

Descripteurs directionnels d'enlacement et d'entrelacement entre objets

Michaël Clément

Camille Kurtz

Laurent Wendling

Université Paris Descartes, LIPADE, équipe SIP - 45 rue des Saints-Pères, 75006 Paris, France

michael.clement@parisdescartes.fr

Résumé

L'analyse des relations spatiales entre objets présents dans des images joue un rôle important dans de nombreux domaines allant de la reconnaissance de formes à la vision par ordinateur. Dans cet article, nous nous intéressons à la description de configurations spatiales complexes, où les objets peuvent être imbriqués les uns dans les autres. Cette notion est formalisée par deux nouvelles relations spatiales que sont l'enlacement et l'entrelacement. Nous proposons un modèle générique permettant de décrire l'enlacement et l'entrelacement d'objets avec une granularité directionnelle. Ces descripteurs présentent des propriétés d'invariance utiles dans des contextes d'analyse et d'interprétation d'images. Nous illustrons et validons le potentiel descriptif de notre approche sur plusieurs exemples caractéristiques, ainsi que pour la classification pathologique d'images ophtalmologiques de fonds d'œil.

Mots Clef

descripteurs de position relative, relations spatiales, enlacement, entrelacement

Abstract

The analysis of spatial relationships between objects in images plays a crucial role in various application domains related to pattern recognition and computer vision. In this article, we address the issue of describing complex spatial configurations, where objects can be imbricated in each other. We formalize this notion with two new spatial relations called the enlacement and interlacement. We propose a generic model that allows to describe enlacement and interlacement configurations between objects, with directional granularity. These descriptors show useful invariance properties in typical image analysis and understanding contexts. We illustrate and validate the descriptive potential of our approach on several characteristic examples, as well as on the pathological classification of ophthalmology fundus images.

Keywords

relative position descriptors, spatial relations, enlacement, interlacement

1 Introduction

L'organisation spatiale d'objets les uns par rapport aux autres joue un rôle fondamental dans la perception de la similitude entre des scènes ou des situations. Au cours des dernières décennies, de nombreux travaux ont été menés quant à l'analyse des relations spatiales, dans différents domaines allant de la reconnaissance de formes à la vision par ordinateur, ceci dans le but principal de décrire le positionnement relatif d'objets dans des images [2]. On peut distinguer dans la littérature deux axes de recherche principaux, reposant sur deux concepts fortement duaux [12] : le concept de *relation spatiale* et celui de *position relative*.

D'une part, dans le premier axe, il est possible de formuler une évaluation floue d'une relation spatiale (par exemple « à gauche de ») pour deux objets, afin de décrire leur position relative. Par exemple, le modèle des paysages flous [1] permet de fournir ce type d'évaluations. Cette approche repose sur une modélisation floue d'une relation spatiale donnée, directement dans l'espace image, en utilisant des opérateurs morphologiques. On trouve des applications de ce modèle dans différents domaines tels que le raisonnement spatial dans les images médicales [5] ou encore la reconnaissance d'écriture manuscrite [6].

D'autre part, dans le second axe, la position d'un objet par rapport à un autre peut elle-même bénéficier d'une représentation quantitative, sous la forme d'un descripteur de position relative. Il est possible d'évaluer différentes relations spatiales à partir de cette représentation, mais aussi d'utiliser de tels descripteurs pour mettre en place des processus de reconnaissance de configurations spatiales similaires. Parmi les différents descripteurs de position relative, on pourra citer notamment le modèle des histogrammes d'angles [13] et celui des histogrammes de forces [11]. Les histogrammes de forces se sont avérés être des descripteurs efficaces pour la description de nombreux types de positions relatives et sont appliqués dans différents travaux, comme la description linguistique de relations spatiales [10] ou encore la recherche d'images par le contenu [7, 4].

