

# Animation

*Crédits :*

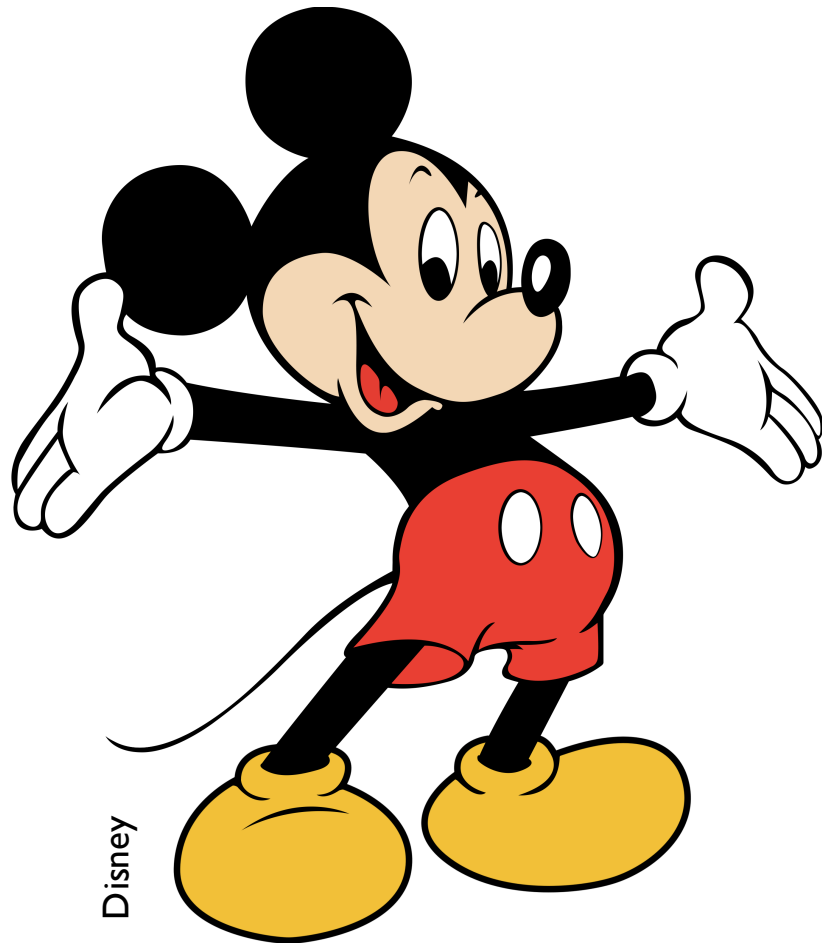
Estelle Duveau, Marie-Paule Cani, Lionel Revert, François Faure,  
Ravi Ramamoorthi, Ronen Barzel

# Plan

1. **Introduction**
2. Cinématique
3. Déformation de surfaces

# Double héritage

## Dessin animé

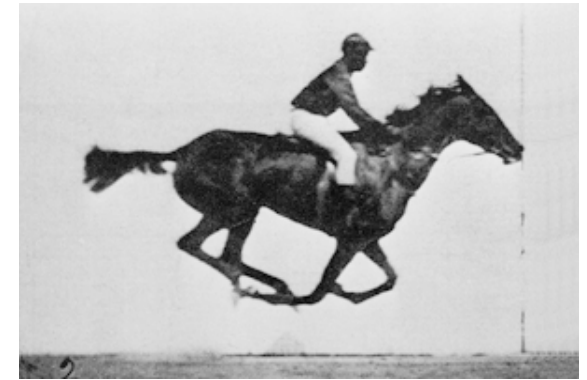
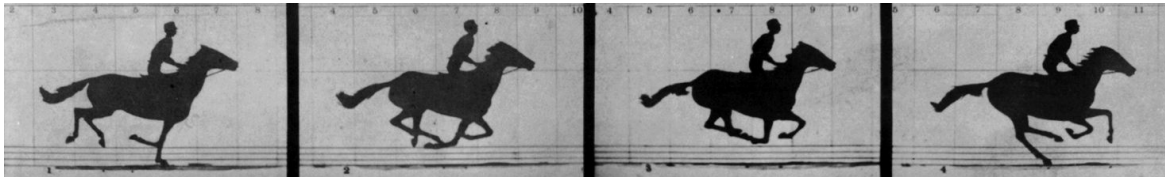


## Robotique

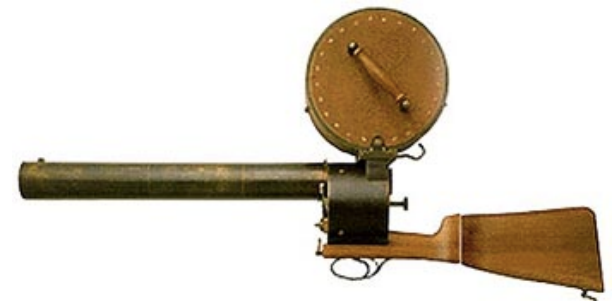
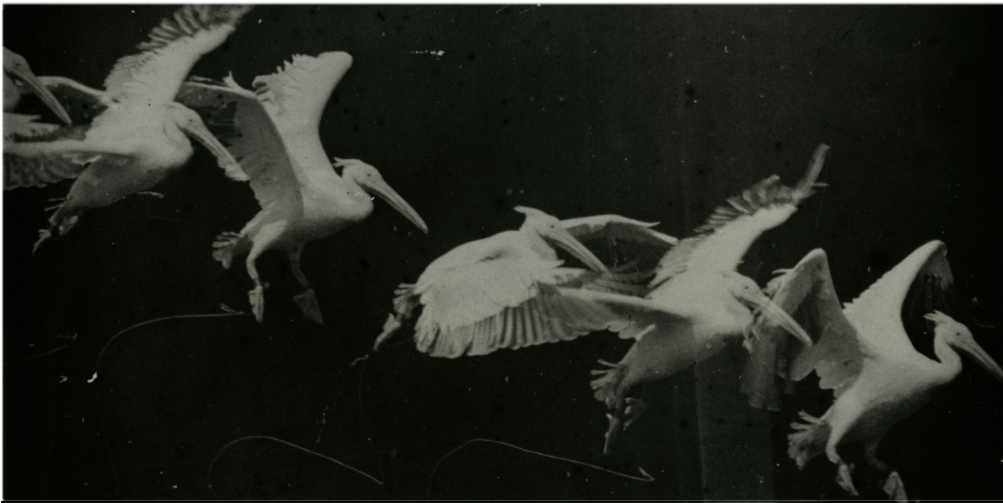


# Origines de la cinématique

**Eadweard Muybridge (1830-1904)**



**Etienne-Jules Marey (1830-1904)**



fusil photographique

# Phénakistiscope (1831)



Muybridge, 1839

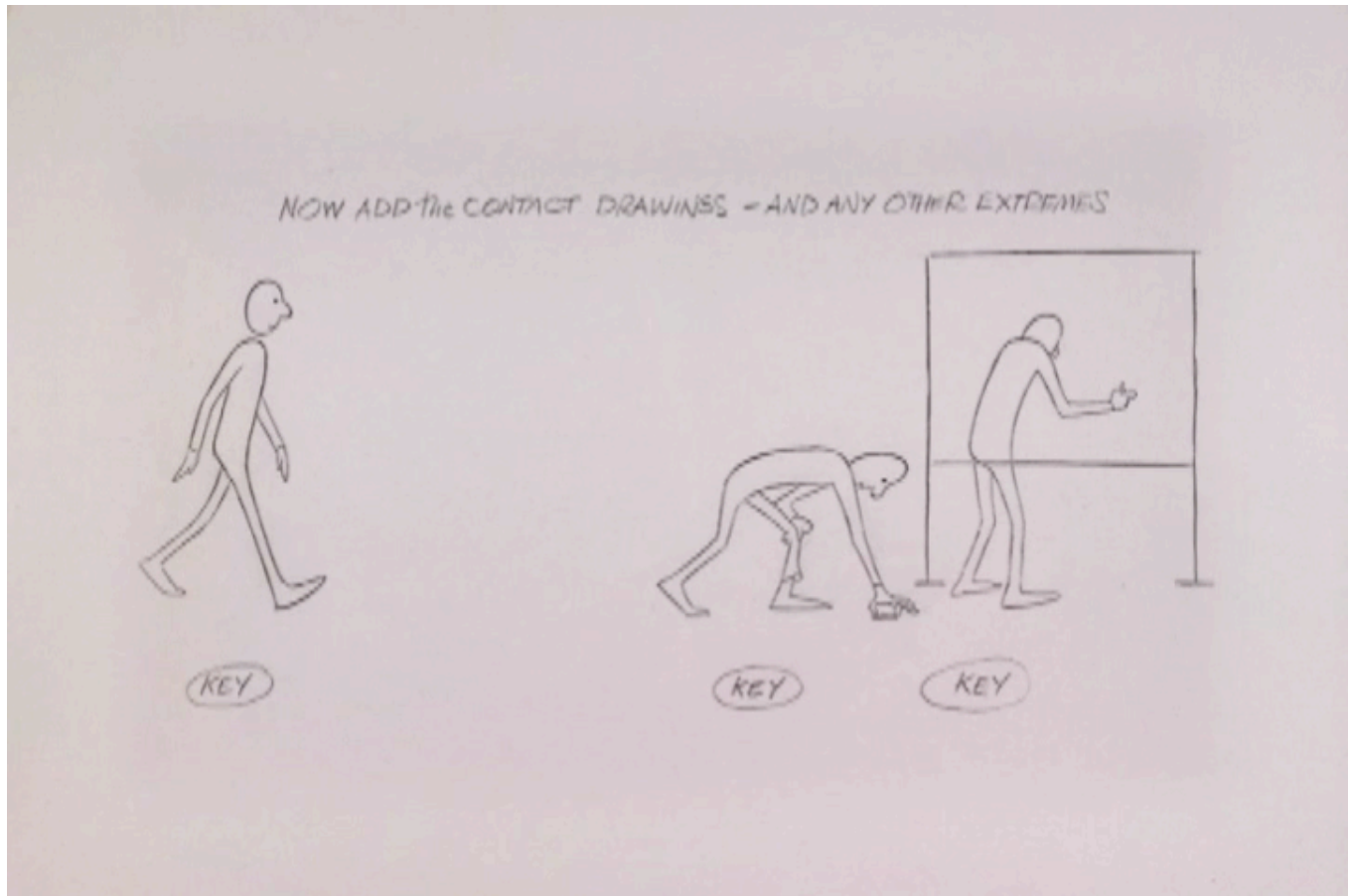
# *Gertie le dinosaure* (1914)

**Windsor McCay** (1869-1934)



1<sup>er</sup> dessin animé par **image clés**

# Animation par images clés



Richard Williams, *The Animator's Survival Kit*

# Animation sur celluloïd (1915)

**J.R. Bray & Earl Hurd**  
(1879-1978) (1880-1940)

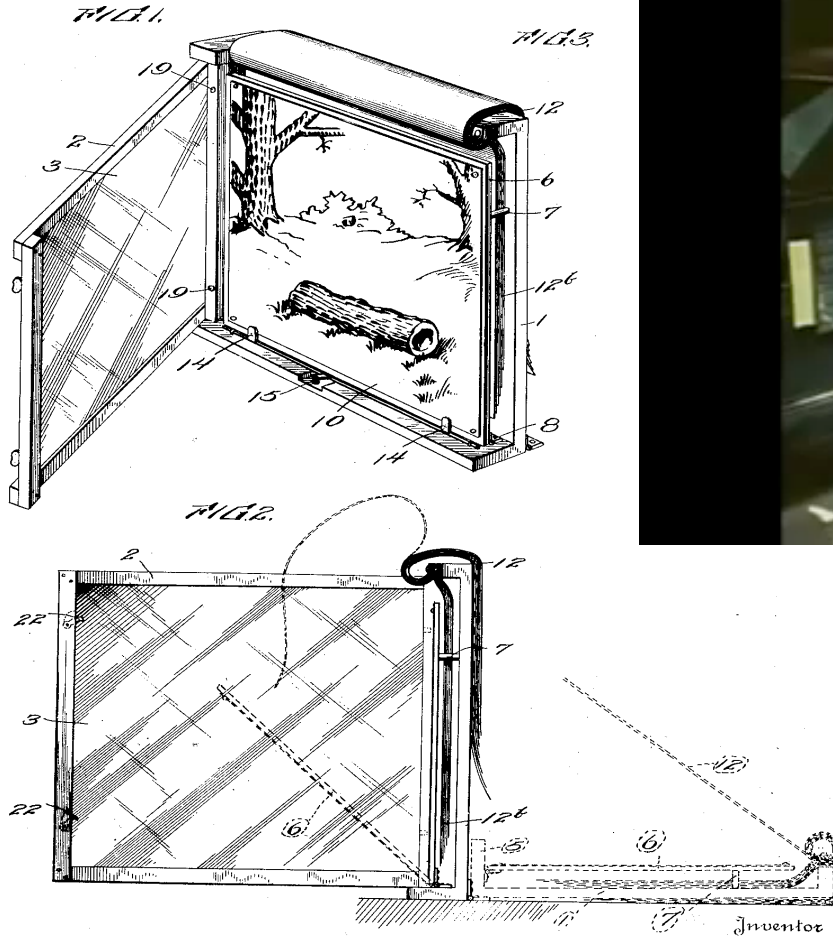


Photo by J-E Nyström, Helsinki, Finland



# 12 principes de Disney

**1937** : premier long-métrage d'animation

« *Snow White and the Seven Dwarfs* »

Disney Studios, 1930s : 12 principes d'animation

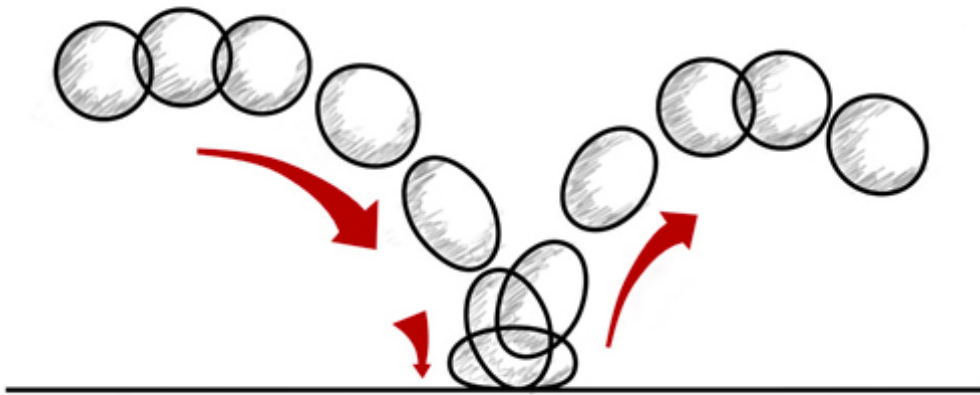
⇒ **toujours valables**



© Disney

# I. Squash and stretch

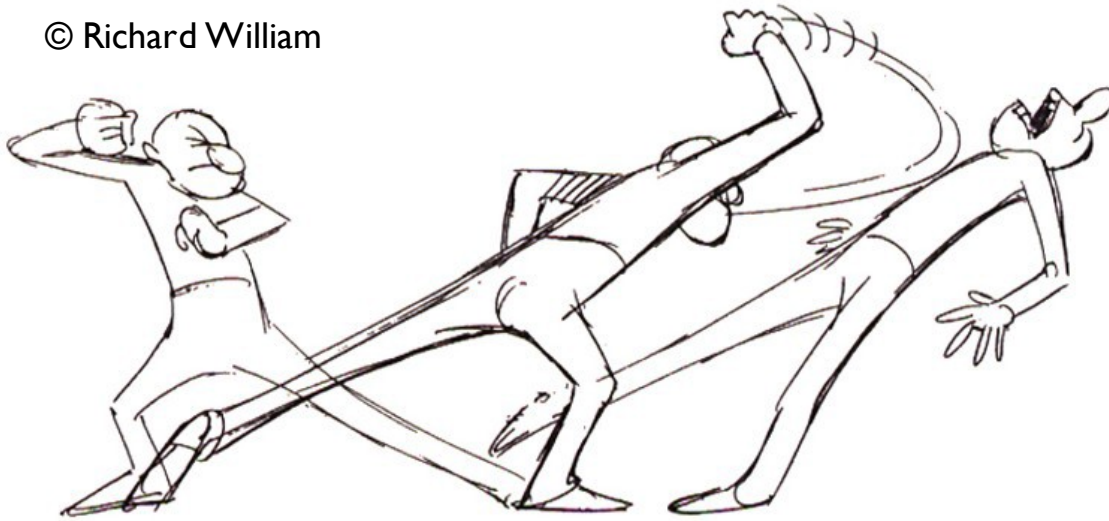
Distorsion de la forme pour accentuer le mouvement  
(avec préservation du volume)



