

Application du résultat de bad1

Soit l'application suivante

```
> (add2 1)
((lambda(x)
  (if (null? '(add1 add1))
      x
      (add1 ((bad1 add1) x))))
1)
```

Choisir une réduction parmi :

- ▶ Application de la lambda
- ▶ Calcul du if
- ▶ Appel récursif
- ▶ Forme normale (pas de réduction possible)

Application du résultat de bad1 (1)

```
( (lambda(x)
  (if (null? '(add1 add1))
      x
      (add1 ((bad1 add1) x))))
1)
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(if (null? '(add1 add1))
    1
    (add1 ((bad1 add1) 1)))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application du résultat de bad1 (2)

```
(if (null? '(add1 add1))  
    1  
    (add1 ((bad1 add1) 1)))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 ((bad1 add1) 1))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application du résultat de bad1 (3)

```
(add1 ((bad1 add1) 1))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 ((lambda (x)
        (if (null? '(add1))
            x
            (add1 ((bad1 add1) x))))
      1))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application du résultat de bad1 (4)

```
(add1 ( (lambda(x)
        (if (null? '(add1))
            x
            (add1 ((bad1 add1) x))))
      1))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 (if (null? '(add1))
          1
          (add1 ((bad1 add1) 1))))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application du résultat de bad1 (5)

```
(add1 (if (null? '(add1))  
          1  
          (add1 ((bad1 add1) 1))))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 (add1 ((bad1 add1) 1)))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application du résultat de bad1 (6)

```
(add1 (add1 ((bad1 add1) 1)))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 (add1 ((lambda(x)
              (if (null? '())
                  x
                  (add1 ((bad1 add1) x))))
            1)))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application du résultat de bad1 (7)

```
(add1 (add1 ( (lambda(x)
               (if (null? '())
                   x
                   (add1 ((bad1 add1) x))))
              1)))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 (add1 (if (null? '())
                1
                (add1 ((bad1 add1))))))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application du résultat de bad1 (8)

```
(add1 (add1 (if (null? '())  
1  
(add1 ((bad1 add1))))))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 (add1 1))  
(add1 2)  
3
```

Forme normale

Deuxième ébauche d'écriture : bad2

- ▶ On sort le if de la λ -expression afin qu'il s'exécute lors de l'application de la fonctionnelle.

```
(define (bad2 . l)
  (if (null? l)
      identity
      (lambda (x)
        ((car l) ((apply bad2 (cdr l)) x)))))
```

- ▶ Application de bad2 :

```
> (define add2 (bad2 add1 add1))
```

```
(if (null? (list add1 add1))
    identity
    (lambda(x)
      (add1 ((bad2 add1) x))))
```

- ▶ **Étape suivante** : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application de bad2 (1)

```
(if (null? (list add1 add1))  
    identity  
    (lambda(x)  
      (add1 ((bad2 add1) x))))
```

β
→

```
(lambda(x)  
  (add1 ((bad2 add1) x)))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application de bad2 (1)

```
(lambda(x)
  (add1 ((bad2 add1) x)))
```

Les calculs restants se déroulent lors de l'application de la fonction résultat add2 : (add2 1)

```
((lambda(x)
  (add1 ((bad2 add1) x)))
  1)
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application de add2 (1)

```
((lambda(x)  
  (add1 ((bad2 add1) x)))  
1)
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 ((bad2 add1) 1))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application de add2 (2)

```
(add1 ((bad2 add1) 1))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 ((if (null? (list add1))
           identity
           (lambda(x)
              (add1 ((bad2) x))))
      1))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application de add2 (3)

```
(add1 ( (if (null? (list add1))
          identity
          (lambda(x)
            (add1 ((bad2) x))))
      1))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 ((lambda(x)
        (add1 ((bad2) x)))
      1))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application de add2 (4)

```
(add1 ( (lambda(x)
        (add1 ((bad2) x)))
        1))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 (add1 ((bad2) 1)))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application de add2 (5)

```
(add1 (add1 ((bad2) 1)))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 (add1 ((if (null? '())  
                identity  
                (lambda(x) (add1 ((bad2) x))))  
          1)))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application de add2 (6)

```
(add1 (add1 ( (if (null? '())  
              identity  
              (lambda(x) (add1 ((bad2) x))))  
          1)))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 (add1 (identity 1)))  
(add1 (add1 1))  
(add1 2)  
3
```

Forme normale

```
> (define sqr1+ (o add1 sqr))
```

```
(if (null? (list sqr))  
    add1  
    (o (lambda(x)  
        (add1 (sqr x))))))
```

Étape suivante : λ ou if ou récursion ou forme normale

Application de `o` (1)

```
(if (null? (list sqr))  
    add1  
    (o (lambda(x)  
        (add1 (sqr x))))))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(o (lambda(x)  
    (add1 (sqr x))))
```

Étape suivante : `λ` ou `if` ou `réursion` ou `forme normale`

Application de `o` (2)

```
(o (lambda(x)
  (add1 (sqr x))))
```

β
→

```
(if (null? '())
    (lambda(x)
      (add1 (sqr x)))
    (o (lambda(x) ...)))
```

Étape suivante : `λ` ou `if` ou `réursion` ou `forme normale`

Application de `o` (3)

```
(if (null? '())  
  (lambda(x)  
    (add1 (sqr x)))  
  (o (lambda(x) ...)))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(lambda(x)  
  (add1 (sqr x)))
```

Étape suivante : `λ` ou `if` ou `réursion` ou `forme normale`

Application de \circ (3)

```
(if (null? '())  
    (lambda(x)  
      (add1 (sqr x)))  
    (o (lambda(x) ...)))
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(lambda(x)  
  (add1 (sqr x)))
```

forme normale

Application de `sqr1+`

Les calculs suivants sont réalisés lors de l'application de la fonction `sqr1+`. Ils ne concernent que ceux qui dépendent de son argument.

```
> (sqr1+ 1)
```

```
((lambda(x)  
  (add1 (sqr x)))  
 1)
```

$\xrightarrow{\beta}$

```
(add1 (sqr 1))
```