Bien que ces deux types d'approches (évaluations floues et descripteurs de position relative) permettent d'interpréter, de manière directionnelle, des relations spatiales simples entre des objets, elle ne permettent pas de décrire convena-

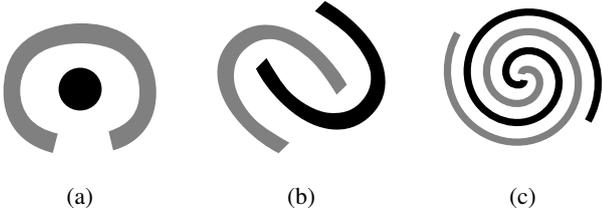


FIGURE 1 – Exemples de situations où la configuration spatiale des objets présente une certaine forme d’enlacement ou d’entrelacement.

blement des configurations spatiales plus complexes telles que celles présentées en Figure 1. Par exemple, en Figure 1 (a), une évaluation de la relation spatiale « entouré par » impliquerait la combinaison de différentes relations directionnelles élémentaires : pour que A soit entouré par B , B doit être présent dans toutes les directions de A . Cette approche est intuitive, mais conduit souvent à des résultats ambigus, car A peut également être considéré simultanément dans toutes les directions de B , laissant alors à croire que B est entouré par A . Le constat précédent est d’autant plus marqué pour les configurations spatiales plus complexes en Figure 1 (b) et (c), où les objets sont imbriqués les uns dans les autres. Par conséquent, il existe un besoin important pour des modèles dédiés à des relations spatiales spécifiques.

Une relation spatiale complexe typique est effectivement l’« entourement ». La notion de « surroundedness » a notamment été introduite par [15]. Cette idée a été approfondie par [17] avec une approche dédiée reposant sur les paysages flous. La relation a également été étudiée du point de vue des descripteurs de position relative, en utilisant les histogrammes de forces [9], mais l’approche souffre des ambiguïtés mentionnées précédemment. Une autre relation spatiale spécifique est « between ». Cette relation a été étudiée de manière détaillée dans [3], en utilisant des définitions fondées sur les enveloppes convexes, ou encore les opérations morphologiques. Des applications de cette relation spatiale pour l’analyse d’images histologiques ont notamment été proposées par [8]. Des travaux ont également été réalisés pour la relation spatiale « along » [16], ou encore pour caractériser l’alignement et le parallélisme d’objets en télédétection [18].

Ainsi, même si différentes relations spatiales complexes ont été étudiées dans la littérature, aucune approche spécifique n’a été proposée à ce jour pour décrire convenablement des configurations spatiales telles que celles présentées en Figure 1. Dans ce contexte, nous proposons une nouvelle approche pour la modélisation de telles configurations entre des objets présents dans des images. Nous introduisons deux nouvelles relations spatiales que sont l’*enlacement* (i.e., enlacement relatif d’un objet par rapport à un autre) et l’*entrelacement* (i.e., enlacement mutuel de deux objets), qui peuvent être interprétées comme une

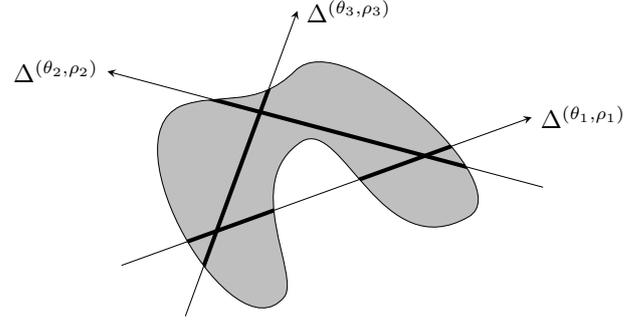


FIGURE 2 – Différentes coupes longitudinales d’un objet binaire du plan par des droites orientées.

généralisation de la notion d’entourement ou d’imbrication entre des objets. Pour pouvoir décrire de telles relations pour des tâches de reconnaissance, notre approche repose sur le développement de nouveaux descripteurs de position relative, avec une granularité directionnelle.

La suite de cet article est organisée comme suit. En section 2, nous présentons un modèle générique permettant de décrire l’enlacement et l’entrelacement d’objets présents dans des images. Les deux descripteurs découlant de ce modèle sont représentés par des histogrammes circulaires (histogrammes d’enlacement et d’entrelacement). Une validation expérimentale de ce modèle, portant sur l’analyse pathologique d’images ophtalmologiques de fonds d’œil, est présentée en section 3. Enfin, des conclusions et perspectives sont proposées en section 4.

2 Méthodologie

Le raisonnement appliqué pour construire notre modèle repose sur l’idée qu’une évaluation globale de la position d’un objet par rapport à un autre peut être obtenue en agrégeant l’information spatiale locale entre les différents points des objets considérés individuellement.