# 4. Anticipation

Action inverse au mouvement pour l'accentuer

© Richard William

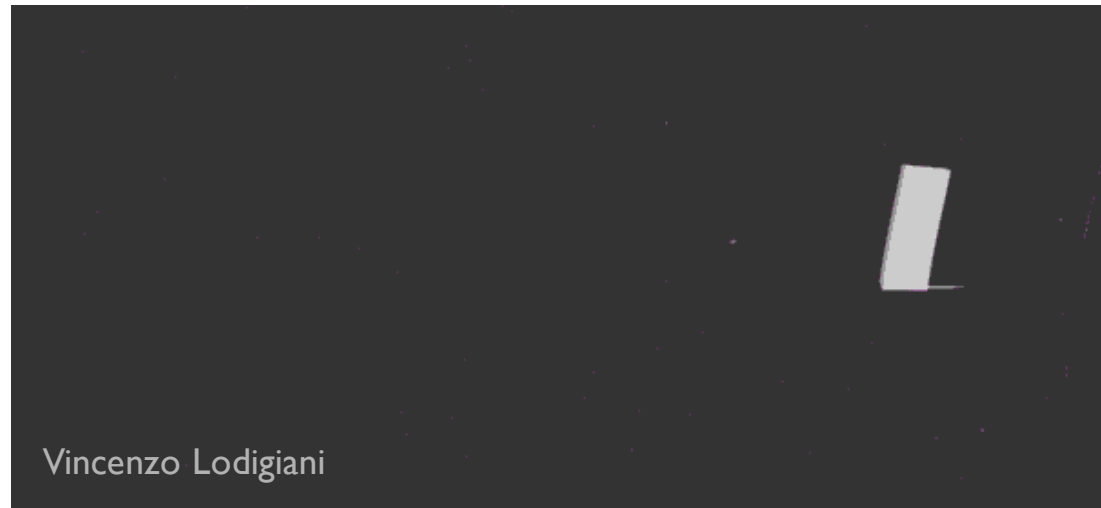
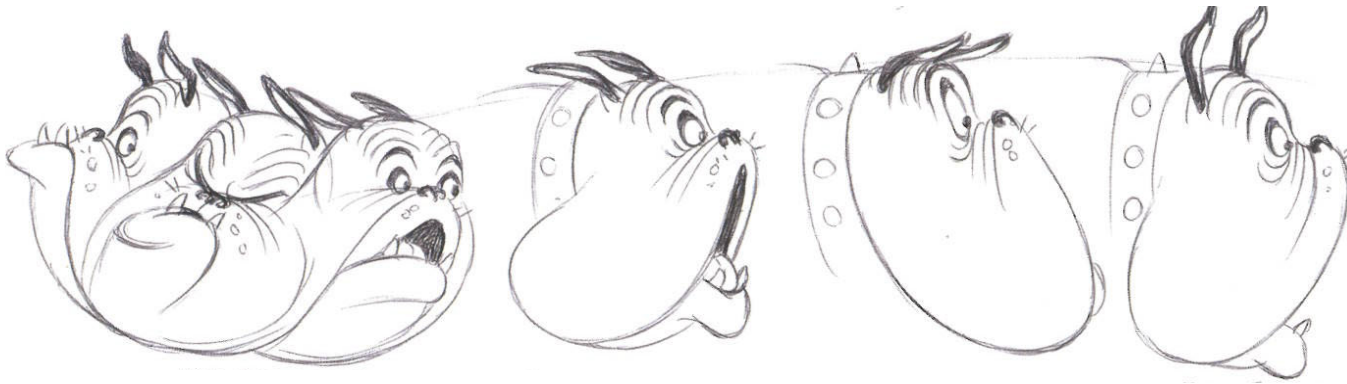


Vincenzo Lodigiani

# 5. Follow through & Overlapping

Retards et anticipations de certaines parties de la forme

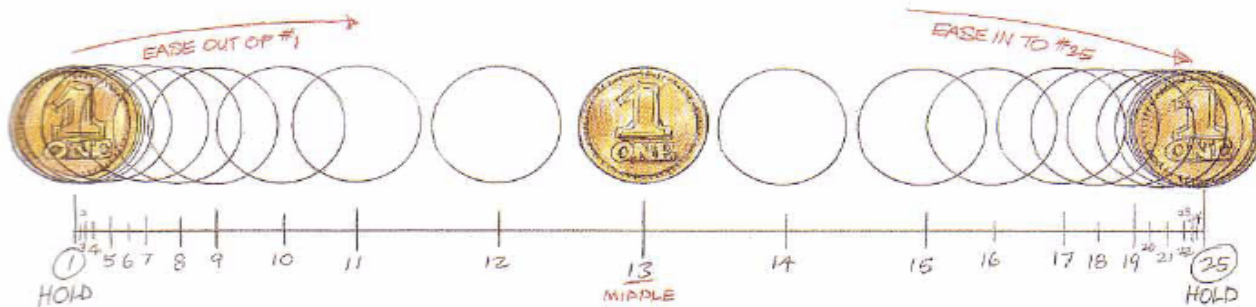
© Richard William



Vincenzo Lodigiani

# 6. Slow in, slow out

Exagération de l'accélération et de la décélération aux extrémités de la trajectoire

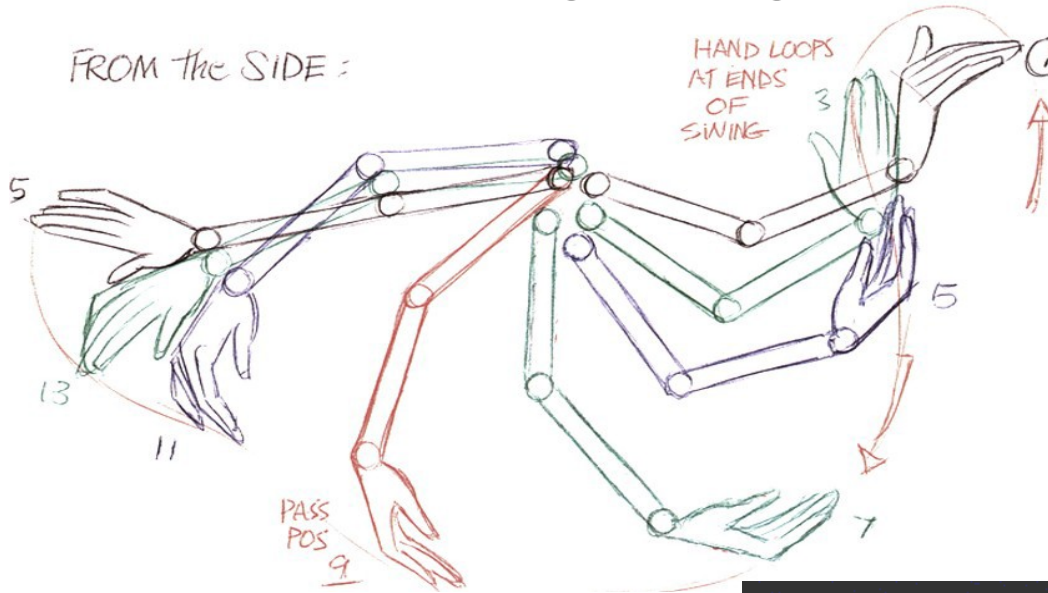


© Richard William



# 7. Arcs

« Rien » ne bouge en ligne droite mais selon un arc



© Richard William



Vincenzo Lodigiani

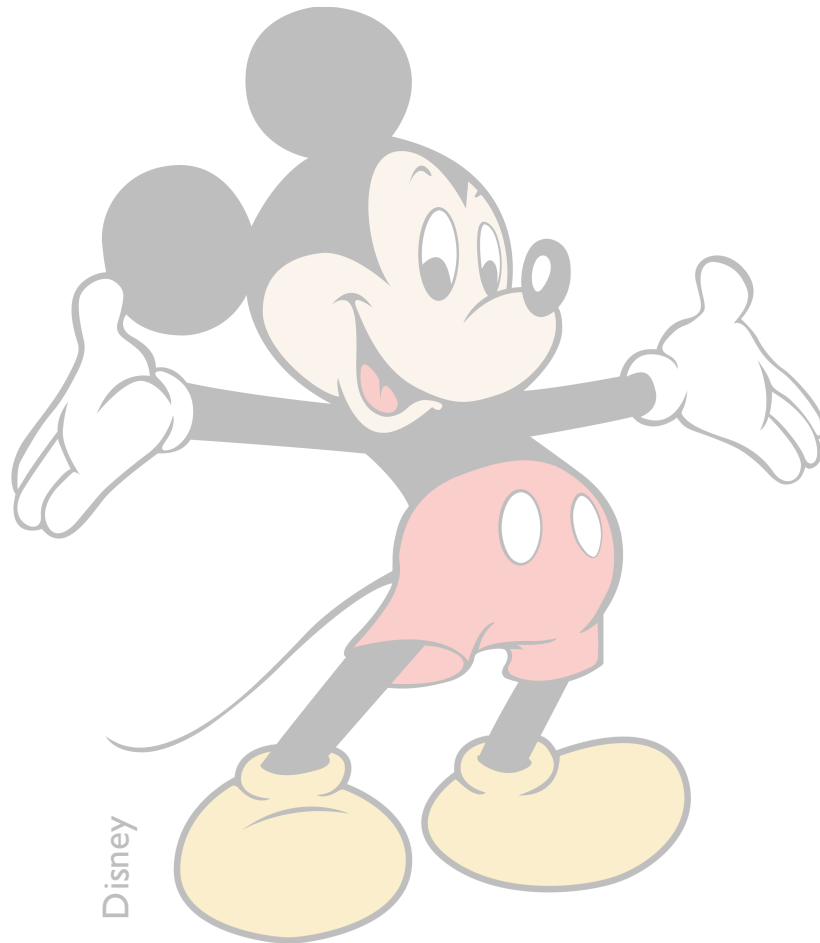
# Encrage et remplissage digital



**CAPS**, LucasFilm - Pixar - Disney  
(1989-2006)

# Double héritage

Dessin animé

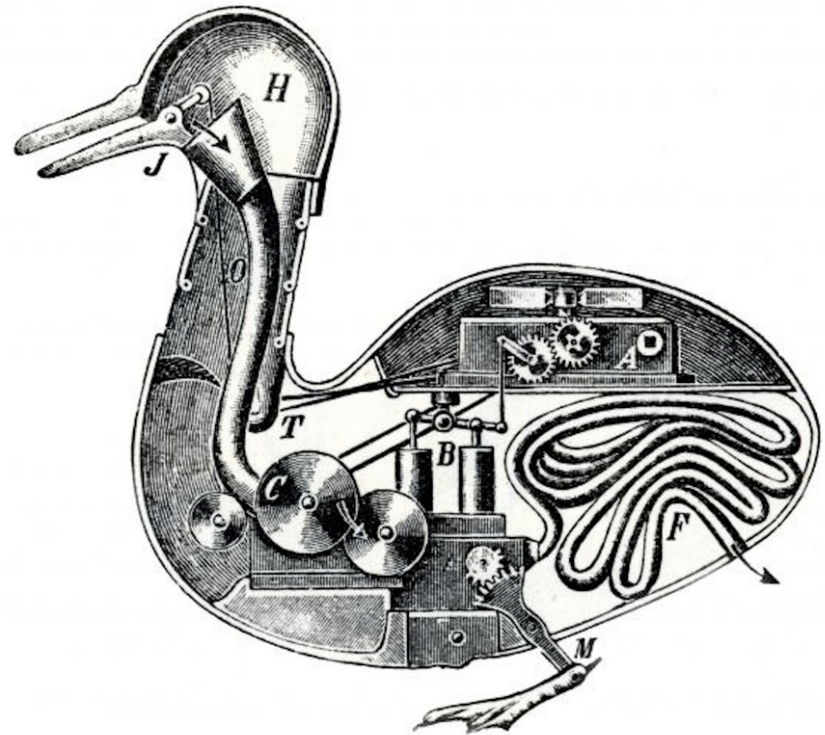
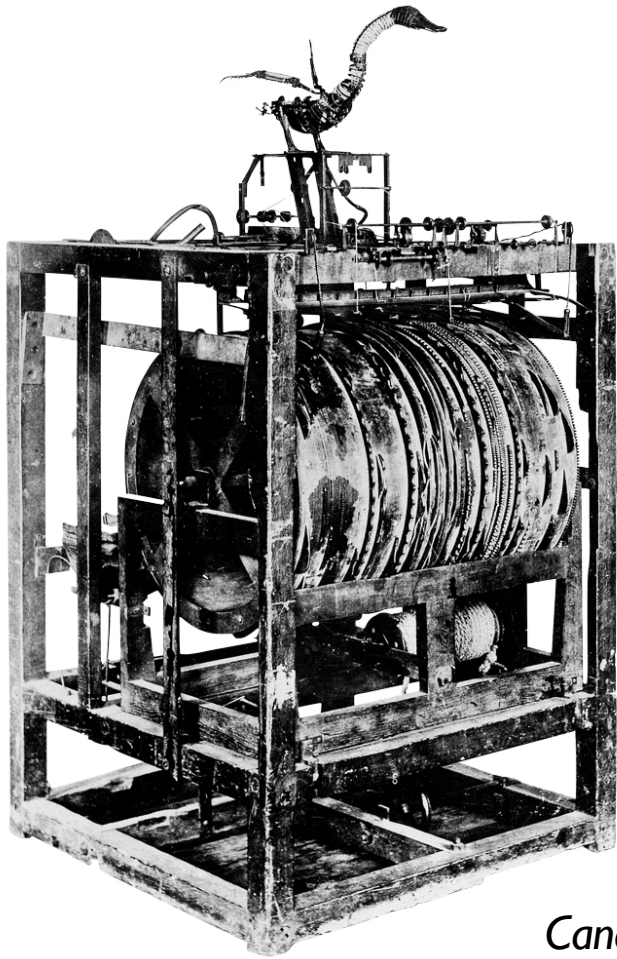


Robotique



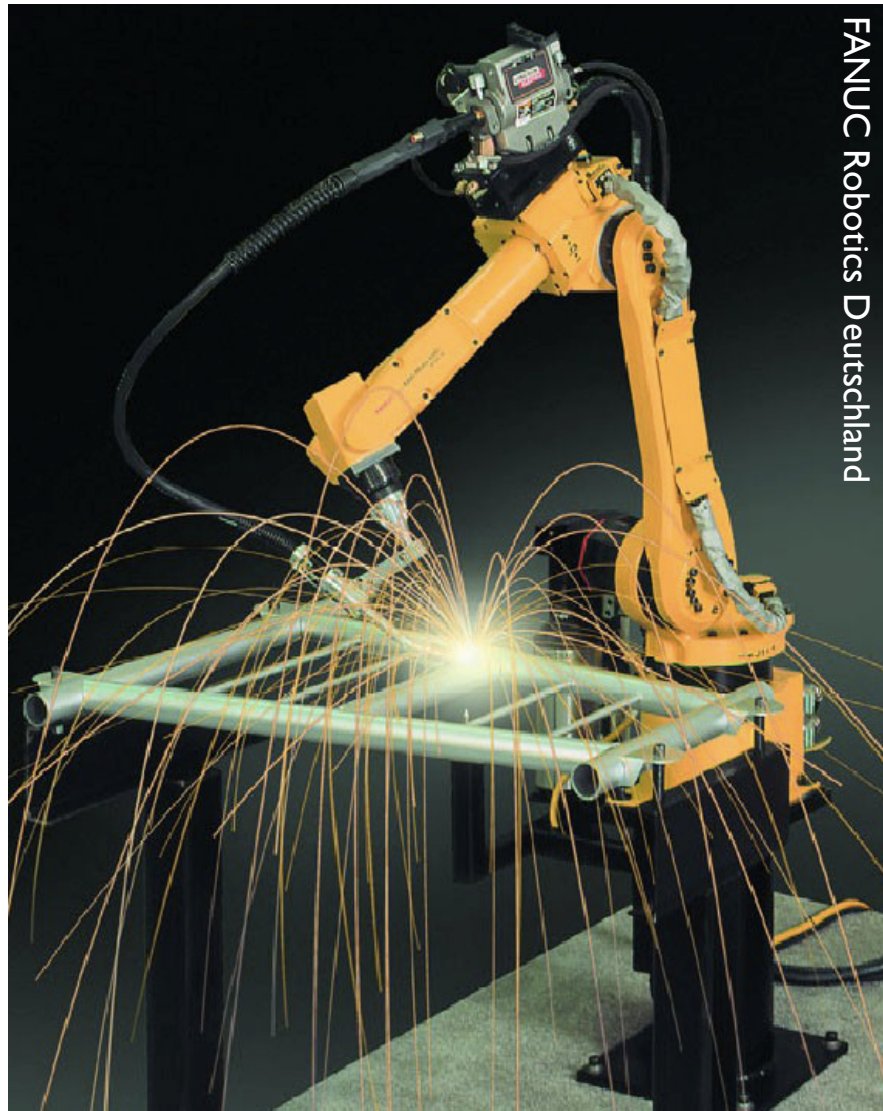


# Automates



*Canard digérateur* (1744)  
**Jacques de Vaucanson**

# Robots industriels



# Animatronique



*Jurassic Park (1993)*

# Débuts de l'animation 3D

## Recherche académique

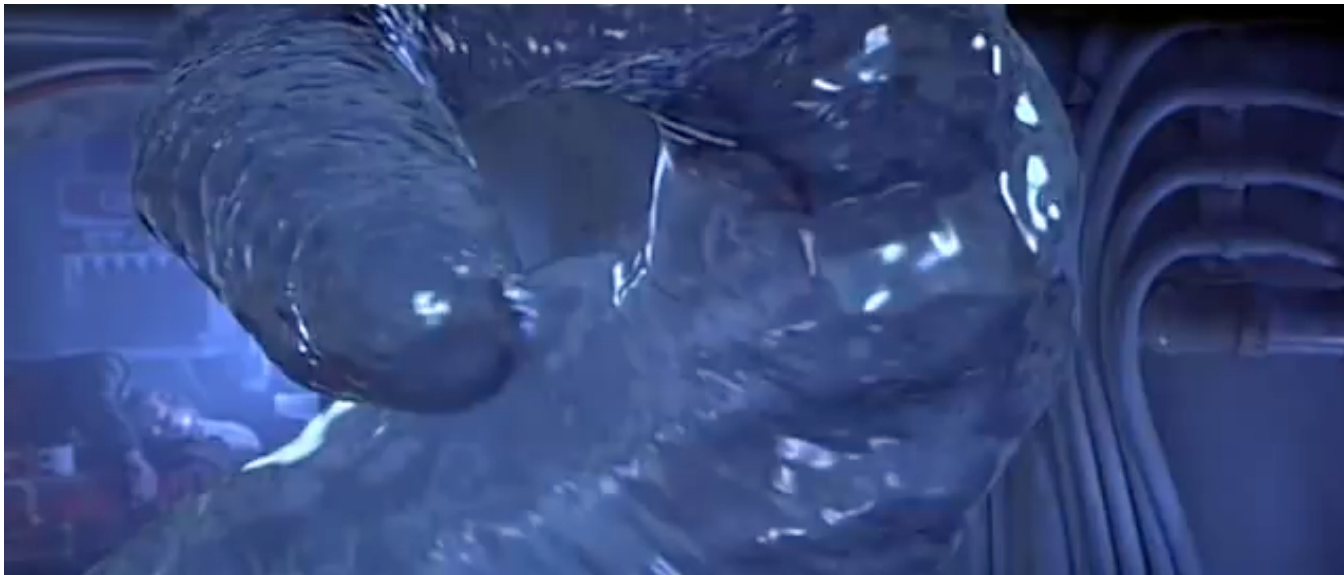
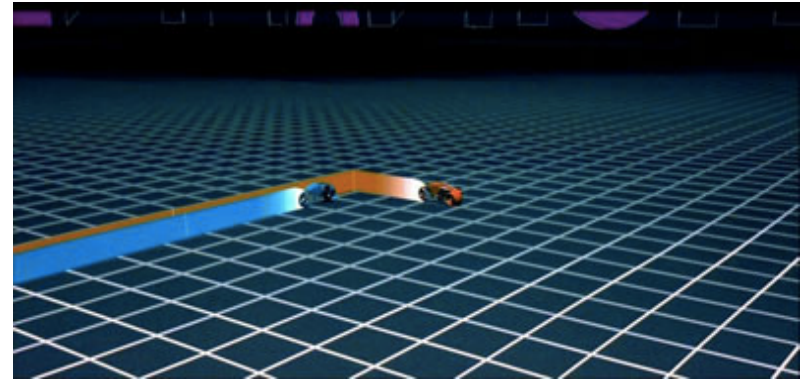


