw(G)} \times n^2)$.

$$tw(G) = \min_H \{ \chi(H) - 1 \mid G \subseteq H, H \text{ triangulé} \}.$$

Théorème

Tout graphe G est $(tw(G) + 2)$ -mixing en $\mathcal{O}(2^{tw(G)} \times n^2)$.

Idée de la preuve :

- Sur-graphe triangulé dont chaque clique maximale est de taille $tw(G) + 2$.

$$tw(G) = \min_H \{ \chi(H) - 1 \mid G \subseteq H, H \text{ triangulé} \}.$$

Théorème

Tout graphe G est $(tw(G) + 2)$ -mixing en $\mathcal{O}(2^{tw(G)} \times n^2)$.

Idée de la preuve :

- Sur-graphe triangulé dont chaque clique maximale est de taille $tw(G) + 2$.
- Objectif : coloration optimale.

$$tw(G) = \min_H \{ \chi(H) - 1 \mid G \subseteq H, H \text{ triangulé} \}.$$

Théorème

Tout graphe G est $(tw(G) + 2)$ -mixing en $\mathcal{O}(2^{tw(G)} \times n^2)$.

Idée de la preuve :

- Sur-graphe triangulé dont chaque clique maximale est de taille $tw(G) + 2$.
- Objectif : coloration optimale.
- Identification par classe des sommets recoloriés.

- Sur d'autres classes de graphes ?

- Sur d'autres classes de graphes ?
- Avec plus de couleurs ?

- Sur d'autres classes de graphes ?
- Avec plus de couleurs ?
- Graphes k -mixing en temps super-polynomial ?

- Sur d'autres classes de graphes ?
- Avec plus de couleurs ?
- Graphes k -mixing en temps super-polynomial ?

Merci de votre attention !