2.1 Définitions et notations

Dans la suite, un objet A du plan est défini par sa fonction caractéristique $f_A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Cette définition générique permet de manipuler à la fois des objets binaires (f_A peut valoir 0 ou 1), flous (f_A dans l’intervalle $[0, 1]$) ou réels. Soit $\theta \in \mathbb{R}$ une direction, et $\rho \in \mathbb{R}$ une distance depuis l’origine. Nous définissons une droite orientée d’angle θ , à l’altitude ρ par l’ensemble $\Delta^{(\theta, \rho)} = \{e^{i\theta}(t + i\rho), t \in \mathbb{R}\}$ où $t \in \mathbb{R}$ dénote la coordonnée d’un point relativement à la droite $\Delta^{(\theta, \rho)}$. Nous définissons alors une *coupe longitudinale* de l’objet A le long d’une droite $\Delta^{(\theta, \rho)}$ par :

$$f_A^{(\theta, \rho)} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ t \longmapsto f_A(e^{i\theta}(t + i\rho)). \quad (1)$$

Géométriquement, dans le cas où l’objet est binaire, une telle coupe longitudinale d’un objet est soit vide (la droite orientée ne traverse pas l’objet), soit composée d’un nombre fini de segments, comme illustré en Figure 2.

2.2 Enlacement le long d'une droite

Soit (A, B) un couple d'objets du plan. Notre objectif est de décrire dans quelle mesure A est enlacé par B . Afin de construire une telle description, l'idée est de prendre en compte la disposition spatiale de points $a_i \in A$ et $b_i \in B$ comme des arguments à mettre en faveur de la proposition « A est enlacé par B ». Pour mesurer une telle relation, il s'agit de comptabiliser le nombre de fois où des points de A se situent « entre » des points de B . Il est cependant difficile de déterminer avec précision de telles occurrences directement dans le plan. Nous proposons donc de manipuler les points des objets dans un cadre unidimensionnel, le long de droites orientées, où la notion d'un point « entre » deux autres peut être définie sans ambiguïtés.

Soient $f_A^{(\theta, \rho)}$ et $f_B^{(\theta, \rho)}$ les coupes longitudinales respectives de A et B le long d'une droite orientée $\Delta^{(\theta, \rho)}$. La quantité de A localisée après des points de B le long d'une droite $\Delta^{(\theta, \rho)}$ est donnée par :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_B^{(\theta, \rho)}(x) \int_x^{+\infty} f_A^{(\theta, \rho)}(y) dy dx. \quad (2)$$

De manière symétrique, la quantité de A située avant des parties de B est donnée par :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_A^{(\theta, \rho)}(x) \int_x^{+\infty} f_B^{(\theta, \rho)}(y) dy dx. \quad (3)$$

L'idée est ensuite de combiner ces deux quantités, de manière à prendre en compte simultanément les parties de B situées avant et après des parties de A . Nous introduisons ainsi la définition suivante :

Définition 1. Soit f et g deux fonctions mesurables et bornées sur un support compact de \mathbb{R} dans \mathbb{R} . L'enlacement de f par g est défini par :

$$E(f, g) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \int_x^{+\infty} f(y) \int_y^{+\infty} g(z) dz dy dx. \quad (4)$$

Cette définition générique entre deux fonctions peut être appliquée à des coupes longitudinales $f_A^{(\theta, \rho)}$ et $f_B^{(\theta, \rho)}$. Ainsi, $E(f_A^{(\theta, \rho)}, f_B^{(\theta, \rho)})$ est une valeur scalaire qui représente l'enlacement global de A par B le long de la droite orientée $\Delta^{(\theta, \rho)}$. Par exemple, lorsque les objets sont définis de manière binaire, cette valeur correspond au nombre de triplets ordonnés de points (b_i, a_k, b_j) , avec $b_i < a_k < b_j$ qui peuvent être considérés comme des arguments en faveur de la proposition « A est enlacé par B ».

2.3 Enlacement directionnel d'objets

L'ensemble des droites parallèles $\{\Delta^{(\theta, \rho)}, \rho \in \mathbb{R}\}$ orientées dans une direction θ traverse un objet en un ensemble de coupes longitudinales. Ainsi, pour mesurer globalement l'enlacement d'un objet par un autre objet dans une direction, il est possible d'accumuler les valeurs d'enlacement obtenues pour chacune des coupes longitudinales ; ce qui est exprimé par la définition suivante.