*A Computer Animated Hand (1972)*  
**Ed Catmull - Fred Parke**

# Débuts de l'animation 3D

## Effets spéciaux

*Tron* (1986)



*Abyss* (1989)

# Débuts de l'animation 3D

## Court métrage d'animation 3D



*Luxo Jr.* (Pixar 1986)

# Débuts de l'animation 3D

## Long métrage d'animation 3D



*Toy Story*, (Pixar 1995)



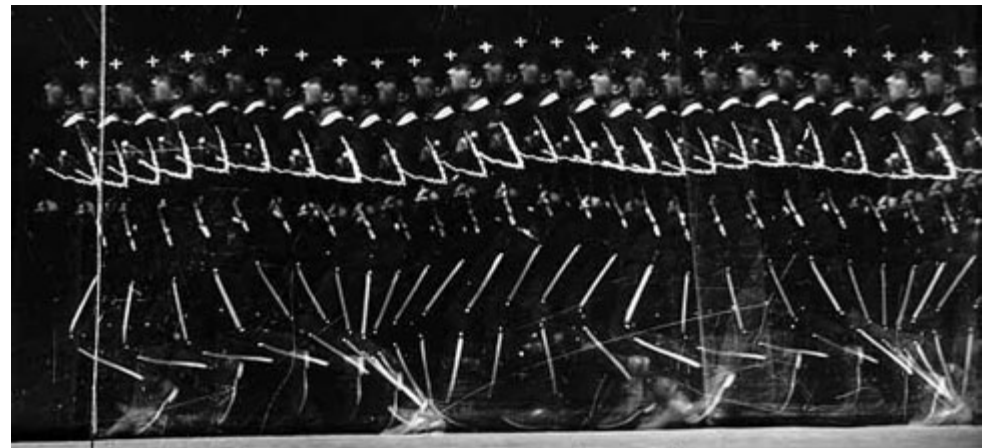
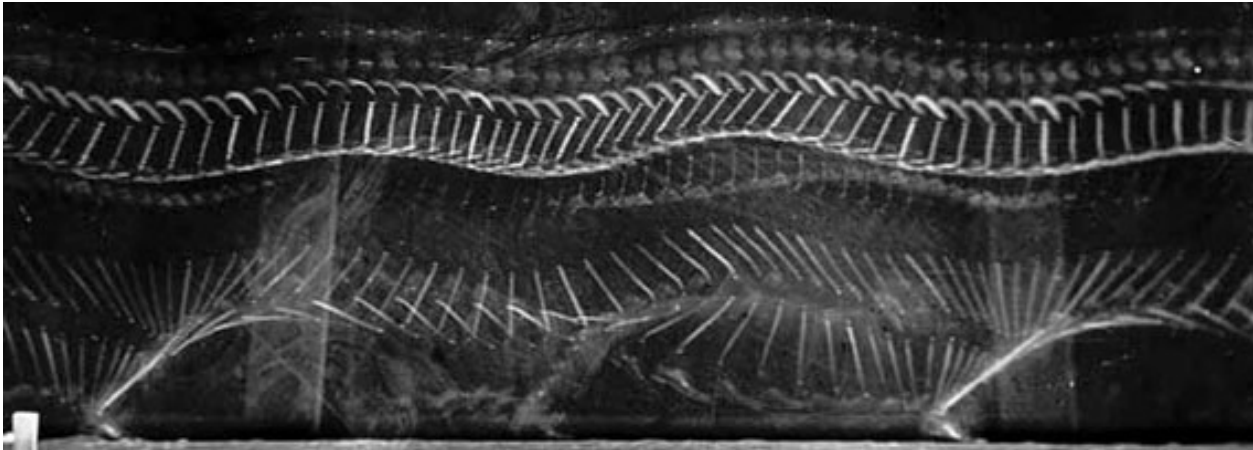
# Plan

1. Introduction
2. **Cinématique**
  - Interpolation positions / vitesses
  - Modélisation hiérarchique
  - Cinématique directe
  - Cinématique inverse
3. Déformation de surfaces



# Courbe d'animation

**Etienne-Jules Marey (1830-1904)**



# Courbe d'animation



# Interpolation

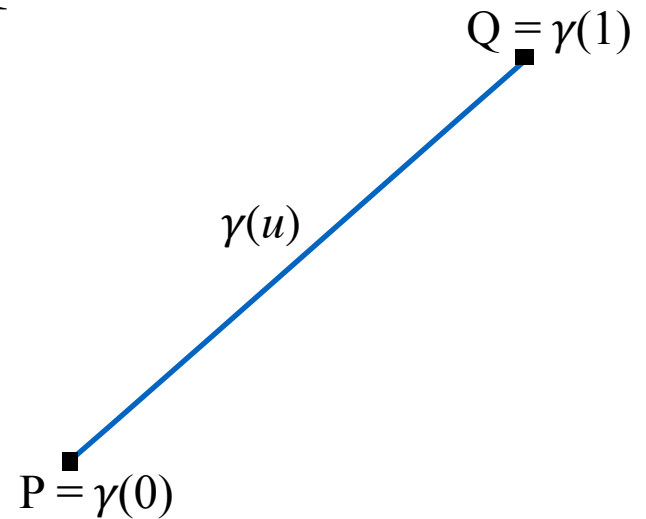
**Entrées** : valeurs clés (positions)

**Objectif** : **interpoler** ces valeurs clés par une fonction continue  $\Rightarrow$  **courbes d'animation**

- Fonction linéaire :

$$\gamma(u) = (1-u) P + u Q$$

- Continuité  $C^0$   
(position)



# Interpolation

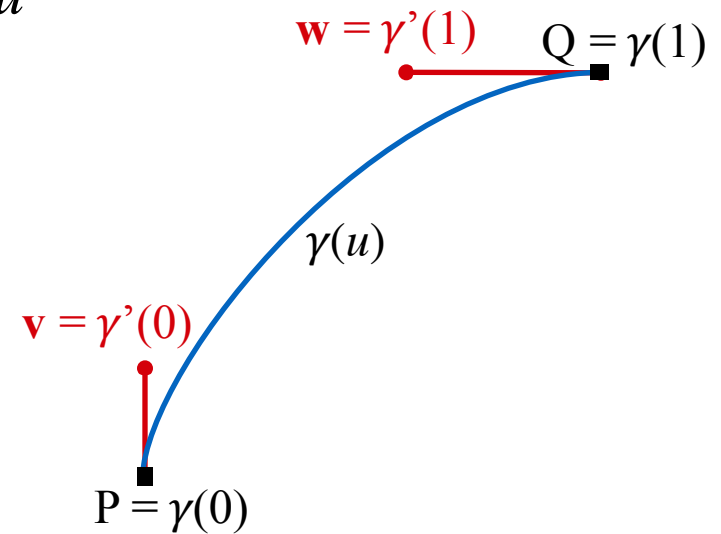
**Entrées** : valeurs clés (positions et **vitesse**s)

**Objectif** : **interpol**er ces valeurs clés par une fonction continue  $\Rightarrow$  **courbes d'animation**

- Polynôme de degré 3 de la forme :

$$\gamma(u) = \sum_{n=0..3} a_n u^n$$

- Continuité  $C^1$  entre deux clés (positions et tangentes)
- Déterminer les paramètres  $a_n$  interpolant (ou approximant) au mieux les valeurs clés
- Degré 3  $\Rightarrow$  4 contraintes suffisantes pour résolution exacte



# Interpolation

## Polynôme d'Hermite (spline)

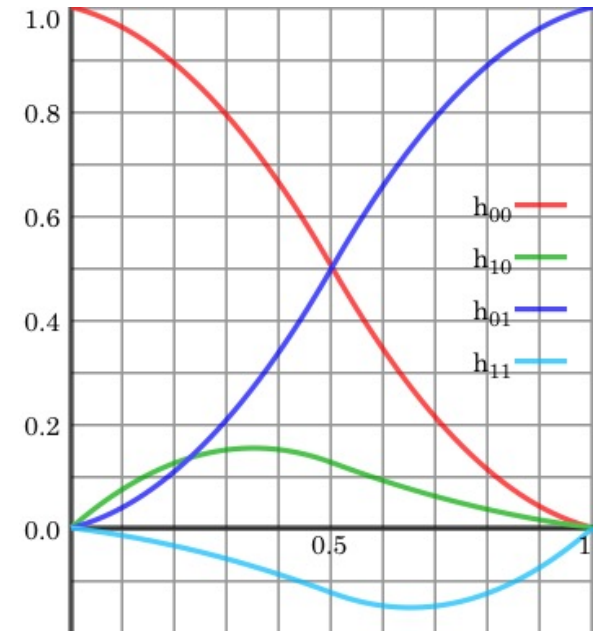
$$\gamma(u) = h_{00}(u)P + h_{01}(u)Q + h_{10}(u)\mathbf{v} + h_{11}(u)\mathbf{w}$$

avec  $h_{00}(u) = 2u^3 - 3u^2 + 1$

$$h_{01}(u) = -2u^3 + 3u^2$$

$$h_{10}(u) = u^3 - 2u^2 + u$$

$$h_{11}(u) = u^3 - u^2$$



polynômes de base

**Notation matricielle :**

$$\gamma(u) = \underbrace{[P ; Q ; \mathbf{v} ; \mathbf{w}]}_{\text{matrice géométrie}} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{matrice de base}} [1 \ u \ u^2 \ u^3]^\top$$

$$\gamma(u) = \mathbf{GMT}(u)$$

# Interpolation

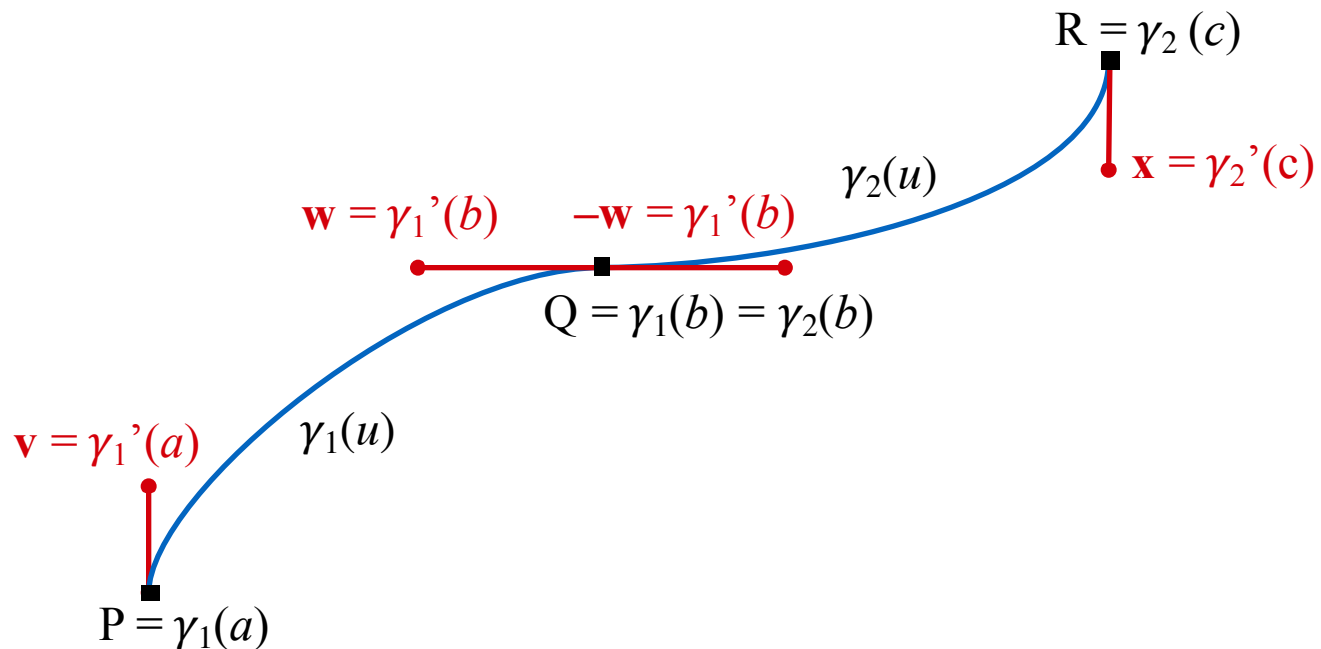
**Avec 3 clés :**

$$\gamma_1(u) = h_{00}(t_1)P + h_{01}(t_1)Q + h_{10}(t_1) \mathbf{v} (b-a) + h_{11}(t_1) \mathbf{w} (b-a)$$

avec  $t_1 = u-a / (b-a)$

$$\gamma_2(u) = h_{00}(t_2)Q + h_{01}(t_2)R + h_{10}(t_2) -\mathbf{w} (c-b) + h_{11}(t_2) \mathbf{x} (c-b)$$

avec  $t_2 = u-b / (c-b)$



# Modélisation hiérarchique

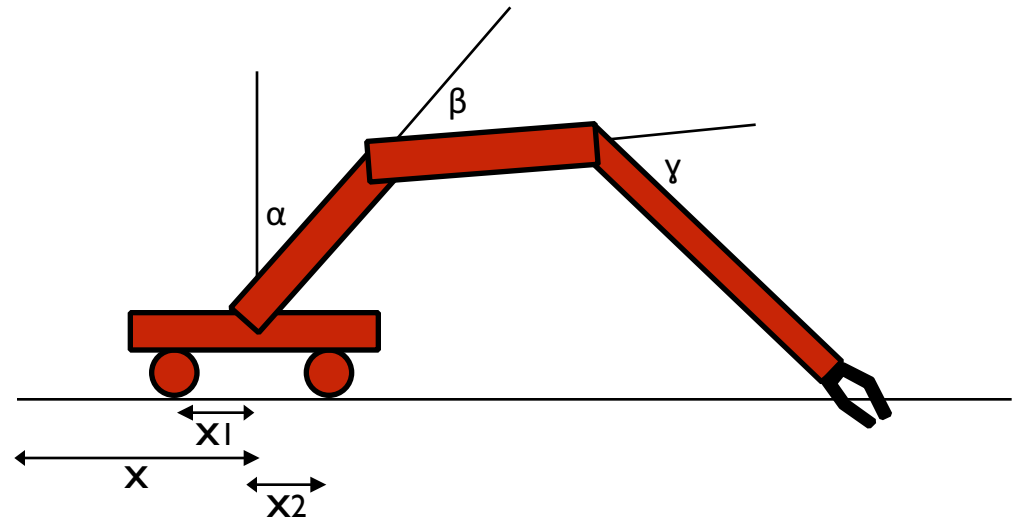
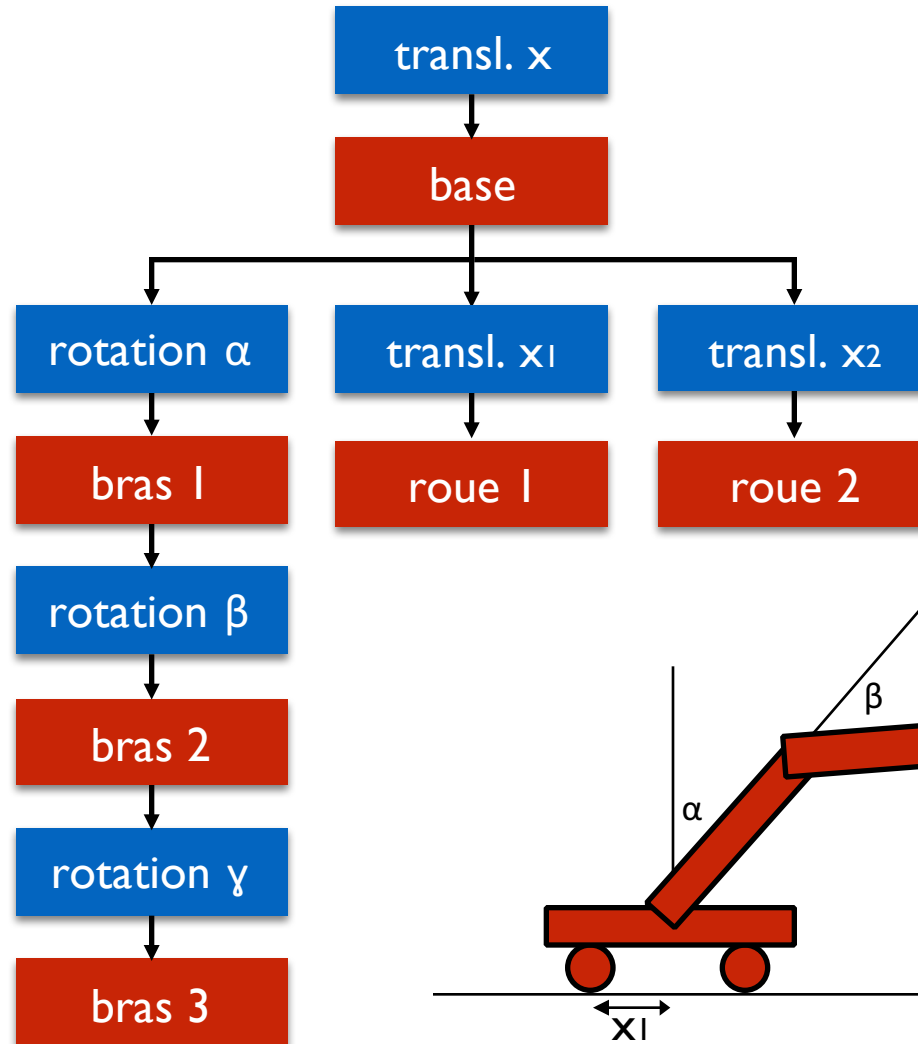
Modèle décomposé en une **hiérarchie de repères contraints**

Pas de géométrie, que des solides appelés **os (bones)** et des liens appelés **articulations (joins)**

