

TD 3 bis : CRC et codage de Hamming

Master 1 Informatique

Exercice 1

Le code de Hamming $(m + k, m)$ associe à un ensemble de m bits de données k bits de contrôle. Ce code permet de détecter et de corriger n'importe quelle erreur sur 1 bit. Le bit de données en position j est contrôlé par les bits dont les positions sont les coefficients de la décomposition binaire de j . Nous avons vu le code Hamming(11,7) en TD 3, i.e., $m + k = 11$ et $m = 7$. Voyons maintenant le code Hamming(15,11) :

- [source] un mot de 11 bits ($s_3, s_5, s_6, s_7, s_9, s_{10}, s_{11}, s_{12}, s_{13}, s_{14}, s_{15}$)
 - [code] 4 bits de contrôle (c_1, c_2, c_4, c_8)
 - [mot envoyé] 15 bits ($c_1, c_2, s_3, c_4, s_5, s_6, s_7, c_8, s_9, s_{10}, s_{11}, s_{12}, s_{13}, s_{14}, s_{15}$)
1. Quels bits contrôlent s_{12} et s_{15} ?

Après codage et transmission, le mot reçu est le suivant : 110010111011010.

2. Supposons qu'il n'y a eu qu'une seule erreur. Sur quel bit est-elle ?
3. Quel est le message source d'origine (corrigé) en binaire et en décimal ?
4. Pour un code de Hamming $(m + k, m)$, si k est fixe, quel est la valeur maximum possible de m ?

Exercice 2

1. Soit une trame de n bits et un BER p . Quelle est la probabilité que la trame contienne deux erreurs ou plus (strictement plus qu'une erreur) ?
2. Soit un code de Hamming $(n + k, k)$. Pour k fixé, rappelez quelle est la valeur maximum que peut prendre n .
3. On supposant justement qu'on envoie la valeur maximum de n pour k fixé, quelle est la probabilité que le code fonctionne ?

Supposons qu'on a un moyen de savoir, pour un envoi, si le code a fonctionné ou non. S'il n'a pas fonctionné, on renvoie les mêmes données.

On veut envoyer un fichier de F bits en utilisant le code de Hamming $(n + k, k)$. Le débit théorique est D , le BER est toujours p et k est toujours fixé. On veut calculer la valeur optimale de n pour minimiser le volume de données réellement envoyées.

4. En fonction des paramètres ci-dessous, donner le volume de données réellement envoyées et le débit effectif.
5. Donner le temps de transmission (on ignore le temps de propagation).
6. (Question bonus difficile) Donner la valeur optimale de n qui minimise le temps de transmission.