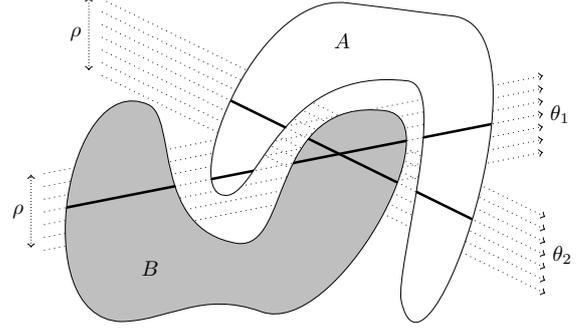


FIGURE 3 – L'ensemble des droites parallèles orientées dans une direction découpent les objets objets A et B en des ensembles de coupes longitudinales.

Définition 2. Soit $\theta \in \mathbb{R}$ un angle, et soit A et B un couple d'objets. L'enlacement de A par B dans la direction θ est défini par :

$$E_{AB}(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(f_A^{(\theta, \rho)}, f_B^{(\theta, \rho)}) d\rho. \quad (5)$$

Le principe de cette définition est illustré en Figure 3. Dans le cas binaire, cette définition correspond au nombre de triplets de points à mettre en faveur de la proposition « A est enlacé par B » le long de toutes les coupes longitudinales de direction θ . La valeur scalaire résultant de cette définition est donc essentiellement directionnelle, et dépend de la configuration spatiale des deux objets.

2.4 Descripteurs d'enlacement et d'entrelacement

En se basant sur le modèle introduit précédemment, nous introduisons ci-après deux nouveaux descripteurs directionnels permettant de mieux caractériser quantitativement l'enlacement et l'entrelacement entre deux objets.

Afin de mieux refléter l'enlacement global d'un objet par un autre, la valeur scalaire d'enlacement dans une direction donnée doit être relative à la surface totale des deux objets. De cette manière, l'enlacement de différents couples d'objets ayant la même aire (mais des formes différentes) peut être comparé. On note $\|A\|_1$ l'aire d'un objet A . Nous proposons alors la définition suivante :

Définition 3. Soit A et B deux objets. Le descripteur directionnel de l'enlacement de A par B est défini par la fonction :

$$\mathcal{E}_{AB} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ \theta \longmapsto \frac{E_{AB}(\theta)}{\|A\|_1 \|B\|_1}. \quad (6)$$

Par construction, en considérant des valeurs de θ dans l'intervalle $[0, 2\pi[$, le descripteur peut être interprété comme un histogramme circulaire, que nous nommons \mathcal{E} -histogramme. L'histogramme d'enlacement \mathcal{E}_{AB} permet de

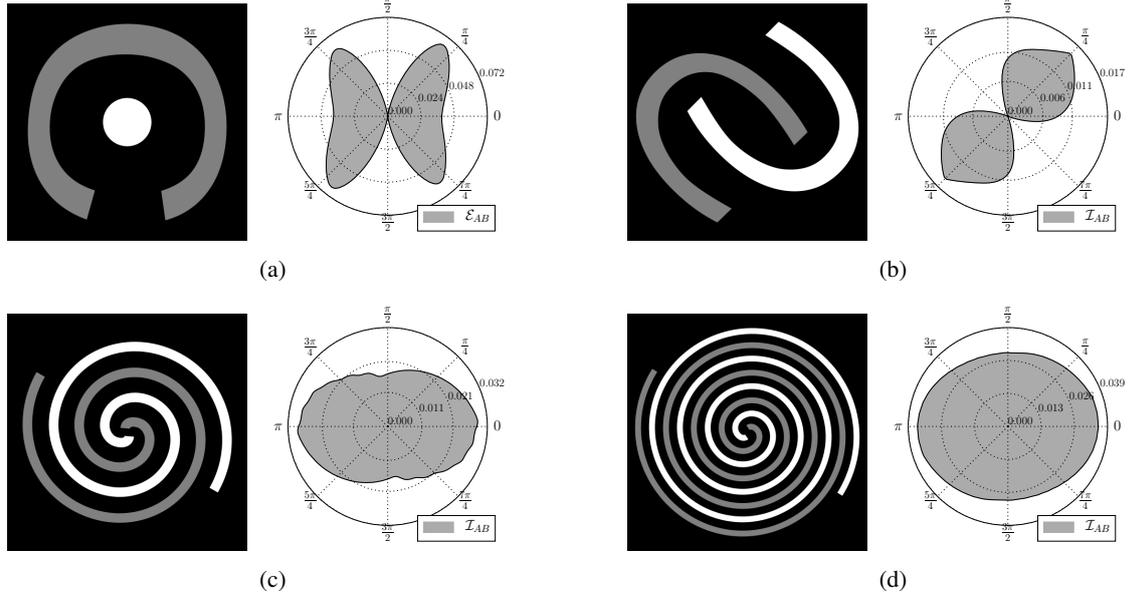


FIGURE 4 – Représentations polaires des histogrammes directionnels d’enlacement et d’entrelacement pour quelques exemples caractéristiques (l’objet A est blanc et l’objet B est gris). (a) Descripteur d’enlacement \mathcal{E}_{AB} de l’objet A par l’objet B . (b), (c), (d) Descripteur d’entrelacement \mathcal{I}_{AB} des deux objets.