**Articulation = 6 DOF**

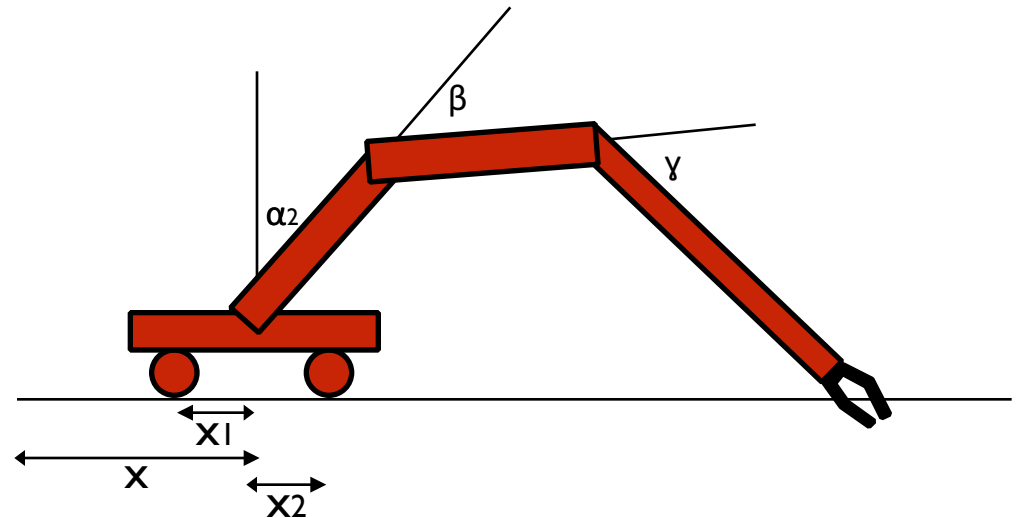
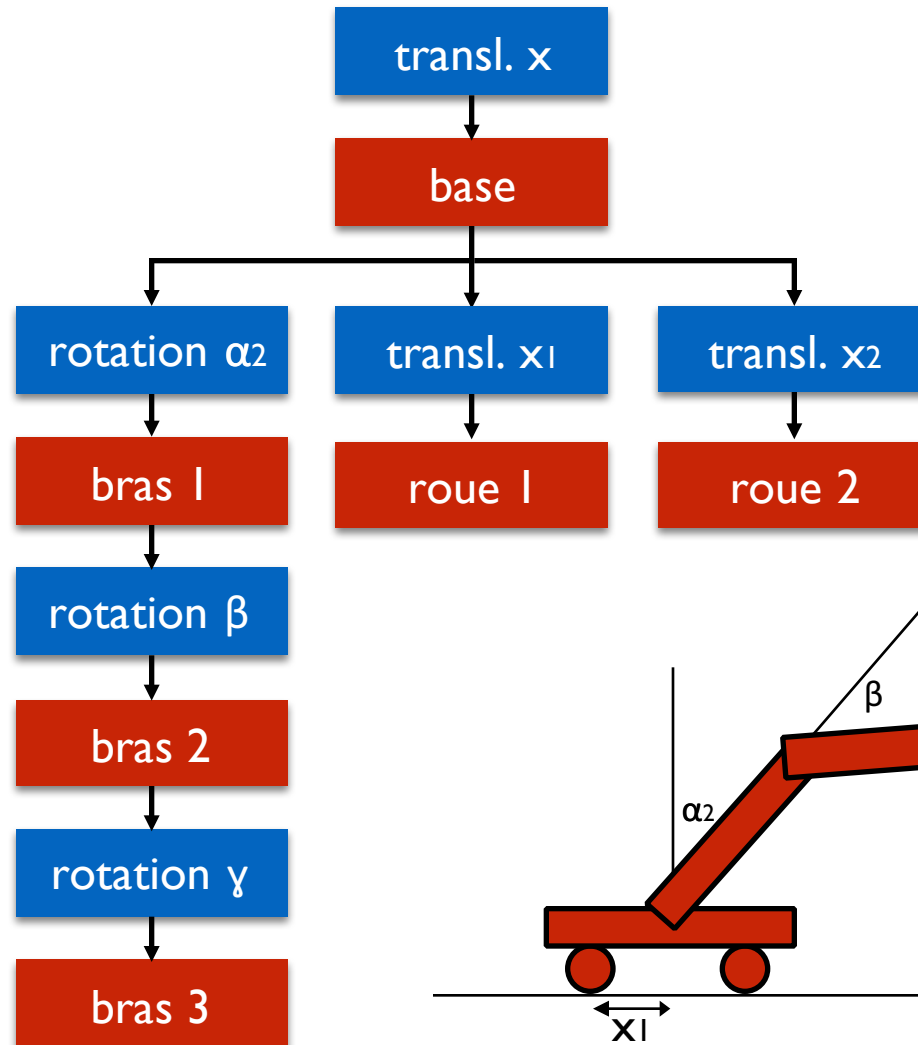
- 3 translations
- 3 rotations

# Chaîne articulée

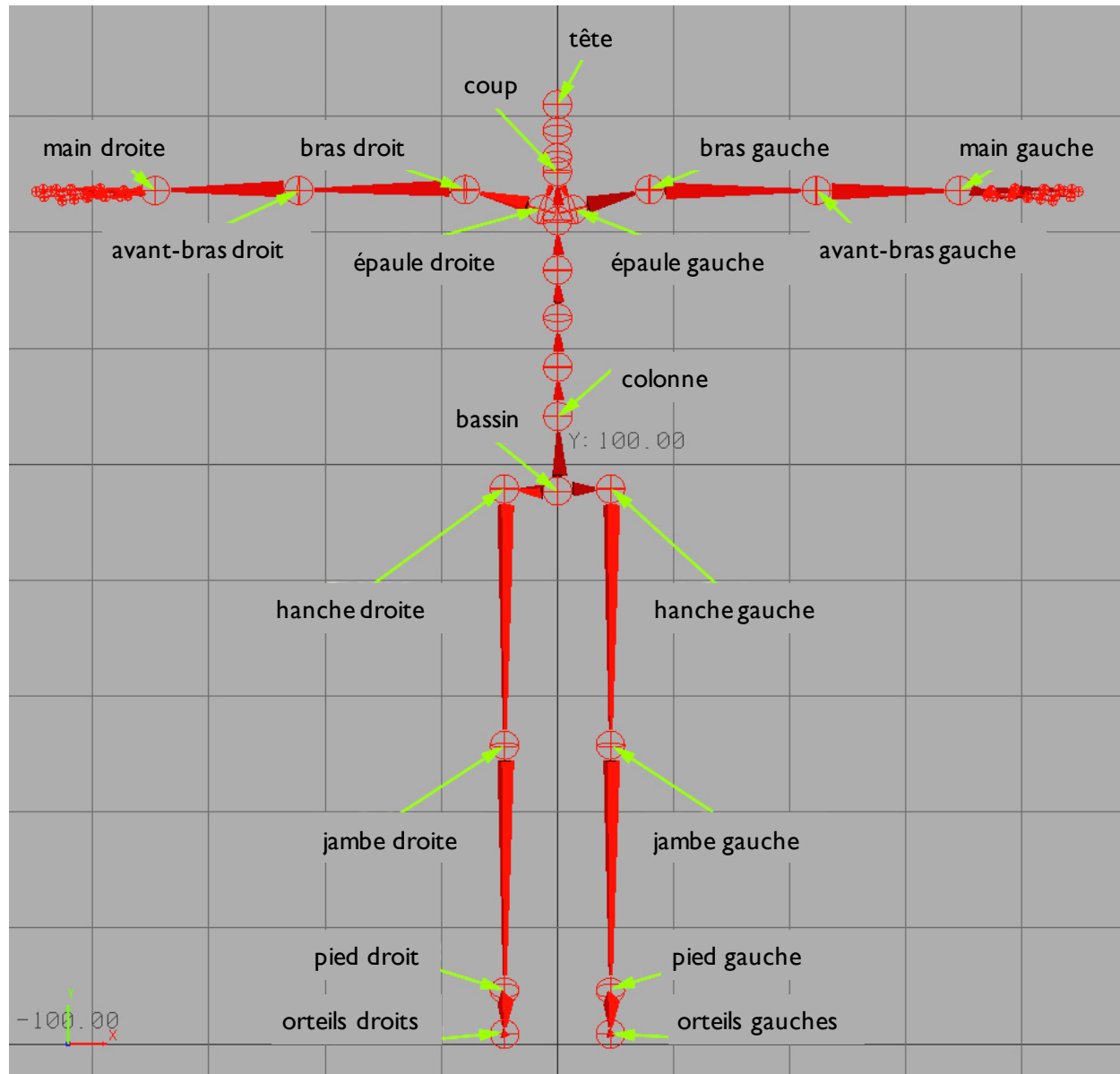




# Chaîne articulée

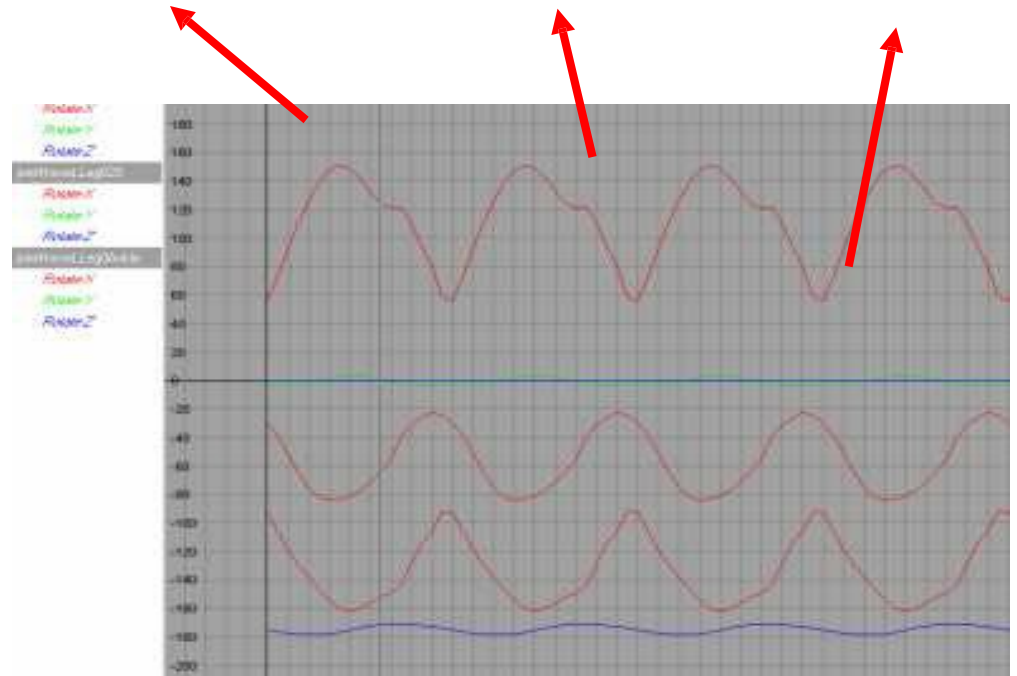
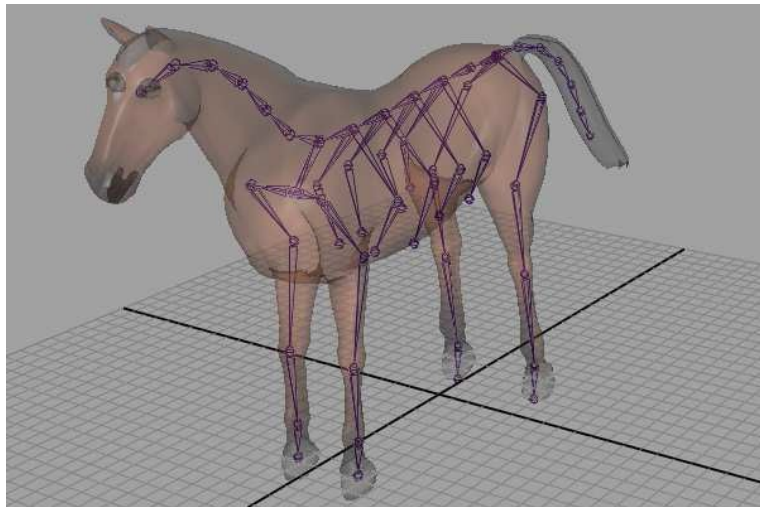
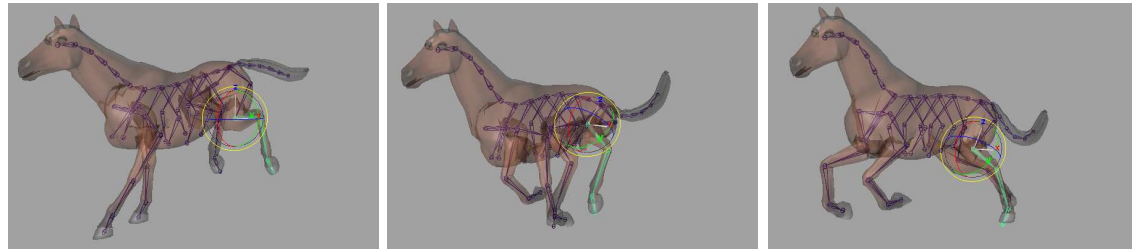


# Squelette d'animation



# Animation 3D

Squelette + **interpolation** selon une courbe



# Interpolation des rotations

## Représentation canonique

- Matrices orthonormales  $SO(3)$
- Problème :  $M_0, M_1 \in SO(3) \not\Rightarrow (1 - \alpha)M_0 + \alpha M_1 \in SO(3)$
- Interpoler les coefficients puis re-orthonormaliser  
 $\Rightarrow$  trop couteux

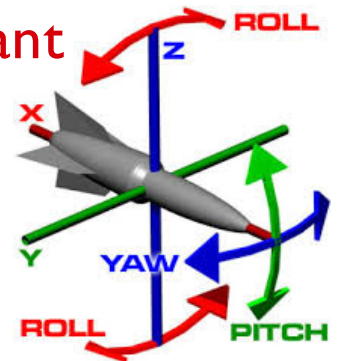
## Angles d'Euler

- 1 angle par axe :  $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$

- $M = R_{x,\theta_x} R_{y,\theta_y} R_{z,\theta_z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_x & -\sin\theta_x \\ 0 & \sin\theta_x & \cos\theta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_y & 0 & \sin\theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_y & 0 & \cos\theta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_z & -\sin\theta_z & 0 \\ \sin\theta_z & \cos\theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow$  attention, l'ordre des multiplications est important

- Interpoler chaque angle  
 $\Rightarrow$  intuitif et peu couteux

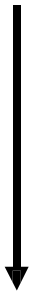


# Interpolation des rotations

## Limitations des angles d'Euler

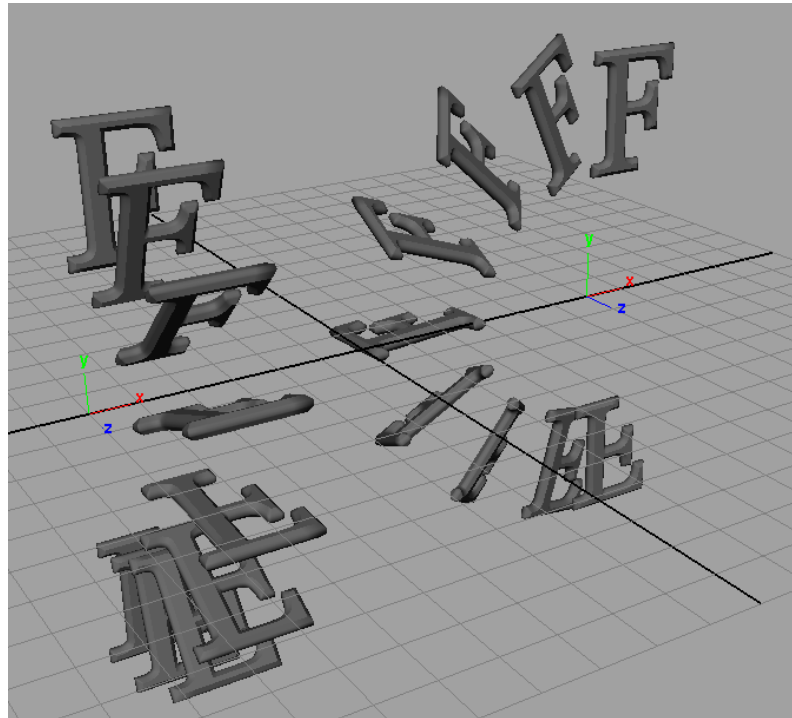
Non-unicité de la trajectoire

$$[\theta_x, \theta_y, \theta_z] = [0, 0, 0]$$



$$[\theta_x, \theta_y, \theta_z] = [\pi, 0, 0]$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$



$$[\theta_x, \theta_y, \theta_z] = [0, 0, 0]$$



$$[\theta_x, \theta_y, \theta_z] = [0, \pi, \pi]$$

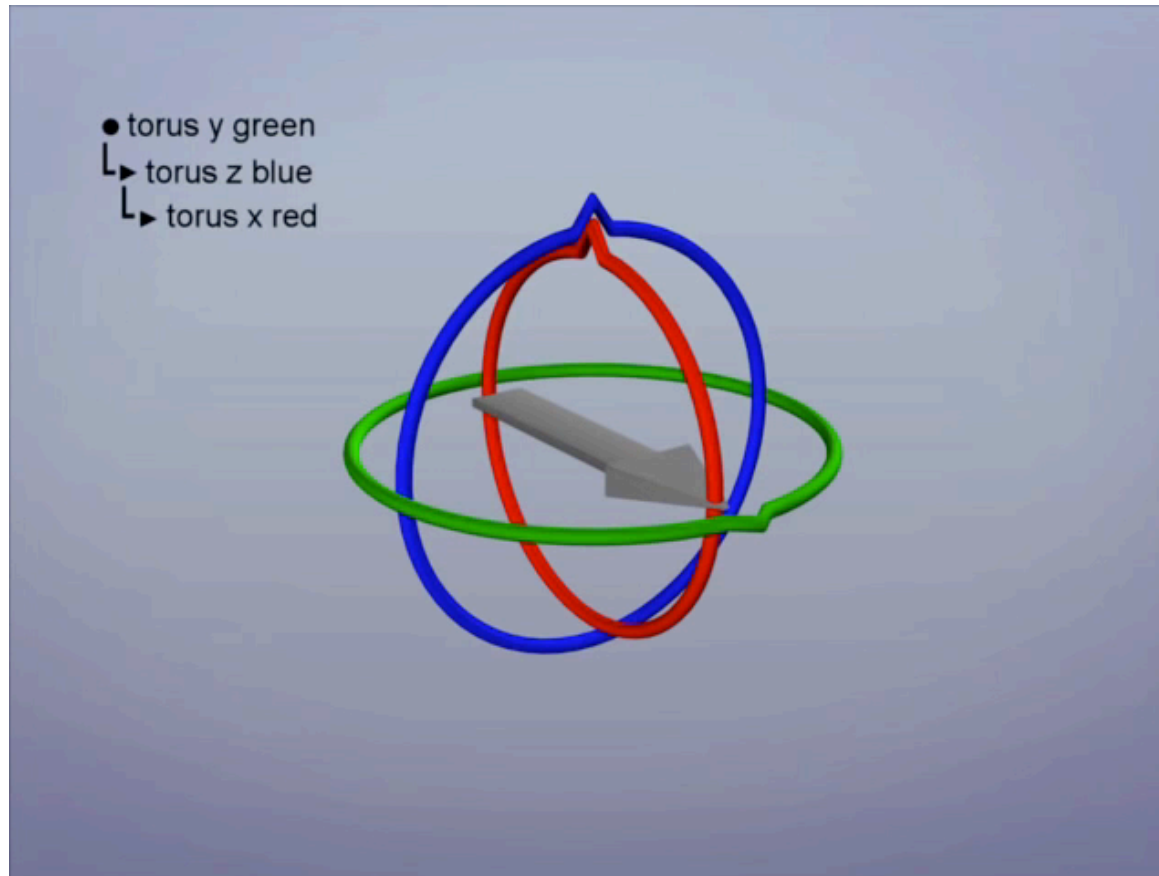
$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

