

PROBLEMES DE RECONFIGURATION DANS LES GRAPHES

SOUTENANCE DE THESE

Paul Ouvrard

Directeurs : Marthe Bonamy, Paul Dorbec et Cyril Gavoille

24 mars 2021

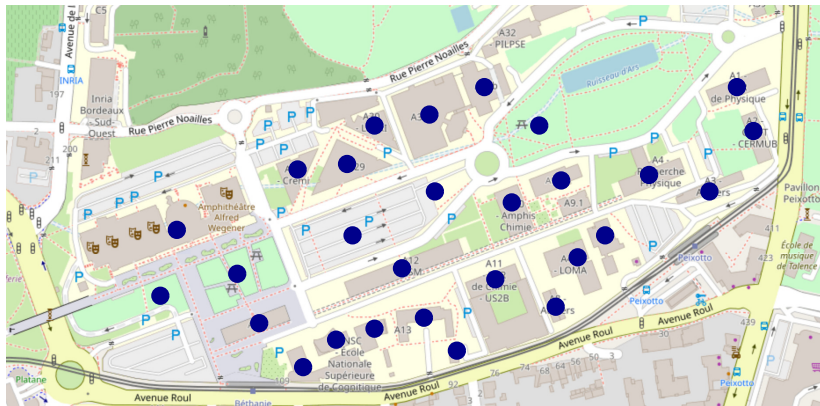
LaBRI

université
de **BORDEAUX**

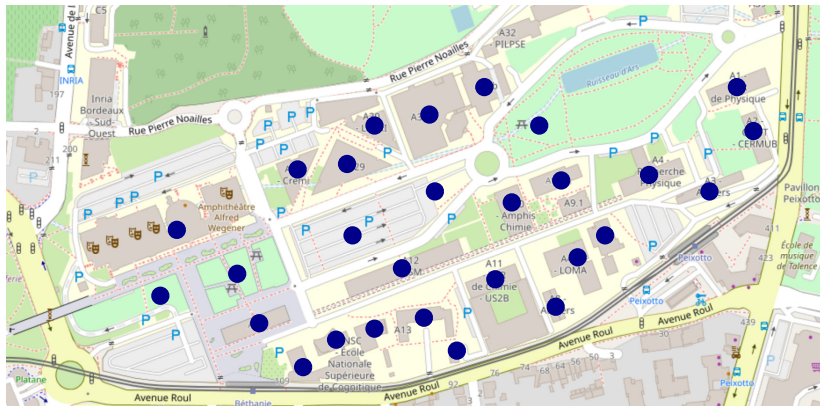
Les graphes pour fournir un accès internet