caractériser quantitativement dans quelle mesure un objet A est enlacé par un objet B . Il s’agit ainsi d’un descripteur de position relative, qui décrit la position d’un objet toujours par rapport à un autre.

Par conséquent, le descripteur \mathcal{E}_{AB} seul ne permet pas de décrire complètement la configuration spatiale des deux objets : il est nécessaire de prendre en compte le descripteur \mathcal{E}_{BA} pour décrire la configuration sans ambiguïtés. Nous proposons alors de combiner ces deux descripteurs pour obtenir une description de l’*entrelacement* des deux objets (défini comme un enlacement mutuel).

Définition 4. Soit (A, B) un couple d’objets. Nous définissons le descripteur directionnel d’entrelacement de (A, B) comme la moyenne harmonique de leurs descripteurs d’enlacement respectifs :

$$\mathcal{I}_{AB}(\theta) = \frac{2 \mathcal{E}_{AB}(\theta) \mathcal{E}_{BA}(\theta)}{\mathcal{E}_{AB}(\theta) + \mathcal{E}_{BA}(\theta)}. \quad (7)$$

Comme pour les descripteurs d’enlacement, le descripteur d’entrelacement peut être interprété comme un histogramme circulaire, nommé \mathcal{I} -histogramme.

Par ailleurs, nous avons montré que ces descripteurs d’enlacement et d’entrelacement présentent les propriétés suivantes (preuves omises ici par manque de place) :

- *Symétrie* : les descripteurs sont π -périodiques ;
- Invariance en *translation* ;
- Invariance en *mise à l’échelle* ;
- Quasi-invariant en *rotation* : une rotation des objets implique seulement un décalage circulaire des valeurs des histogrammes.

De telles propriétés sont bien souvent nécessaires pour la reconnaissance des formes et la classification.

2.5 Complexité algorithmique

Nous proposons ici quelques considérations algorithmiques pour calculer ces descripteurs dans le cas discret. Le calcul de $\mathcal{E}_{AB}(\theta)$ dans une direction requiert de générer l’ensemble des droites parallèles $\{\Delta^{(\theta, \rho)}, \rho \in \mathbb{R}\}$ traversant l’image. Ceci est effectué à partir de l’algorithme de Bresenham de tracé de droites discrètes. Pour une image composée de N pixels, le nombre de points le long d’une droite est borné par \sqrt{N} . La triple intégrale de la Définition 1 est calculée comme une distribution de produits de longueurs de segments. Ces longueurs sont obtenues de manière isotrope, en prenant en compte l’angle d’orientation. Cette manipulation des segments induit une complexité cubique le long d’une droite, soit une complexité en $\mathcal{O}(N\sqrt{N})$. Enfin, le nombre de droites parallèles est également borné par \sqrt{N} , on obtient donc une complexité en $\mathcal{O}(kN^2)$ pour calculer l’histogramme d’enlacement \mathcal{E}_{AB} le long de k directions discrètes ($k = 180$ dans cet article). Notons qu’il s’agit d’une complexité au pire des cas, qui reste difficilement atteignable en pratique, car cela impliquerait des objets extrêmement déformés avec un nombre maximal d’alternances de pixels entre les objets A et B .

3 Validations expérimentales

Nous illustrons tout d’abord le comportement des descripteurs d’enlacement et d’entrelacement sur plusieurs exemples caractéristiques. Nous proposons ensuite une validation expérimentale de ces descripteurs sur une base

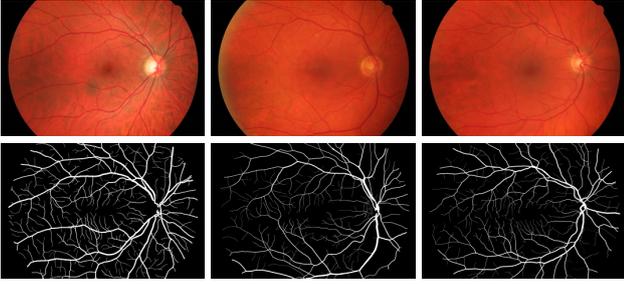


FIGURE 5 – Images du jeu de données HRF [14], ainsi que les segmentations des vaisseaux sanguins. De gauche à droite : cas sain, rétinopathie diabétique, glaucome.

d’images de rétines, dans un contexte de classification automatique de pathologies.