# Interpolation des rotations

## Limitations des angles d'Euler

“Gimbal lock” : perte d'un degré de liberté

⇒ **rotation en  $\theta_x$**   $\Leftrightarrow$  **rotation en  $\theta_z$**



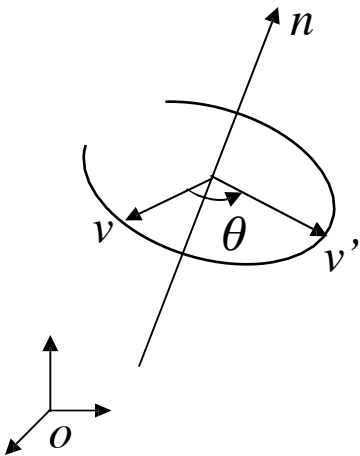
# Interpolation des rotations

## Axe et angle

- Toute rotation de  $\mathbb{R}^3$  est une rotation planaire autour d'un axe
- Lien fort avec les quaternions

$$v' = R_{\theta, n} v = \cos\theta v + \sin\theta n \times v + (1 - \cos\theta)(v \cdot n) n$$

*Rodrigues' rotation formula*



# Interpolation des rotations

## Quaternions

- Représente un **axe** et un **angle**
- Extension des nombres complexes à la 3D :

$$q = [s, x, y, z] = s + ix + jy + kz = [s, \mathbf{n}]$$

avec  $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$

- Comme les nombres complexes :

- Conjugué :  $q^* = [s, -x, -y, -z]$
- Norme :  $\|q\| = qq^* = s^2 + x^2 + y^2 + z^2$
- Inverse :  $q^{-1} = q^*/q$

- Multiplication :

$$q_1 q_2 = [s_1, \mathbf{n}_1] [s_2, \mathbf{n}_2] = [s_1 s_2 - \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2, s_1 \mathbf{n}_2 + s_2 \mathbf{n}_1 + \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2]$$



# Interpolation des rotations

## Quaternions

Toute rotation 3D peut être représentée par un quaternion :

$$x' = R_{\theta, n} x \Leftrightarrow [0, x'] = q[0, x]q^{-1}$$

$$\text{avec } q = [\cos(\theta/2), \sin(\theta/2)\mathbf{n}]$$

$$\text{et } q^{-1} = [\cos(\theta/2), -\sin(\theta/2)\mathbf{n}]$$

**Composition de rotations = multiplication de quaternions**

si  $q_1$  représente la rotation  $R_1$  et  $q_2$  représente  $R_2$ ,

alors  $q_1q_2$  représente la rotation  $R_1R_2$

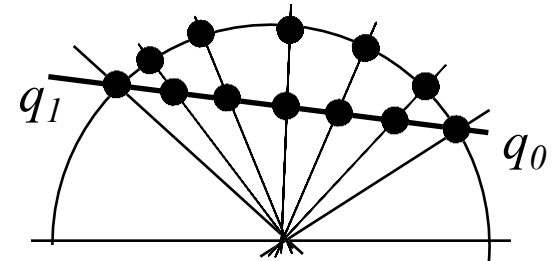
# Interpolation des rotations

## Quaternions

Interpolation linéaire (lerp) incorrecte

$$\text{lerp}(q_0, q_1, t) = (1-t)q_0 + tq_1$$

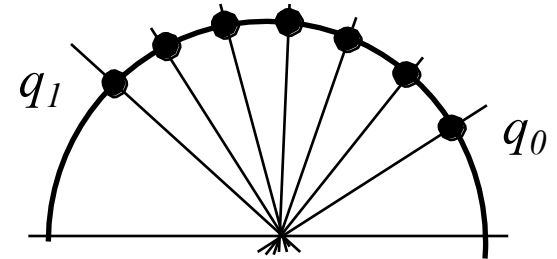
⇒ ne préserve pas la vitesse angulaire



## Interpolation sphérique (slerp)

[Ken Shoemake 85]

$$\begin{aligned} \text{slerp}(q_0, q_1, t) &= q_0(q_0^{-1}q_1)^t \\ &= (q_1q_0^{-1})^tq_0 \end{aligned}$$



# Cinématique

## Mouvement non-contraint

Hocher la tête, faire un signe de la main...

⇒ Cinématique directe (FK)

## Mouvement contraint

Attraper un objet, marcher sur le sol...

⇒ Cinématique inverse (IK)

# Cinématique directe

**Entrées** : valeurs des paramètres des articulations à un temps donnée :

$$\Theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, t_1, t_2, \dots)$$

**Sortie** : position à atteindre  $M$

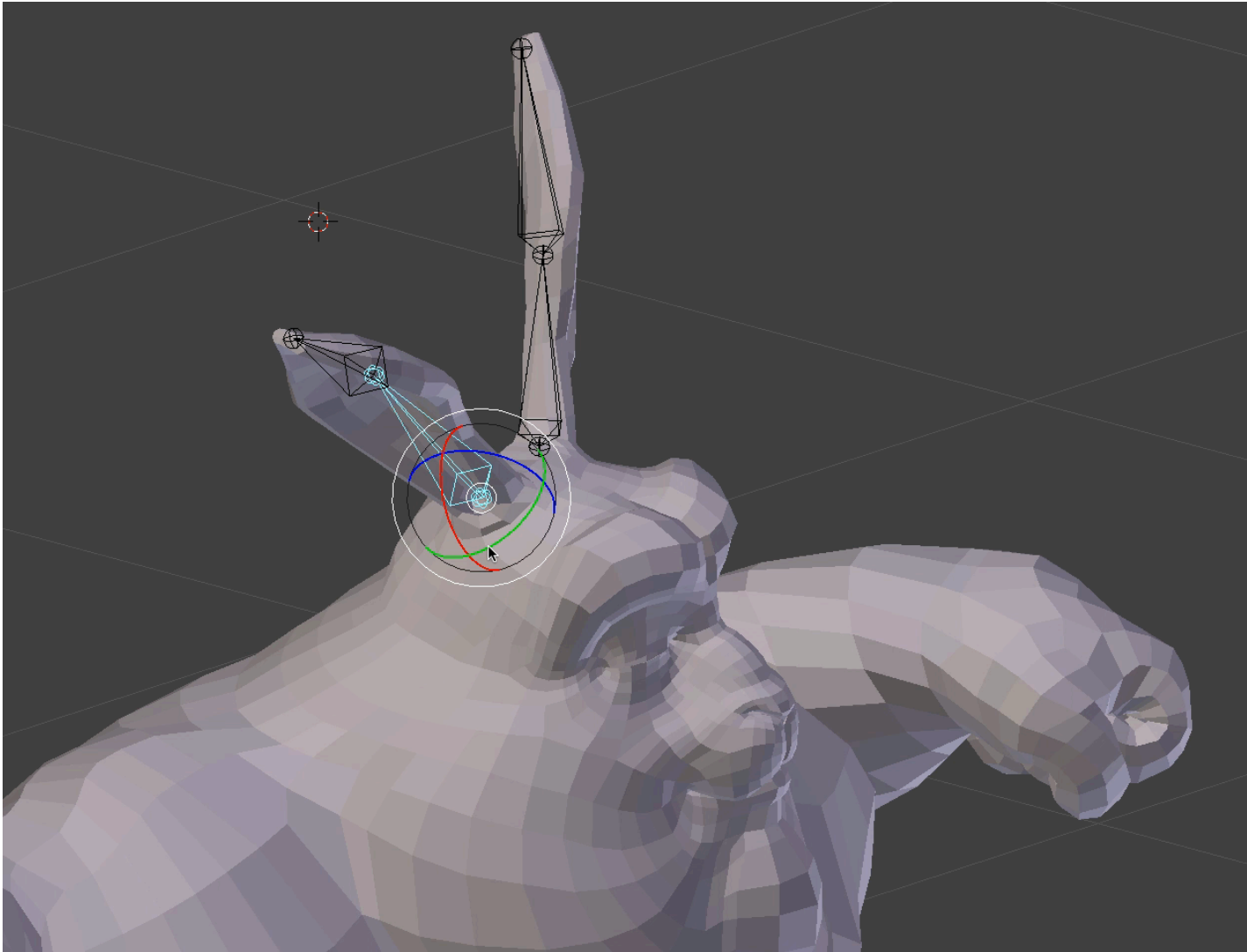
On **calcule** :  $f(\Theta) = M = R_1(\theta_1)T_1R_2(\theta_2)T_2\dots M_0$   
où  $M_0$  est la position initiale

⇒ **interpolation des orientations clés**

## Problèmes

- Contrôle des extrémités
- Accumulation des erreurs

# Cinématique directe



# Cinématique inverse

**Entrée** : position à atteindre M

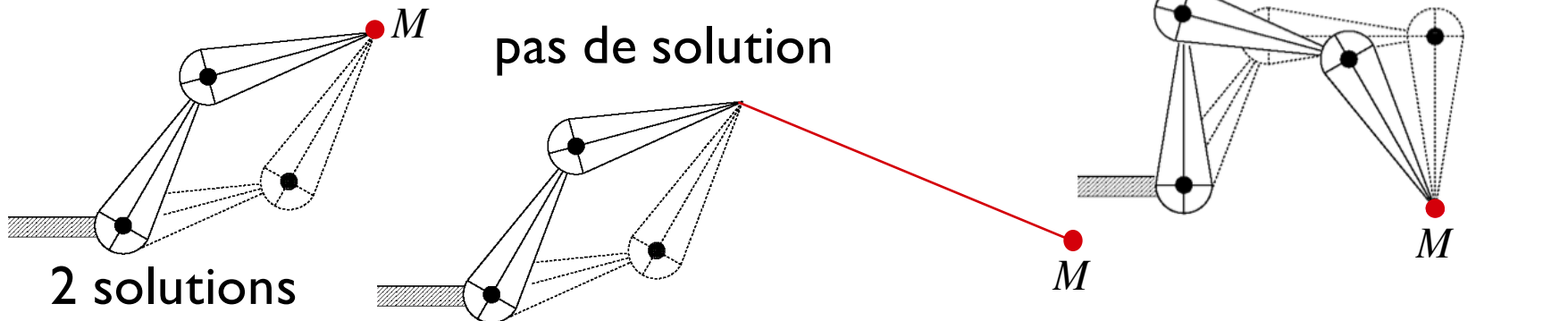
**Sortie** : valeurs des paramètres des articulations

$$\Theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, t_1, t_2, \dots)$$

On veut **trouver**  $\Theta$  tel que  $f(\Theta) = M$

**Difficultés** :

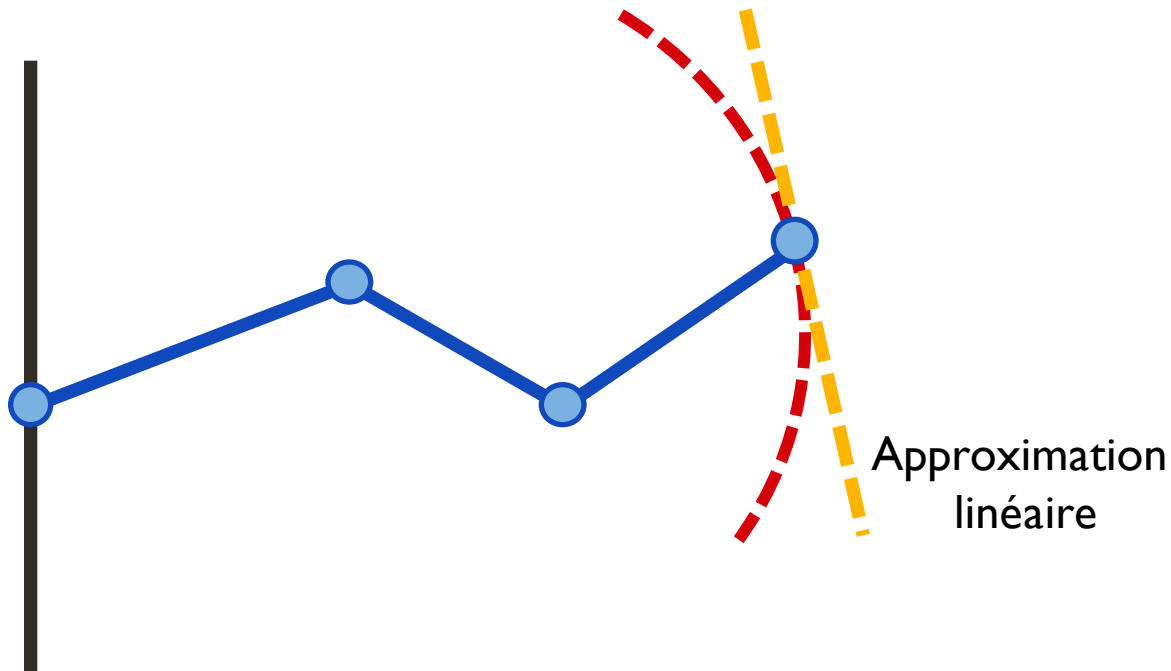
- Solution analytique seulement pour 2 à 3 rotations
- Non-linéarité à cause des rotations (*cos/sin*)
- Non-unicité de la solution



# Cinématique inverse

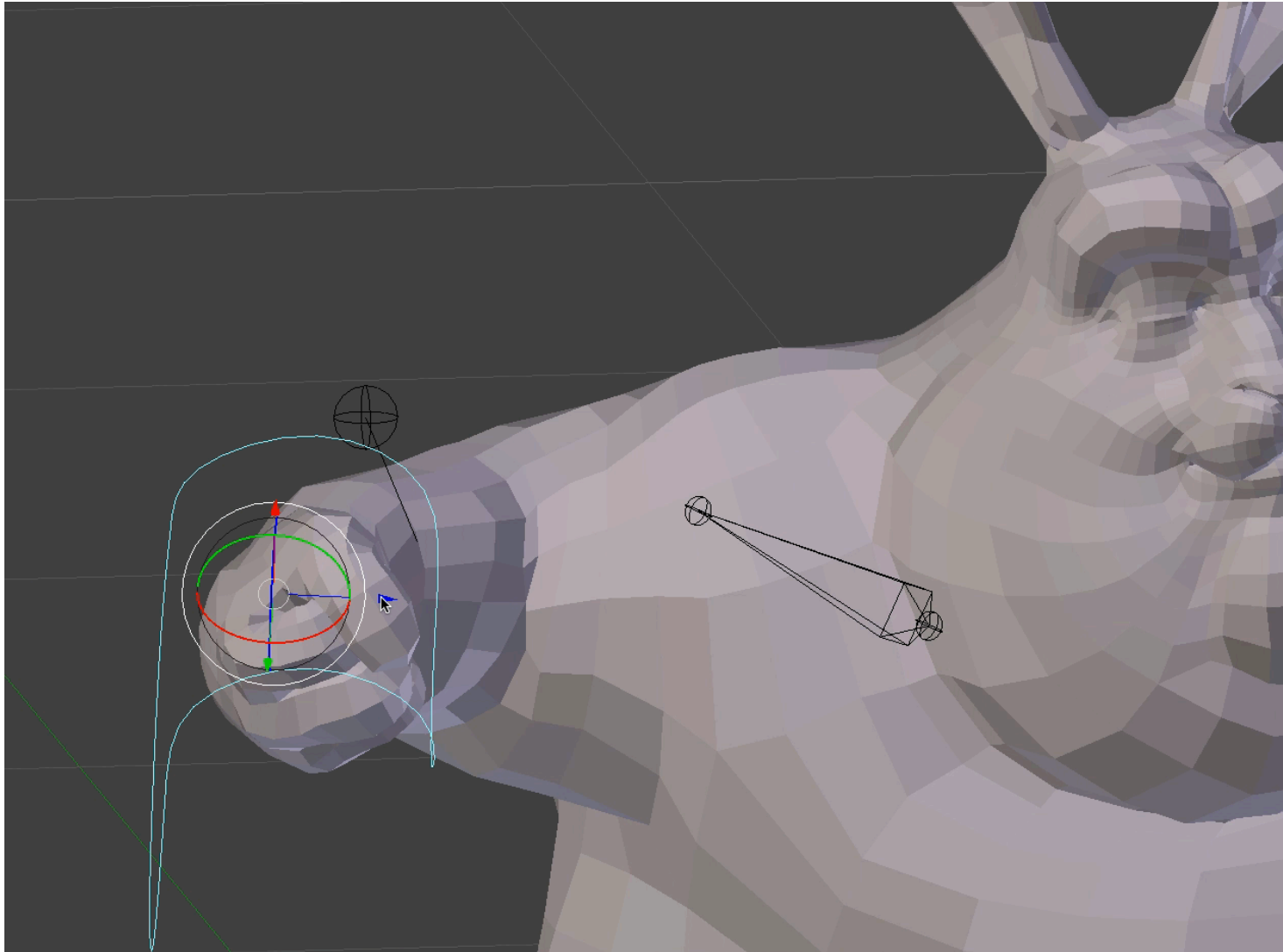
**Objectif :** trouver  $\Theta$  tel que  $f(\Theta) = M$

**Linéarisation** du problème



**...et minimisation de la distance  $\|f(\Theta_0 + \Lambda) - M\|$**

# Cinématique inverse





# Linéarisation du problème

**Objectif :** trouver  $\Theta$  tel que  $f(\Theta) = M$

## Linéarisation du problème :

- Depuis une configuration initiale  $\Theta_0$
- On cherche  $\Lambda$  tel que  $\|f(\Theta_0 + \Lambda) - M\|$  est minimal
- Si  $\Lambda$  est petit,  $M \approx \Theta_0 + f'(\Theta)\Lambda$
- En 1D, série de Taylor :

$$f(\Theta + \Lambda) = f(\Theta) + f'(\Theta)\Lambda + \frac{1}{2}f''(\Theta)\Lambda^2 + \dots$$