Les graphes pour fournir un accès internet

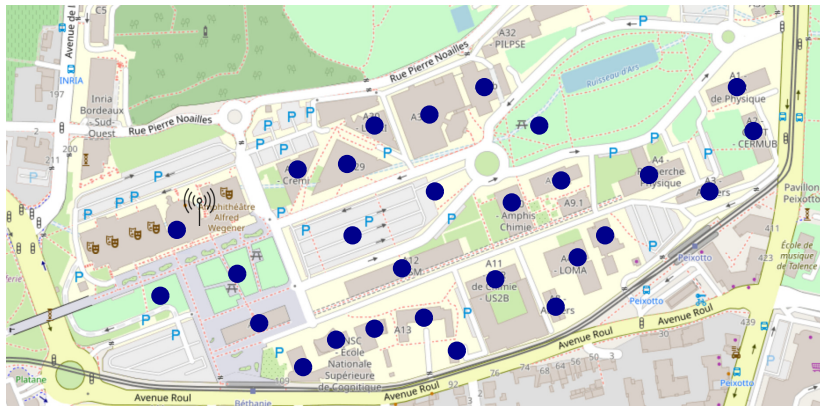


Les graphes pour fournir un accès internet



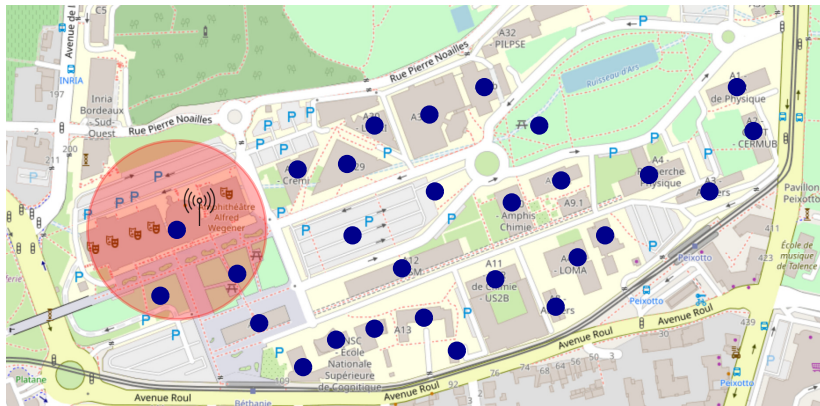
Graphe = sommets

Les graphes pour fournir un accès internet



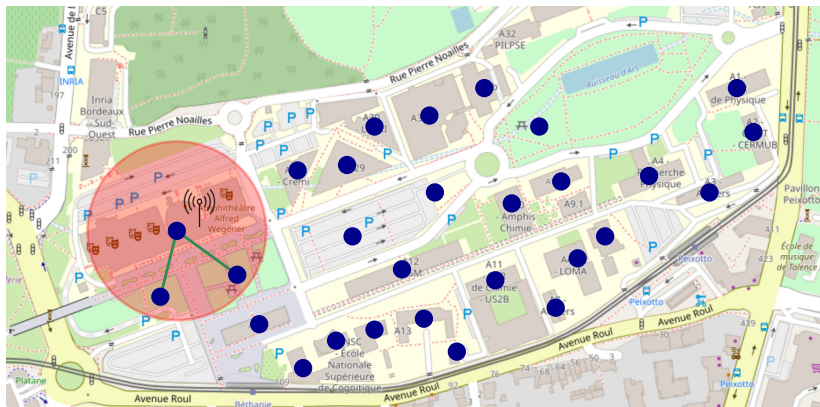
Graphe = sommets

Les graphes pour fournir un accès internet



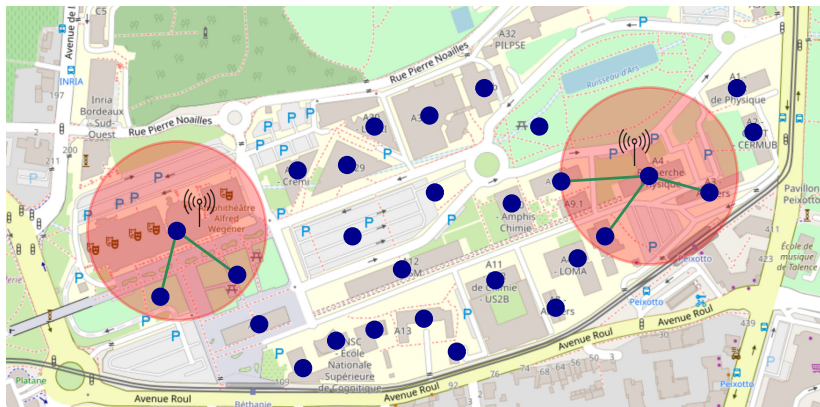
Graphe = sommets

Les graphes pour fournir un accès internet



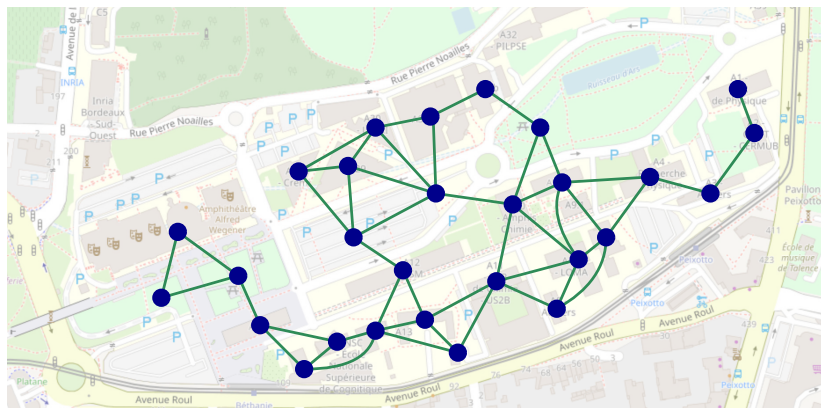
Graphe = sommets + arêtes

Les graphes pour fournir un accès internet



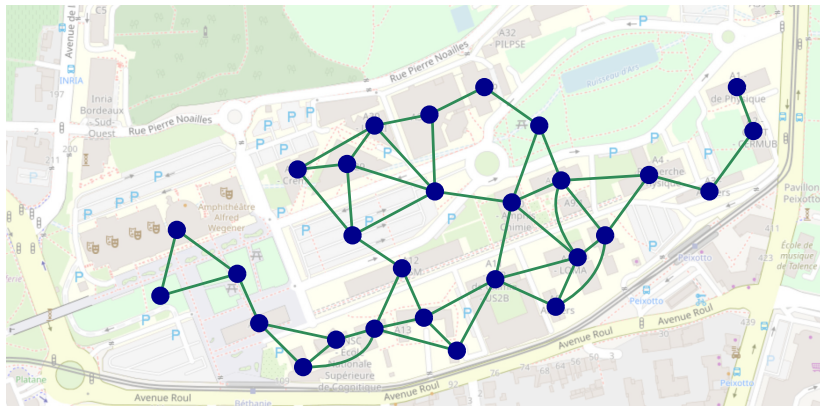
Graphe = sommets + arêtes

Les graphes pour fournir un accès internet



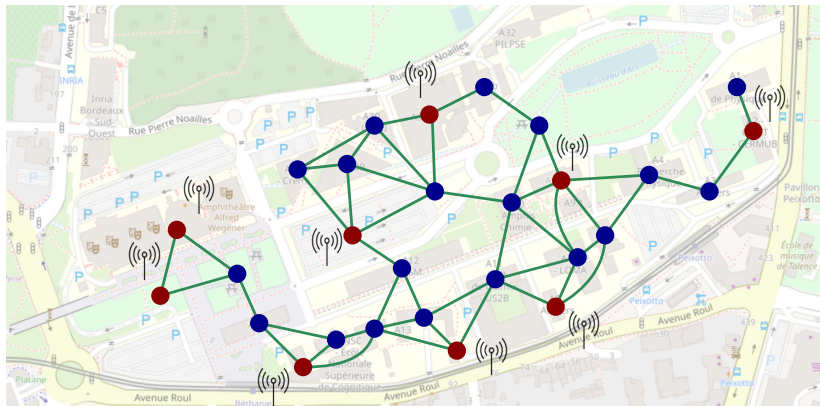
Graphe = sommets + arêtes

Les graphes pour fournir un accès internet



Objectif : utiliser le moins d'antennes !

Les graphes pour fournir un accès internet