3.1 Exemples caractéristiques

Nous proposons d’étudier les descripteurs d’enlacement et d’entrelacement obtenus pour les configurations spatiales complexes introduites précédemment en Figure 1. La Figure 4 présente des représentations polaires des histogrammes directionnels obtenus pour ces configurations : (a) présente l’histogramme d’enlacement \mathcal{E}_{AB} (\mathcal{E}_{BA} vaut 0 partout), tandis que (b), (c) et (d) présentent les histogrammes d’entrelacement \mathcal{I}_{AB} entre les deux objets. Cette représentation polaire permet de visualiser simultanément les quantités d’enlacement et d’entrelacement le long de toutes les directions.

Dans la situation (a), on constate un enlacement non nul dans la plupart des directions, ce qui caractérise bien le fait que l’objet blanc est enlacé par l’objet gris. L’enlacement est cependant nul le long de l’axe vertical, ce qui peut être interprété par le fait que l’objet blanc peut « s’échapper » de la situation sans traverser l’objet gris. Pour la configuration (b), on peut constater que l’histogramme d’entrelacement présente une orientation dominante le long de l’axe diagonal : cet axe permet de décrire la situation directionnelle d’imbrication des deux objets. Dans les situations (c) et (d), la forte imbrication des spirales induit des valeurs globalement élevées des histogrammes d’entrelacement.

3.2 Données réelles

Dans le cadre de nos expérimentations, nous avons utilisé une base d’images ophtalmologiques de fonds d’œil¹, dont quelques images sont présentées en Figure 5. Cette base est composée de 45 images : 15 fonds d’œil issus de patients sains, 15 présentant des symptômes de rétinopathie diabétique et 15 des symptômes de glaucome. Ce jeu de données est traditionnellement utilisé pour évaluer des méthodes de segmentation des vaisseaux sanguins, car il est proposé avec des segmentations de référence produites par des experts. Nous proposons ici d’utiliser ce jeu de données pour caractériser l’entrelacement des vaisseaux par

1. *High-Resolution Fundus* (HRF) [14]

TABLE 1 – Résultats obtenus pour une classification binaire des images à partir des descripteurs d’entrelacement.

	précision	rappel	f1-score	support
sain	0.81	0.87	0.84	15
pathologique	0.93	0.90	0.92	30
moy / total	0.89	0.89	0.89	45

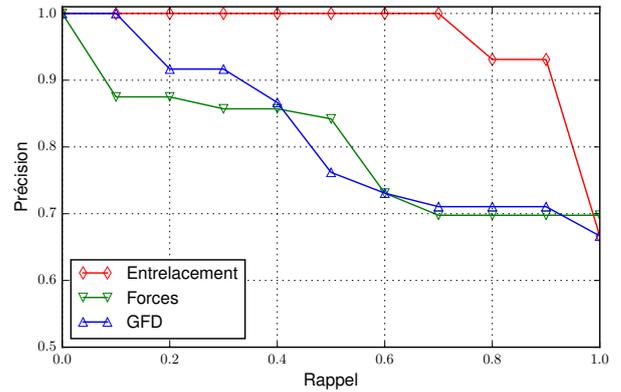


FIGURE 6 – Courbes de précision-rappel obtenues pour les descripteurs d’entrelacement, par rapport aux histogrammes de forces [11] et aux descripteurs GFD [19].

rapport au fond de l’œil, dans le but de discriminer les différentes pathologies. En effet, dans le cas des situations pathologiques citées précédemment, le réseau s’atrophie et la « complexité » des vaisseaux sanguins diminue (Figure 5). Notons qu’il existe d’autres symptômes biologiques qui permettent de caractériser ces pathologies, mais que l’objectif ici est avant tout d’illustrer la capacité de description de notre approche dans ce contexte médical.