- En dimensions supérieures :

$$f(\Theta + \Lambda) = f(\Theta) + J(\Theta)\Lambda + \frac{1}{2}\Lambda^t H(\Theta)\Lambda + \dots$$

avec  $J =$  **Jacobien** de  $f$ , forme linéaire

$H =$  **Hessien** de  $f$ , forme quadratique

# Algorithme

Approximation linéaire (petits déplacements) :

$$J(\Theta)\Lambda = M - \Theta_0$$

**Résolution du système linéaire  $\Rightarrow \Lambda$**

calculer la pseudo-inverse de  $J$  :  $J^+ = J^T(JJ^T)^{-1}$  si  $n > 3$

$J$  matrice  $3 \times n$   $= (J^T J)^{-1} J^T$  si  $n < 3$

Mise-à-jour :  $\Theta = \Theta_0 + \Lambda$

...et on recommence

itérations = **série de petits déplacements**  
**pour atteindre la cible M**

# Limite aux articulations

Important pour le réalisme :

respect des **contraintes morphologiques**

Ex. : l'angle du coude varie sur  $[0, \pi]$

## Modifications de l'algorithme

- Tester si dépassement pour paramètre  $i$
- Annuler paramètre  $i$   
(en pratique, enlever la colonne correspondante dans  $J$ )
- Recalculer  $J$ ,  $J^+$  et  $\Theta$  sans  $i$
- Vérifier les autres paramètres

Plus d'infos : <http://billbaxter.com/courses/290/html/>

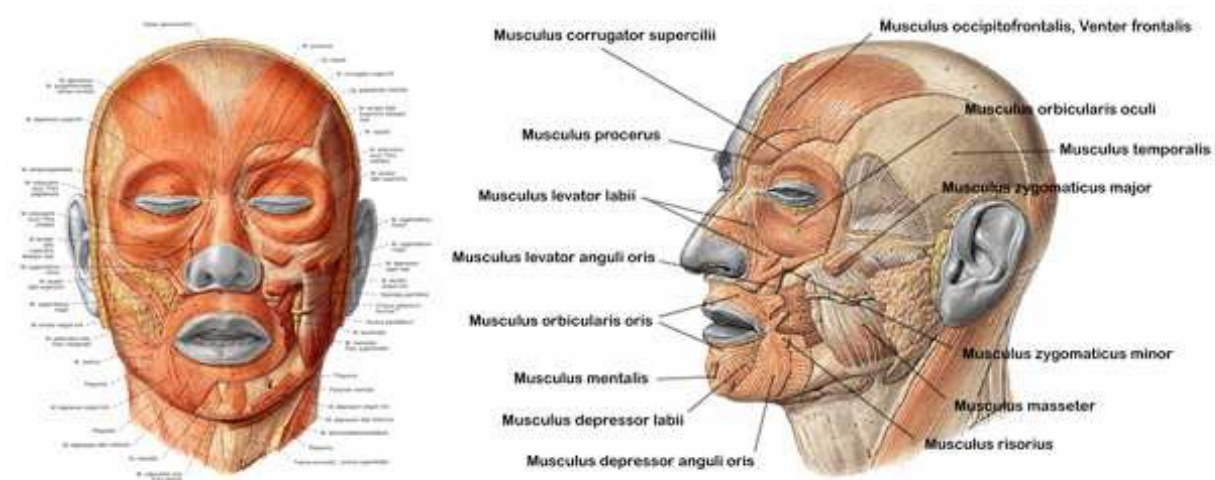
# Plan

1. Introduction
2. Cinématique
3. **Déformation de surfaces**
  - Skinning
  - Déformeurs non-linéaires
  - Morphing

# Déformation de surfaces

## Squelette d'animation vs. **modèle visuel**

En réalité, forme visible composée de **tissus organiques**



De quel niveau de détails se satisfaire dans l'animation ?

# Modèle visuel

Le niveau de réalisme dépend de l'application

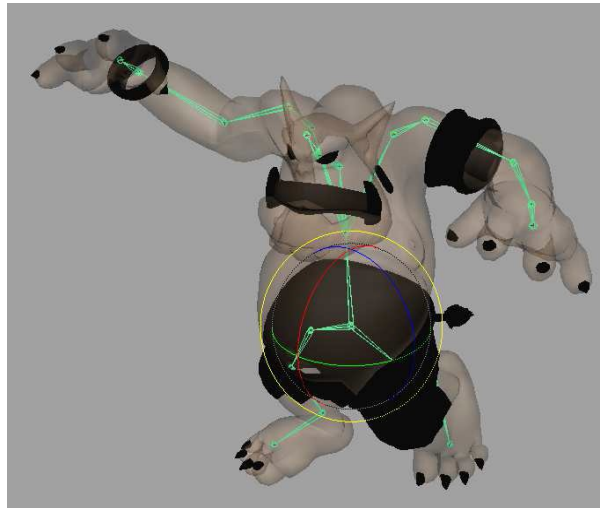
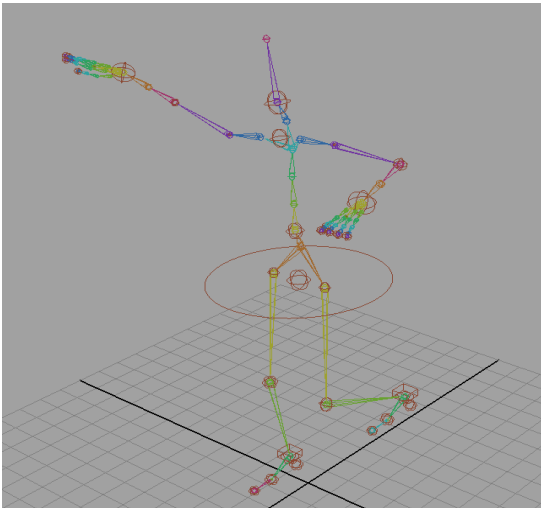
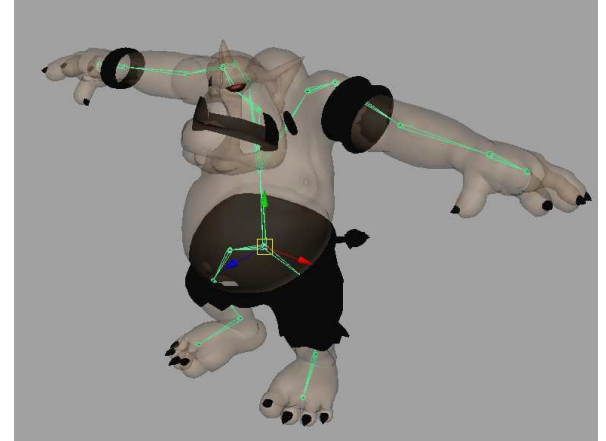
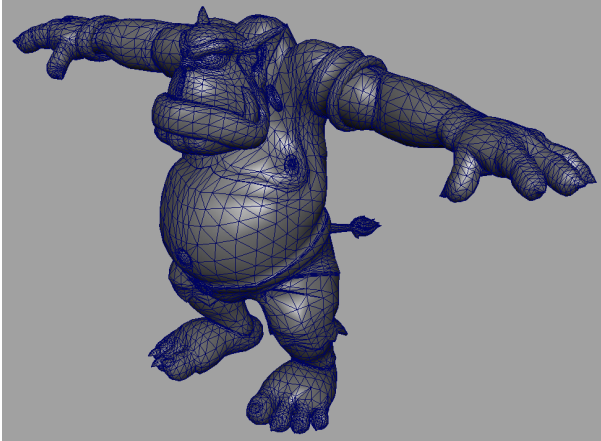


# Déformation de surfaces

Souvent, on se satisfait de **l'approximation par une surface 3D**

- ✓ rapport direct avec la modélisation (forme et texture)
- ✓ structure légère facile à animer (en temps réel)
- ✗ approximation grossière de la réalité

# Pipeline 3D





# Rigging

**Entrées** : sommets  $p_i$  de la surface 3D (*skin*) et squelette dans une pose de base (*bind pose*)

**Sortie** : positions  $p_i'$  après mouvement du squelette

- On connaît  $p_i$  dans le repère monde (ou objet)
- On connaît la matrice  $B_j$  de passage de l'os  $j$  au repos au repère monde

⇒ **nouvelles coordonnées** :  $p_i' = T_j B_j^{-1} p_i$   
avec  $T_j$  la matrice de transformation de l'os  $j$

# Skinning linéaire

**Sommet influencés par plusieurs os**

**⇒ interpolation linéaire des positions**

Si  $p_i$  lié aux os  $j$  et  $k$  :

$$p_i' = w p_{ij}' + (1-w) p_{ik}'$$

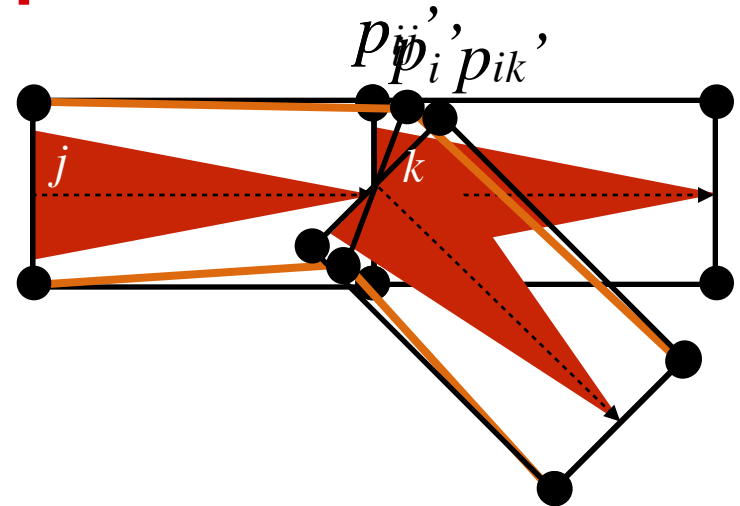
$w : [0,1]$  skin weight

**Cas général**

$$p_i' = \sum_j w_{ij} T_j B_j^{-1} p_i$$

$$= (\sum_j w_{ij} M_j) p_i$$

avec  $\sum_j w_{ij} = 1$



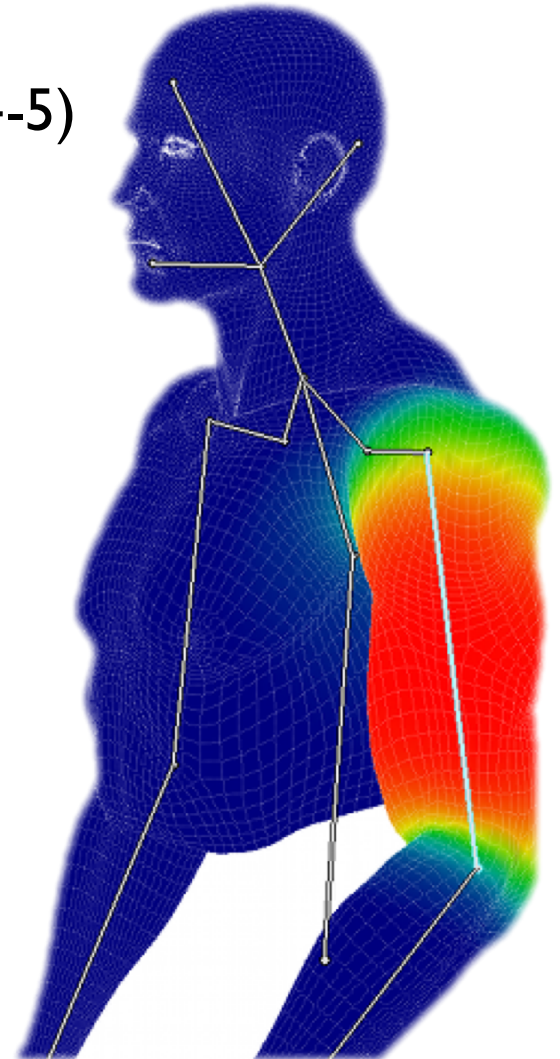
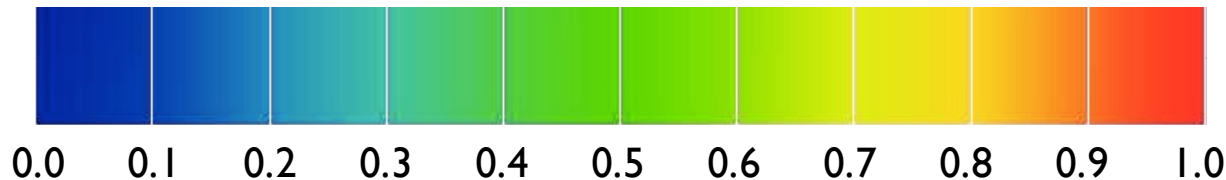
# Poids de skinning

## Spécifiés (« peints ») par un artiste os par os

- $w_{ij} = 1 \Rightarrow$  mouvement rigide avec l'os
- Limiter le nombre de poids par sommet (4-5)
  - $\Rightarrow$  coût de la sommation
  - $\Rightarrow$  stockage mémoire

## et/ou calculés automatiquement

(distance euclidienne, harmonique, géodésique)



# Skinning linéaire

## 1. Rigging – pre-process

⇒ matrices de pose :  $B_j$

⇒ poids de skinning :  $w_{ij}$

## 2. Cinématique direct ou inverse – à chaque temps $t$

⇒ matrices de transformation  $M_j(t) = T_j(t) B_j^{-1}$

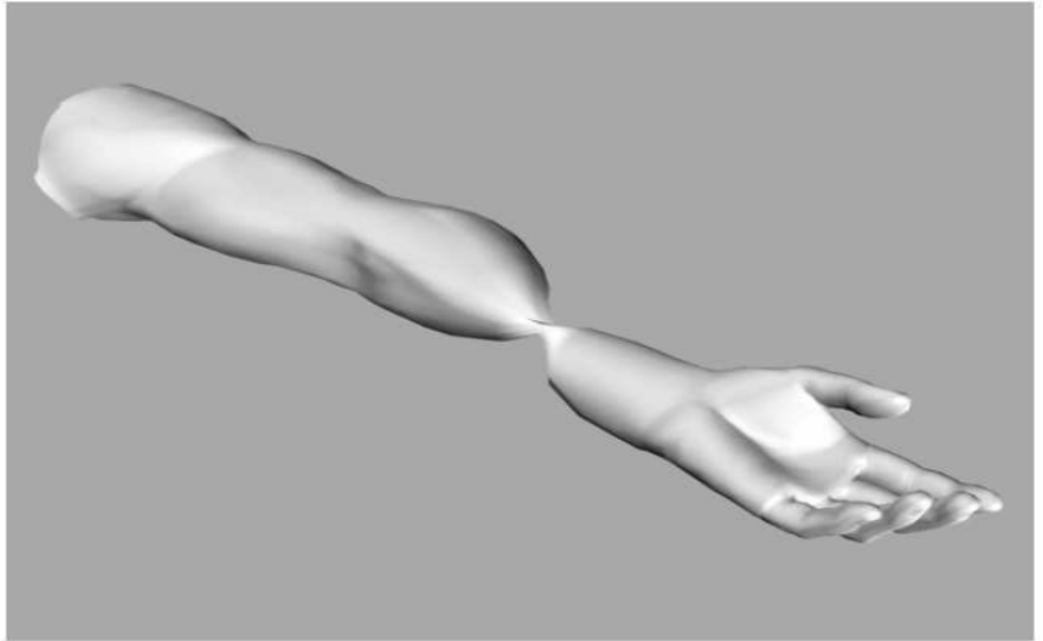
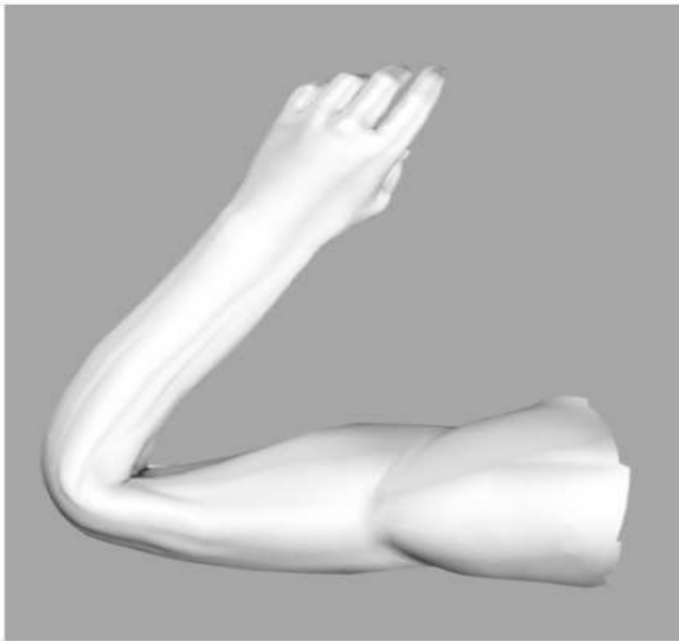
## 3. Skinning linéaire – vertex shader

⇒  $p_i' = (\sum_j w_{ij} M_j(t)) p_i$

# Skinning linéaire

**Limitation : rotations**

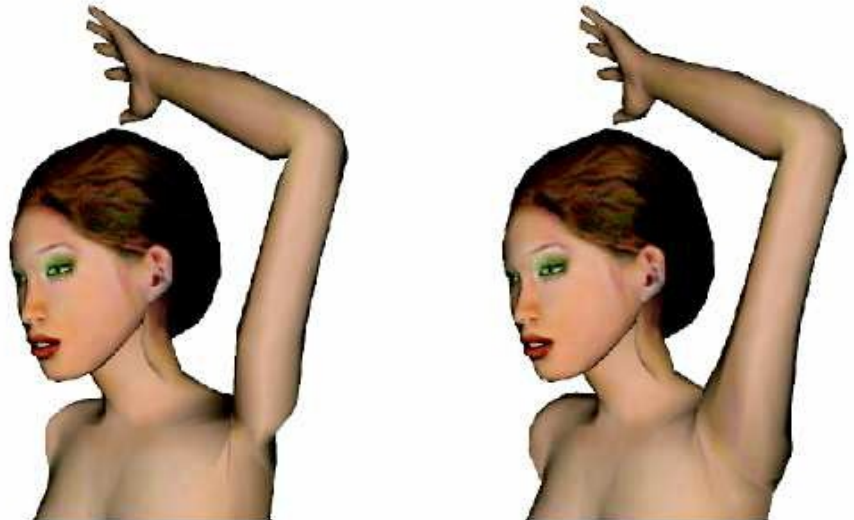
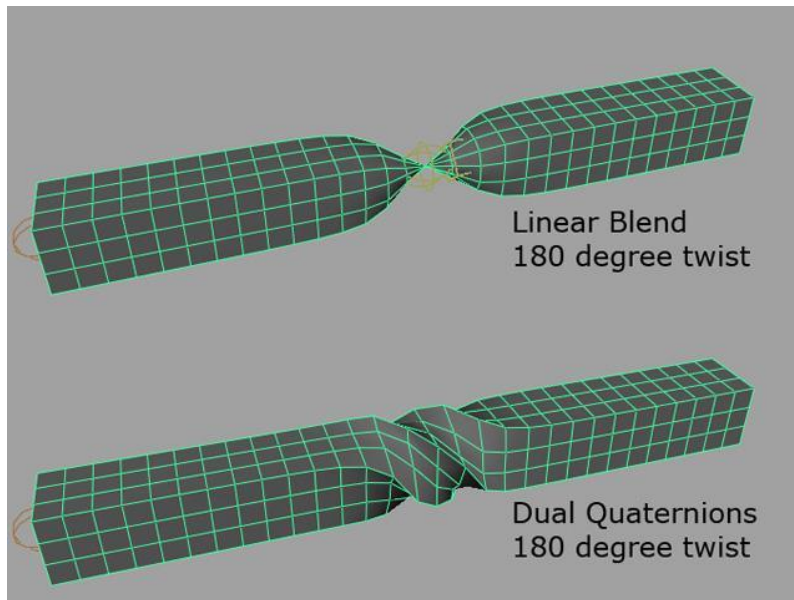
(la moyenne de 2 rotations n'est pas une rotation !)