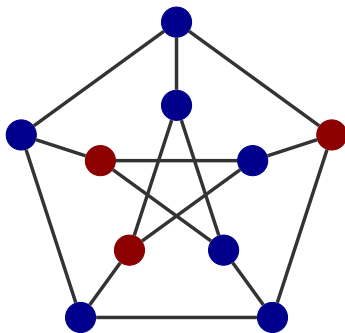


Objectif : utiliser le moins d'antennes !

Ensemble dominant

Ensemble dominant

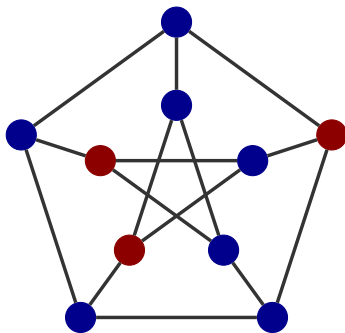
Sous-ensemble de sommets **rouges** tel que tout sommet **bleu** a au moins un voisin **rouge**.



Ensemble dominant

Ensemble dominant

Sous-ensemble de sommets **rouges** tel que tout sommet **bleu** a au moins un voisin **rouge**.

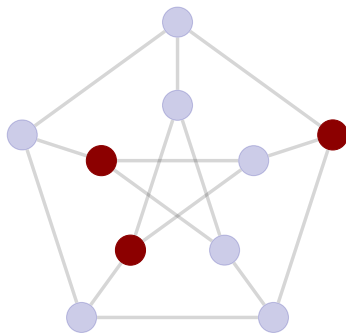


$\gamma(G)$: taille d'un plus petit ensemble dominant

Ensemble dominant

Ensemble dominant

Sous-ensemble de sommets **rouges** tel que tout sommet **bleu** a au moins un voisin **rouge**.

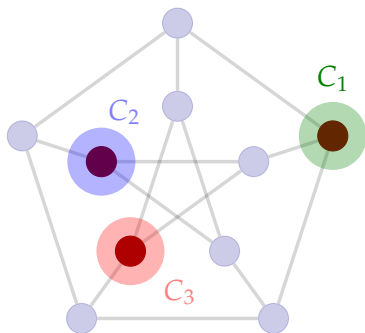


Sous-graphe induit = sommets ● + arêtes ●—●

Ensemble dominant

Ensemble dominant

Sous-ensemble de sommets **rouges** tel que tout sommet **bleu** a au moins un voisin **rouge**.