3.3 Protocole expérimental

Les descripteurs d’entrelacement \mathcal{I}_{AB} ont été calculés pour chaque image du jeu de données HRF : l’objet A désigne les vaisseaux sanguins et B le fond de l’œil. À partir de ces descripteurs, nous effectuons alors une classification des images par recherche des k plus proches voisins (avec $k = 5$), selon un protocole de validation croisée de type « *leave-one-out* » (*i.e.*, chaque image de test est comparée au reste du jeu de données, ceci successivement pour toutes les images). La métrique utilisée pour comparer les descripteurs est la norme L_2 . Nous avons réparti les images du jeu de données selon deux classes : fond d’œil *normal* ou *pathologique* (cette classe comprenant alors les cas de glaucome et de diabète). Nous calculons alors différents indicateurs statistiques permettant d’évaluer la qualité des résultats de classification obtenus.

3.4 Résultats expérimentaux

Le Tableau 1 présente les résultats obtenus pour la classification binaire des images à partir des histogrammes d'entrelacement. À partir de ces résultats, nous pouvons observer la capacité des descripteurs d'entrelacement à discriminer les images issues de patients sains de celles présentant des pathologies. Ils permettent de caractériser efficacement l'atrophie du réseau vasculaire dans les images issues de patients atteints de diabète ou de glaucome.

Afin de mieux attester de la qualité de notre approche, nous avons comparé les résultats obtenus sur ce jeu de données pour d'autres méthodes de l'état de l'art : les histogrammes de forces [11] et les descripteurs de Fourier génériques (GFD) [19]. Les histogrammes de forces sont ici calculés avec une force constante, entre les vaisseaux sanguins et le fond d'œil. Les GFD sont des descripteurs de forme qui sont ici calculés pour caractériser la forme des vaisseaux sanguins. Les classifications avec ces méthodes ont été effectuées selon un protocole expérimental identique.

La Figure 6 présente les courbes de précision-rappel obtenues pour chacune des trois approches. Les seuillages sont obtenus à partir des valeurs de distance aux plus proches voisins. Pour différentes valeurs de rappel uniformément espacées $r \in \{0, 0.1, \dots, 1\}$, nous calculons la précision interpolée :

$$p_{\text{interp}}(r) = \max_{r' \geq r} p(r').$$

Ces résultats comparatifs confirment ainsi l'intérêt des descripteurs proposés pour caractériser et discriminer des situations complexes d'entrelacement, comme illustrées dans cet exemple d'imagerie ophtalmologique.

3.5 Cartes de chaleur

Nous proposons également un moyen de visualiser l'entrelacement de deux objets à partir d'une carte de chaleur. Celle-ci permet de représenter la contribution locale de chaque point des objets dans le calcul global de leurs enlacements directionnels.

La Figure 7 présente les cartes de chaleur obtenues pour deux images de rétines. Cette stratégie de visualisation permet d'attester qualitativement les régions des objets qui sont plus ou moins entrelacées. On peut notamment distinguer un entrelacement global bien plus faible pour les vaisseaux sanguins de l'image du fond d'œil pathologique.

4 Conclusion et perspectives

Dans cet article, nous avons introduit une nouvelle approche pour la description de configurations spatiales complexes entre des objets représentés dans des images. Nous avons défini de nouvelles relations spatiales, l'enlacement et l'entrelacement, et nous avons proposé un modèle générique permettant de décrire ces relations de manière directionnelle. Une validation expérimentale de ce modèle dans un contexte médical nous a permis d'attester de sa capacité à caractériser des configurations spatiales complexes.

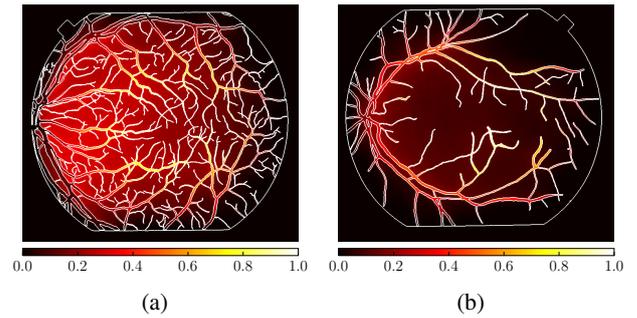


FIGURE 7 – Cartes de chaleur illustrant l'entrelacement des vaisseaux sanguins avec le fond d'œil pour deux images. (a) Cas sain. (b) Rétinopathie diabétique.