# Skinning + quaternions duaux

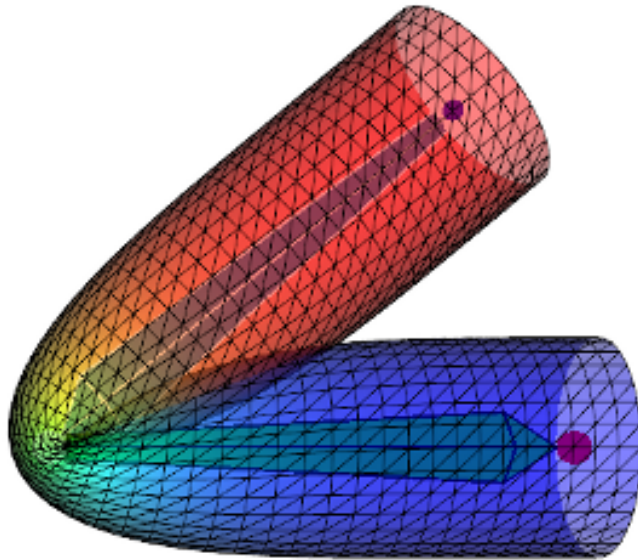
[Kavan et al. 08]

Calculer l'interpolation de matrice en maintenant des rotations correctes à l'aide de quaternions duaux

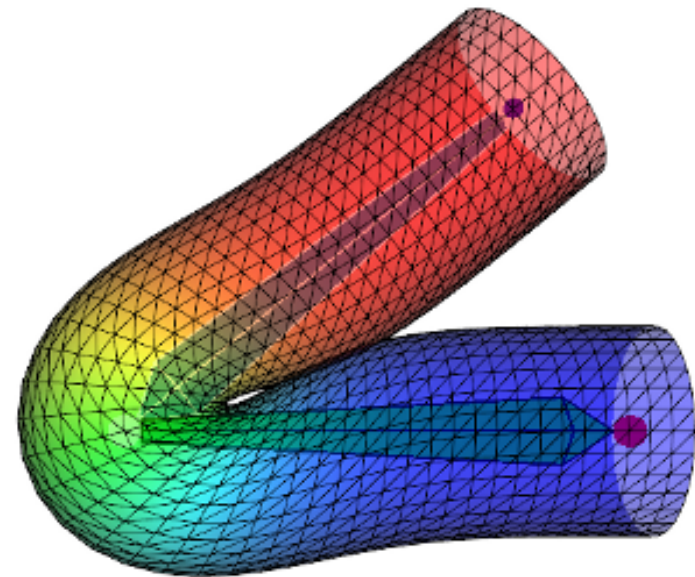
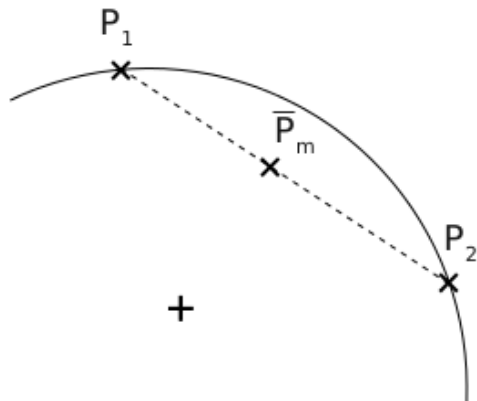


# Skinning + quaternions duaux

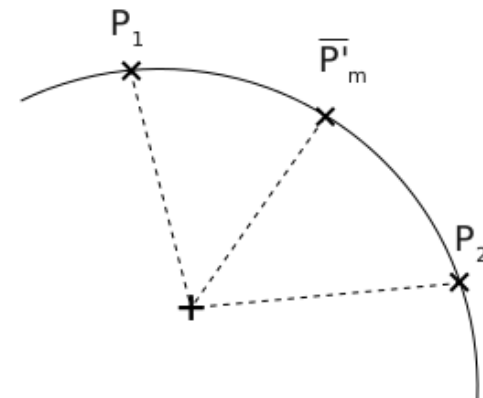
[Kavan et al. 07]



Skinning linéaire



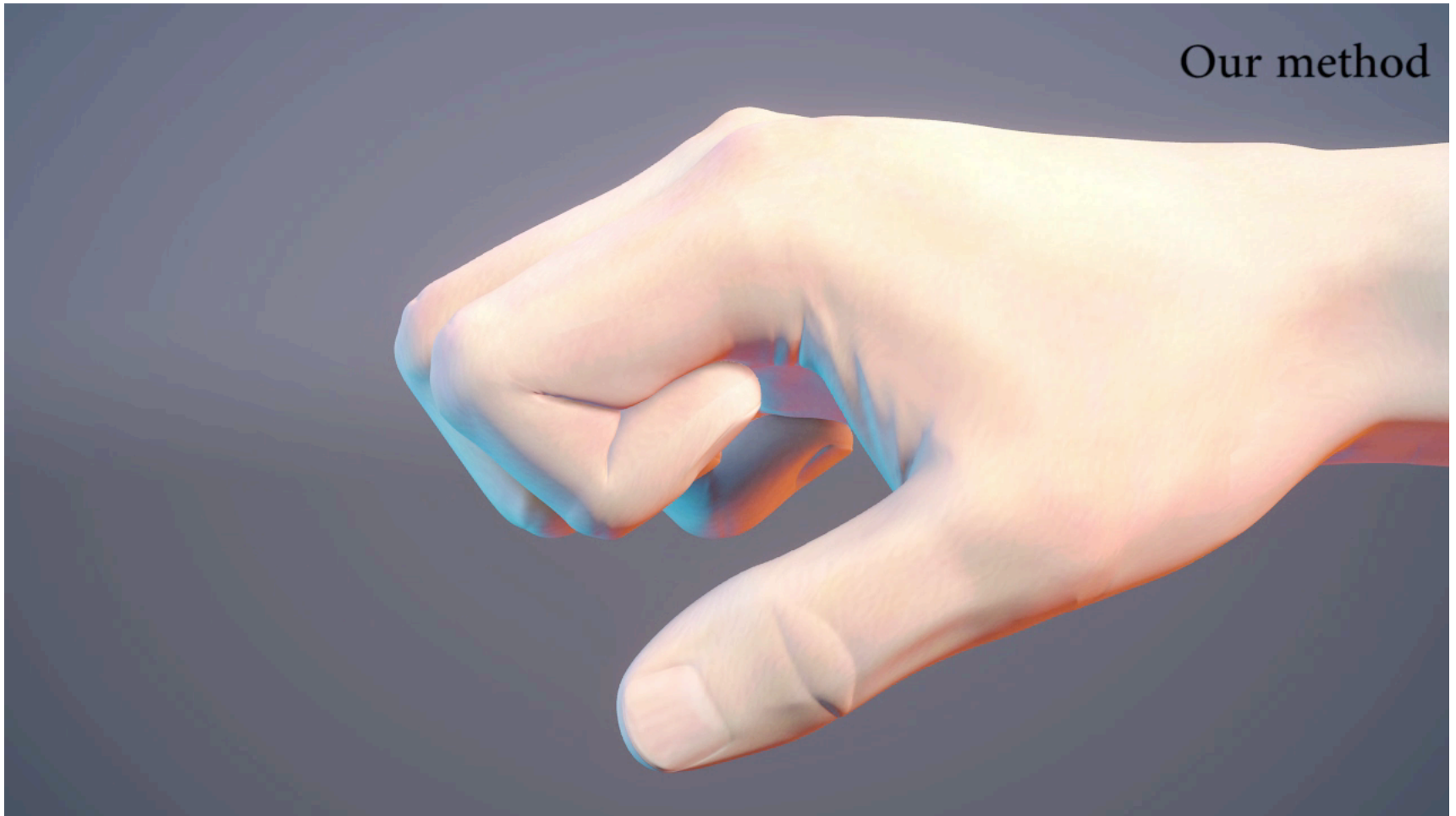
Dual quaternions



# Skinning + surfaces implicites

[Vaillant et al. 13]

Prise en compte des **contacts**





# Deformers non-linéaire

## Modification **globale** de l'espace 3D

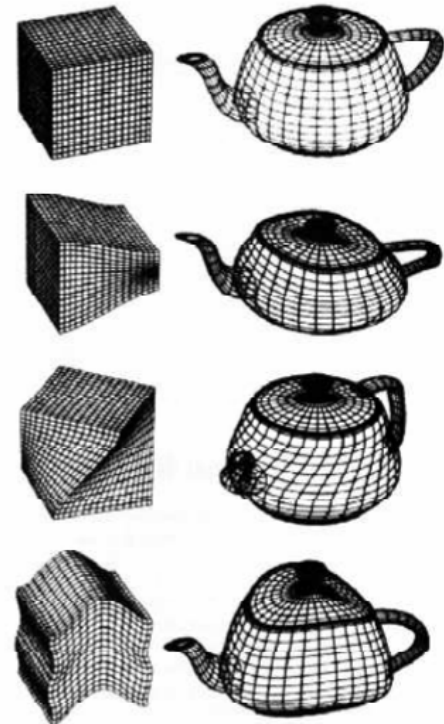
Définir une **fonction dans l'espace** :

$$p \in \mathbb{R}^3 \rightarrow M(p)$$

où  $M(p)$  est une matrice de transformation

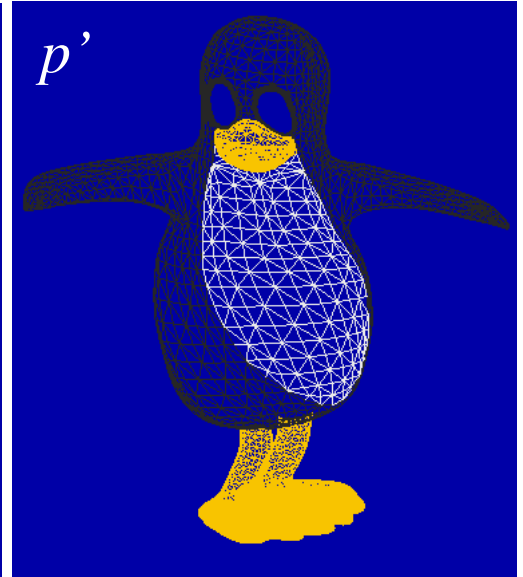
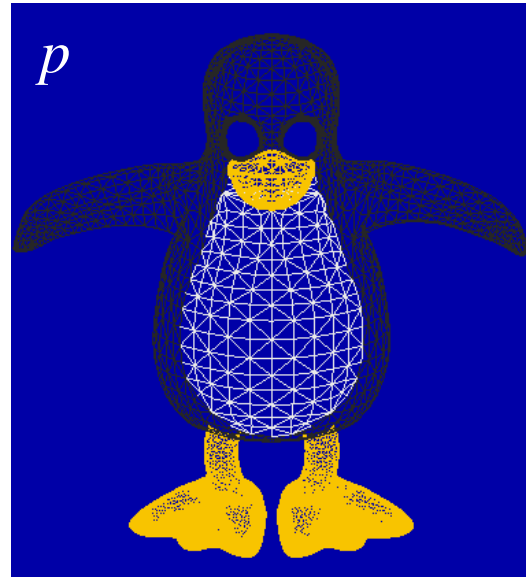
### Action sur un point $p$

- Évaluer  $M$  au point  $p$  :  $M(p)$
- Faire agir  $M$  sur  $P$  :  $p' = M(p)p$



# Twist (rotation non-uniforme)

$$r(z) = \begin{cases} 0 & z \leq z_0 \\ \frac{z-z_0}{z_1-z_0} \theta_{\max} & z_0 \leq z \leq z_1 \\ \theta_{\max} & z_1 \leq z \end{cases}$$



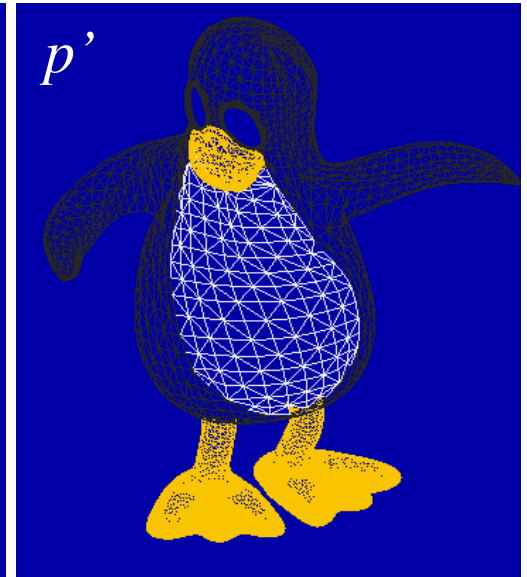
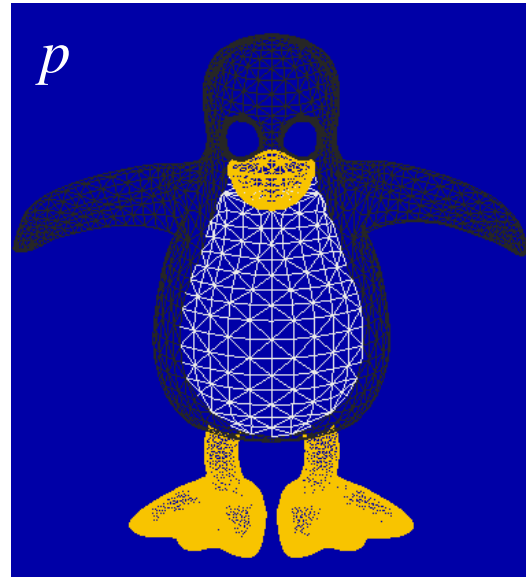
$$p' = \begin{bmatrix} \cos(r(p_z)) & -\sin(r(p_z)) & 0 \\ \sin(r(p_z)) & \cos(r(p_z)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$

# Vortex

$$r(z) = \begin{cases} 0 & z \leq z_0 \\ \frac{z-z_0}{z_1-z_0} \theta_{\max} & z_0 \leq z \leq z_1 \\ \theta_{\max} & z_1 \leq z \end{cases}$$

$$\alpha(p) = r(p_z) e^{-(p_x^2 + p_y^2)}$$

$$p' = \begin{bmatrix} \cos(\alpha(p)) & -\sin(\alpha(p)) & 0 \\ \sin(\alpha(p)) & \cos(\alpha(p)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$



# Combinaison

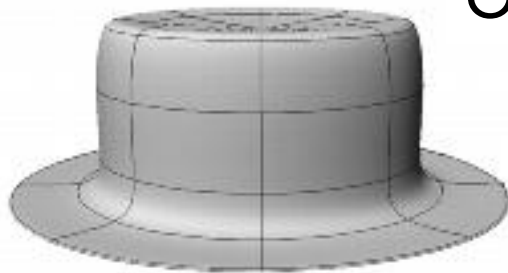
## Avantage :

✓ Simple

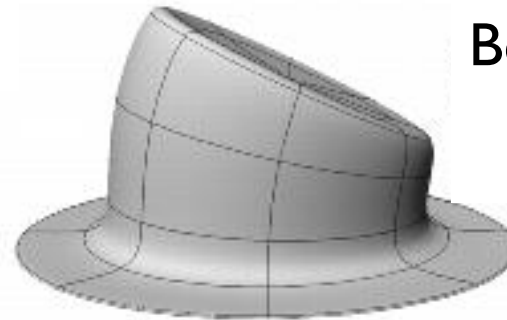
## Inconvénients :

✗ pas de contrôle fin des déformations

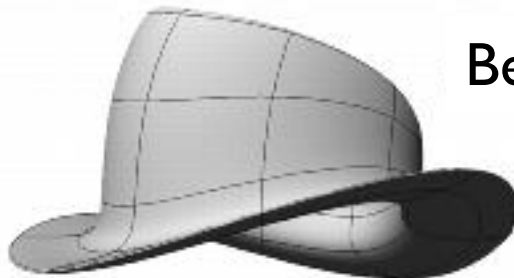
✗ le modèle peut s'auto-intersecter



Original



Bend



Bend+Twist



Twist

# Free-Form Deformations (FFD)

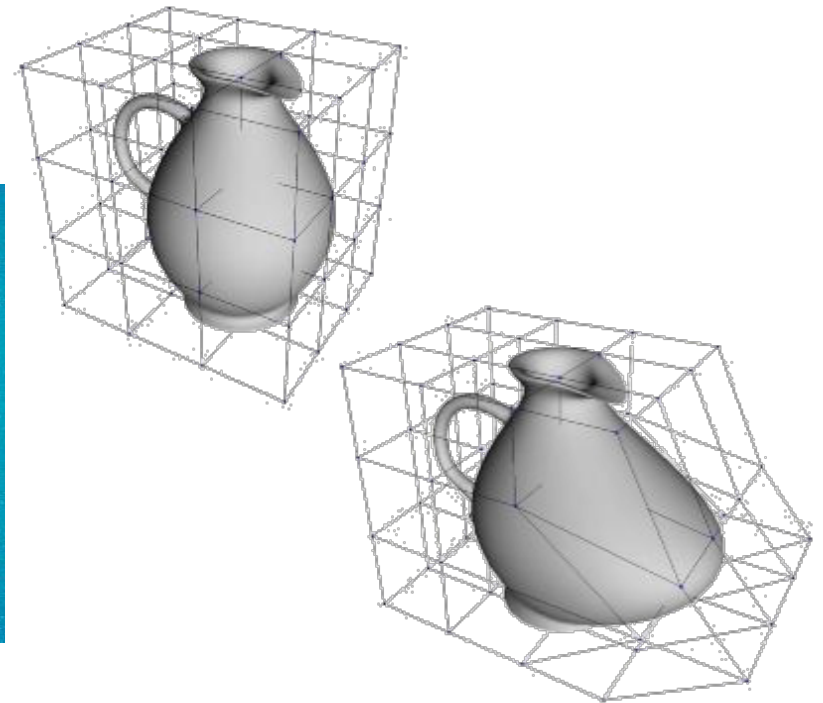
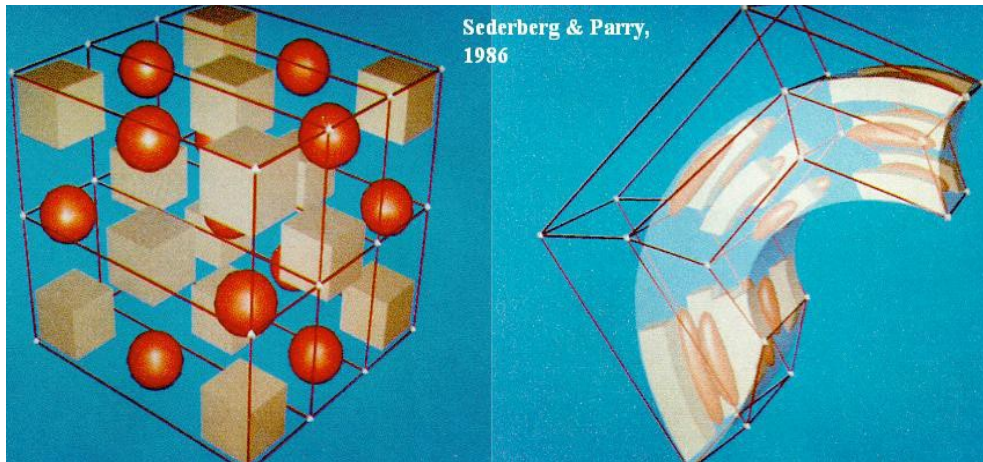
**Treillis de points de contrôle (maillage régulier)**

le modèle est plongé dans du « caoutchouc » 3D

**Déformer le treillis**

⇒ l'espace « suit » le maillage

⇒ interpolation dans la grille par Bézier (ou autre)



# Free-Form Deformations (FFD)

## Grille :

- Origine =  $q$ , axes orthogonaux =  $(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$ , #cellules =  $l, m, n$
- Points de la grille :

$$g_{ijk} = q + \frac{i}{l} \mathbf{u} + \frac{j}{m} \mathbf{v} + \frac{k}{n} \mathbf{w}$$

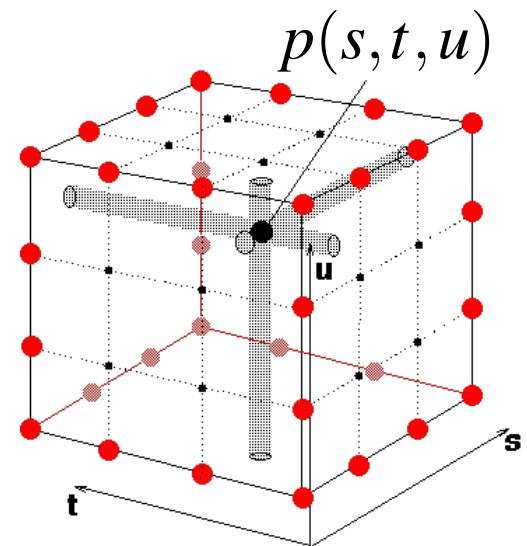
## Point $p$ à déformer :

$$p(s, t, u) = q + s\mathbf{u} + t\mathbf{v} + u\mathbf{w}$$

avec :  $s = (p - q) \cdot \mathbf{u} / \|\mathbf{u}\|$

$$t = (p - q) \cdot \mathbf{v} / \|\mathbf{v}\|$$

$$u = (p - q) \cdot \mathbf{w} / \|\mathbf{w}\|$$



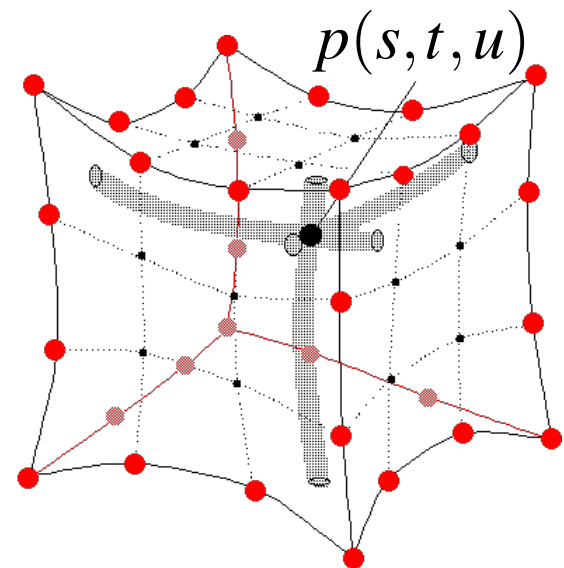
# Free-Form Deformations (FFD)

## Interpolation

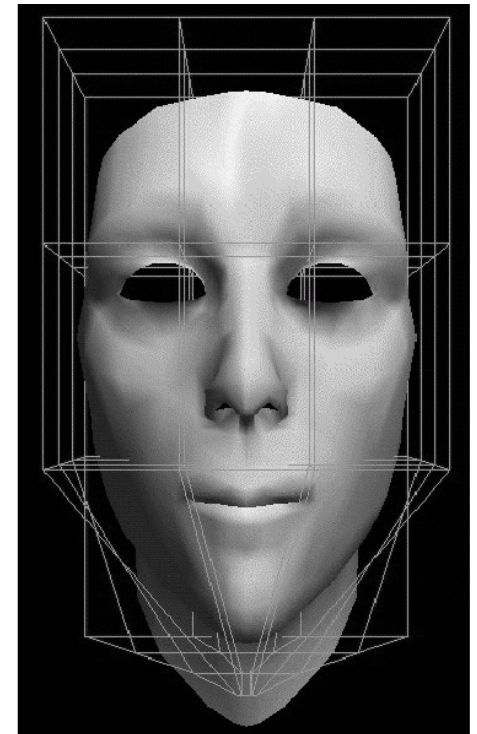
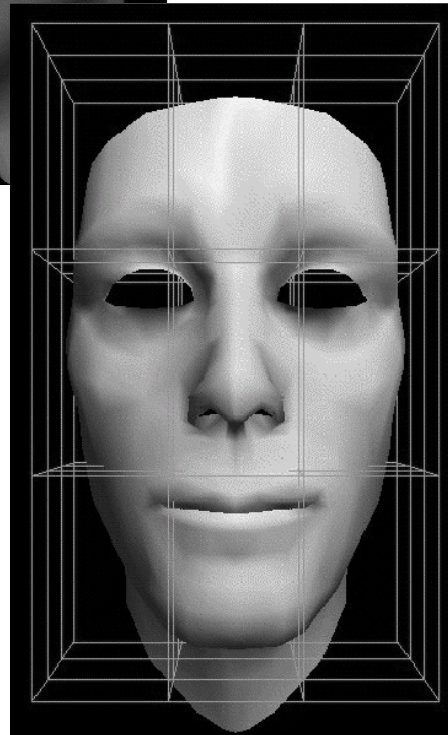
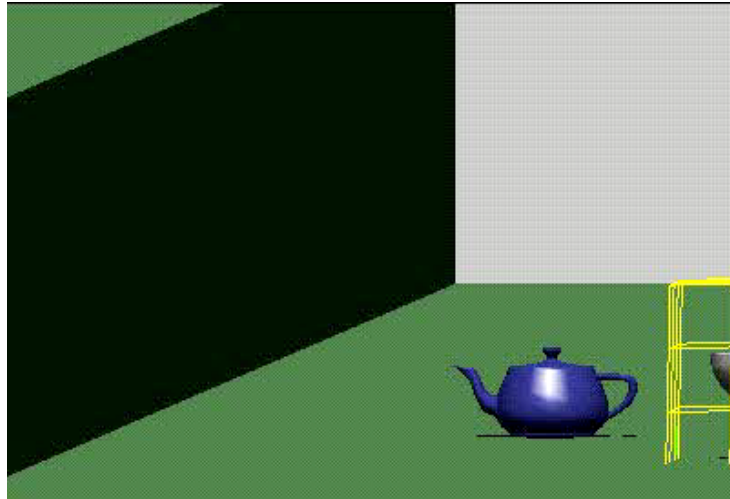
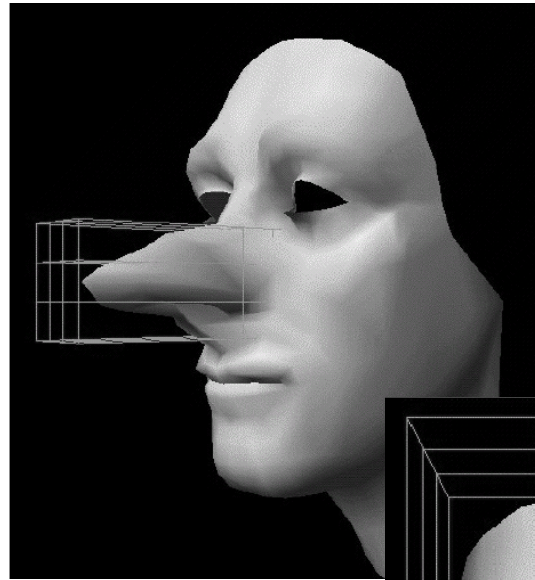
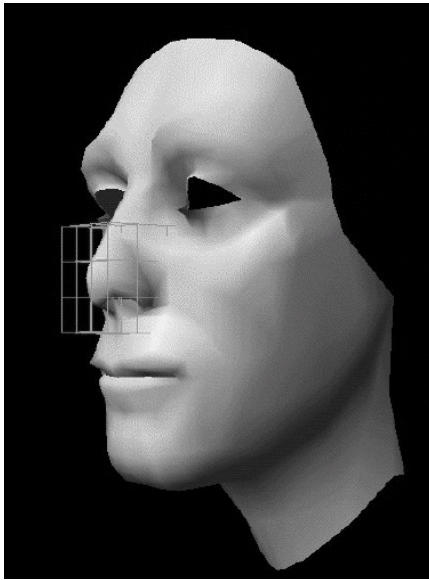
- Points de la grille déplacés en  $g'_{ijk}$
- Interpolation dans la grille par Bézier (ou autre) :

$$p'(s, t, u) = \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^n g'_{ijk} B_i^l(s) B_j^m(t) B_k^n(u)$$

$$\text{avec } B_i^l(s) = \binom{l}{i} s^i (1-s)^{l-i}$$



# Free-Form Deformations (FFD)





# Blend shapes

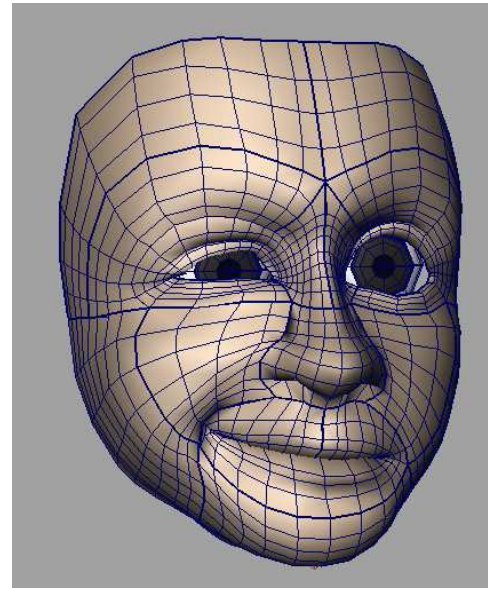
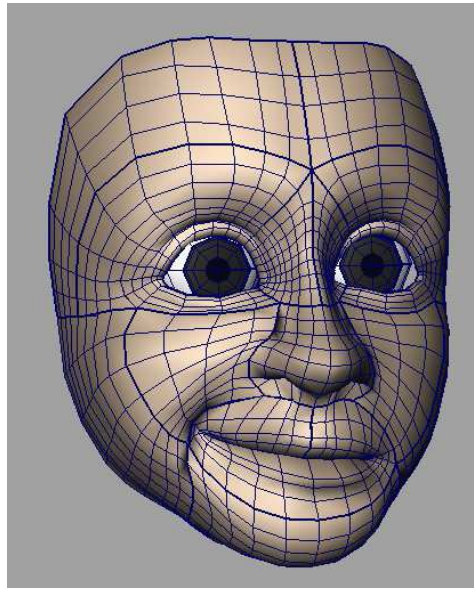
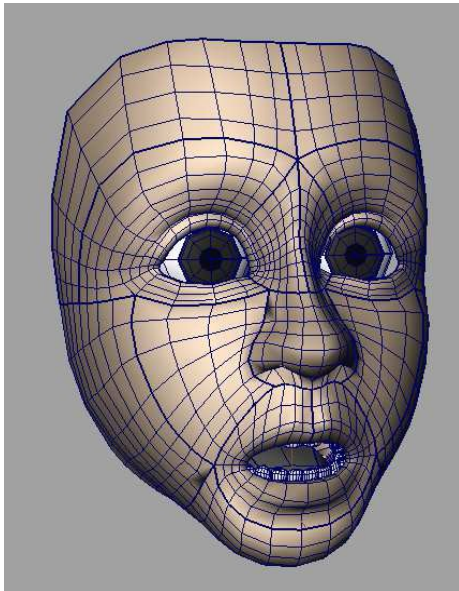
## Interpolation de **formes clés**

- Interpolation linéaire de la position des sommets

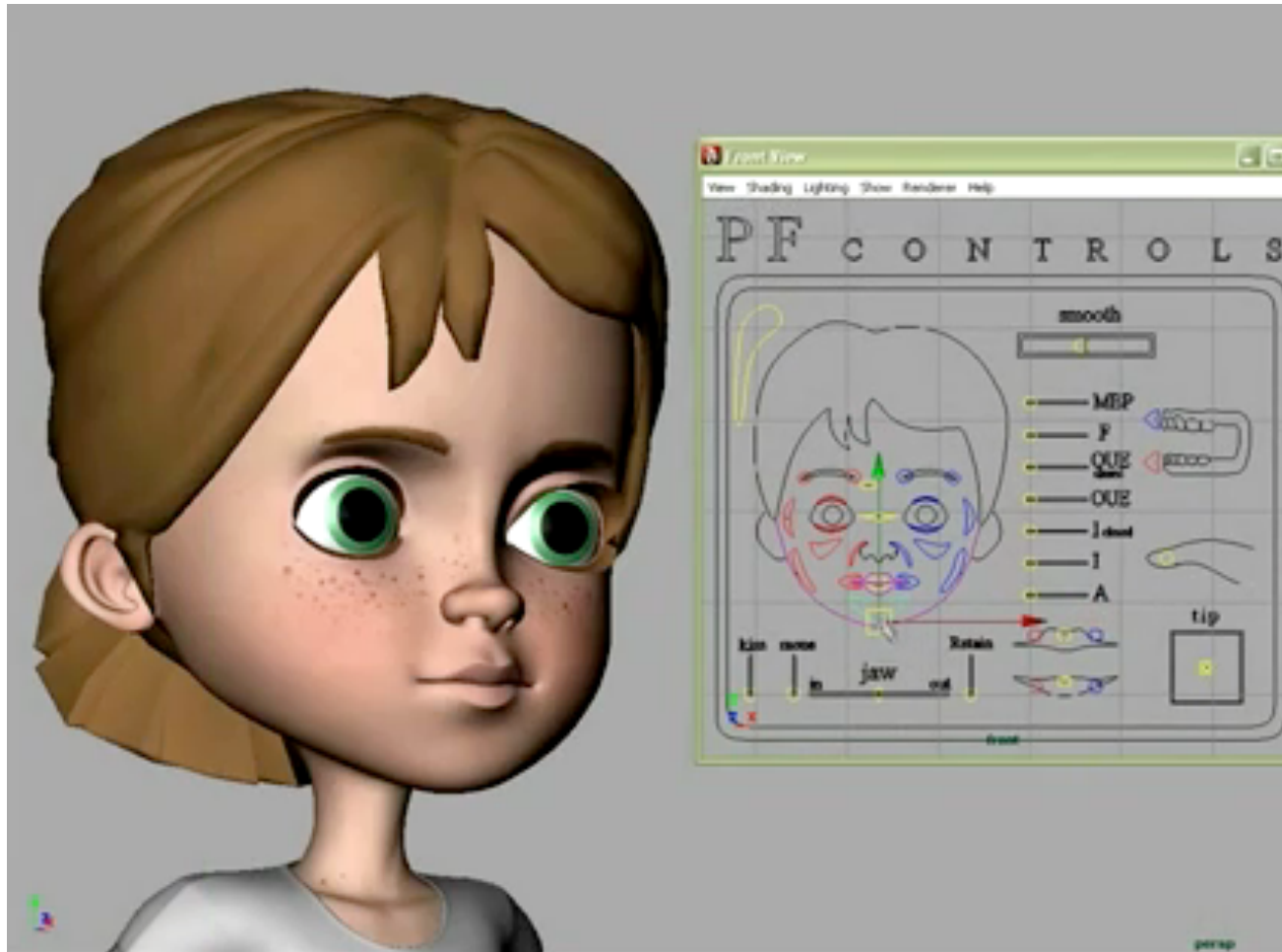
$$p' = p_0 + \sum_i w_i (p_i - p_0)$$

- Contrôle de l'animation par les poids  $w_i$

Surtout pour l'**animation faciale**



# Blend Shapes (198 expressions)



Remy Terreaux