Ces travaux ont également permis d'ouvrir la voie à différentes perspectives. L'information locale riche contenue par les cartes de chaleur d'entrelacement pourra notamment être exploitée afin d'identifier de manière guidée des régions d'intérêt dans une image, en fonction du type d'application souhaité. Dans la suite, il serait également intéressant d'étudier l'apport de notre modèle lorsqu'il est combiné à d'autres types de caractéristiques visuelles classiquement utilisées en analyse d'images. Enfin, des applications de cette approche dans d'autres domaines telles que l'analyse d'images de télédétection sont envisagées.

Références

- [1] I. Bloch. Fuzzy relative position between objects in image processing : a morphological approach. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(7) :657–664, 1999.
- [2] I. Bloch. Fuzzy spatial relationships for image processing and interpretation : A review. *Image and Vision Computing*, 23(2) :89–110, 2005.
- [3] I. Bloch, O. Colliot, and R. M. Cesar. On the ternary spatial relation "between". *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B : Cybernetics*, 36(2) :312–327, 2006.
- [4] M. Clément, M. Garnier, C. Kurtz, and L. Wendling. Color Object Recognition Based on Spatial Relations between Image Layers. In *Proceedings of the International Conference on Computer Vision Theory and Applications – VISAPP 2015*, pages 427–434, 2015.
- [5] O. Colliot, O. Camara, and I. Bloch. Integration of fuzzy spatial relations in deformable models - Application to brain MRI segmentation. *Pattern Recognition*, 39(8) :1401–1414, 2006.
- [6] A. Delaye and E. Anquetil. Learning of fuzzy spatial relations between handwritten patterns. *International Journal on Data Mining, Modelling and Management*, 6(2) :127–147, 2014.
- [7] M. Garnier, T. Hurtut, and L. Wendling. Object Description Based on Spatial Relations between Level-

Sets. In *Proceedings of the International Conference on Digital Image Computing Techniques and Applications – DICTA 2012*, pages 1–7. IEEE, 2012.

- [8] N. Loménie and D. Racoceanu. Point set morphological filtering and semantic spatial configuration modeling : Application to microscopic image and bio-structure analysis. *Pattern Recognition*, 45(8) :2894–2911, 2012.
- [9] P. Matsakis and S. Andréfouët. The fuzzy line between among and surround. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems – FUZ-IEEE 2002*, volume 2, pages 1596–1601, 2002.
- [10] P. Matsakis, J. M. Keller, L. Wendling, J. Marjamaa, and O. Sjahputera. Linguistic description of relative positions in images. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B : Cybernetics*, 31(4) :573–88, 2001.
- [11] P. Matsakis and L. Wendling. A new way to represent the relative position between areal objects. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(7) :634–643, 1999.
- [12] P. Matsakis, L. Wendling, and J. Ni. A general approach to the fuzzy modeling of spatial relationships. In *Methods for Handling Imperfect Spatial Information*, pages 49–74. 2010.
- [13] K. Miyajima and A. Ralescu. Spatial organization in 2D segmented images : Representation and recognition of primitive spatial relations. *Fuzzy Sets and Systems*, 65(2) :225–236, 1994.
- [14] J. Odstrcilik, R. Kolar, A. Budai, J. Hornegger, J. Jan, J. Gazarek, T. Kubena, P. Cernosek, O. Svoboda, and E. Angelopoulou. Retinal vessel segmentation by improved matched filtering : Evaluation on a new high-resolution fundus image database. *IET Image Processing*, 7(4) :373–383, 2013.
- [15] A. Rosenfeld and R. Klette. Degree of adjacency or surroundedness. *Pattern Recognition*, 18(2) :169–177, 1985.
- [16] C. M. Takemura, R. M. Cesar, and I. Bloch. Modeling and measuring the spatial relation along : Regions, contours and fuzzy sets. *Pattern Recognition*, 45(2) :757–766, 2012.
- [17] M. C. Vanegas, I. Bloch, and J. Inglada. A fuzzy definition of the spatial relation “surround” - Application to complex shapes. In *Proceedings of the European Society for Fuzzy Logic and Technology – EUSFLAT 2011*, pages 844–851, 2011.
- [18] M. C. Vanegas, I. Bloch, and J. Inglada. Alignment and parallelism for the description of high-resolution remote sensing images. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 51(6) :3542–3557, 2013.
- [19] D. Zhang and G. Lu. Shape-based image retrieval using generic Fourier descriptor. *Signal Processing : Image Communication*, 17(10) :825–848, 2002.