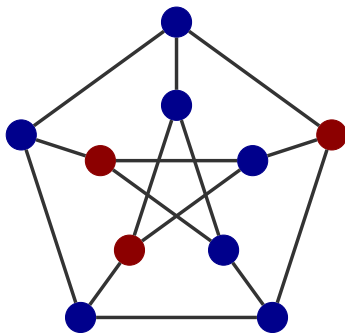


3 composantes connexes → ensemble indépendant (ou stable)

Ensemble dominant

Ensemble dominant

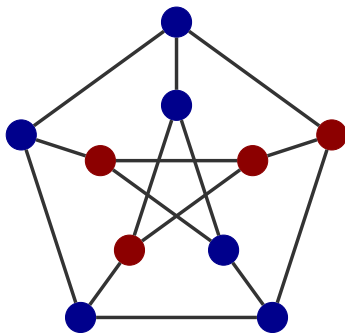
Sous-ensemble de sommets **rouges** tel que tout sommet **bleu** a au moins un voisin **rouge**.



Ensemble dominant

Ensemble dominant

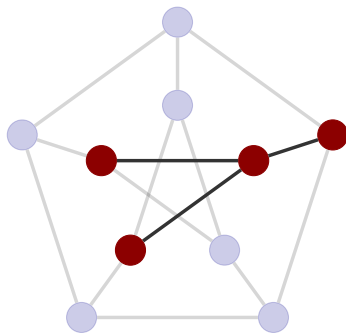
Sous-ensemble de sommets **rouges** tel que tout sommet **bleu** a au moins un voisin **rouge**.



Ensemble dominant

Ensemble dominant

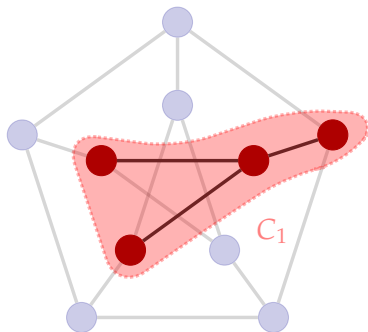
Sous-ensemble de sommets **rouges** tel que tout sommet **bleu** a au moins un voisin **rouge**.



Ensemble dominant connexe

Ensemble dominant

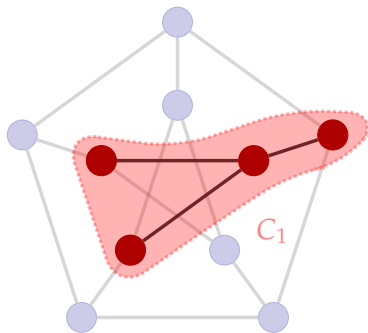
Sous-ensemble de sommets **rouges** tel que tout sommet **bleu** a au moins un voisin **rouge**.



Ensemble dominant connexe

Ensemble dominant

Sous-ensemble de sommets **rouges** tel que tout sommet **bleu** a au moins un voisin **rouge**.

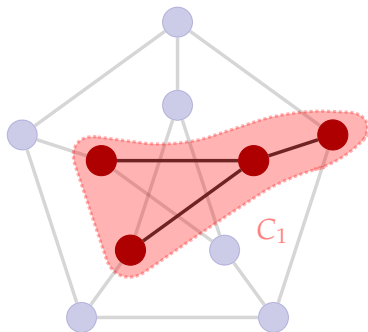


Une composante connexe

Ensemble dominant

Ensemble dominant connexe

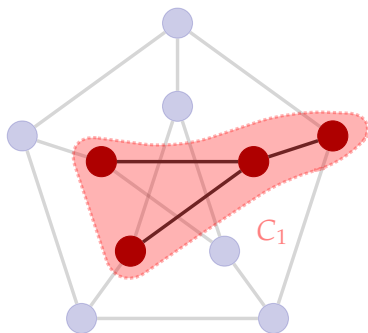
Sous-ensemble **connexe** de sommets **rouges** tel que tout sommet **bleu** a au moins un voisin **rouge**.



Ensemble dominant

Ensemble dominant connexe

Sous-ensemble **connexe** de sommets **rouges** tel que tout sommet **bleu** a au moins un voisin **rouge**.



$\gamma_c(G)$: taille d'un plus petit ensemble dominant connexe

Quelques bornes ($\forall G$) :

Quelques bornes ($\forall G$) :

☞ $\gamma(G) \leq \gamma_c(G)$

Quelques bornes ($\forall G$) :

☞ $\gamma(G) \leq \gamma_c(G)$

Prix de la connexité [Cardinal & Levy, '08]

Soit G un graphe. On définit $PoC(G)$ comme le ratio $\frac{\gamma_c(G)}{\gamma(G)}$.

Quelques bornes ($\forall G$) :

$$\Rightarrow \gamma(G) \leq \gamma_c(G)$$

Prix de la connexité [Cardinal & Levy, '08]

Soit G un graphe. On définit $PoC(G)$ comme le ratio $\frac{\gamma_c(G)}{\gamma(G)}$.

$$\Rightarrow \gamma_c(G) \leq 3\gamma(G) - 2$$

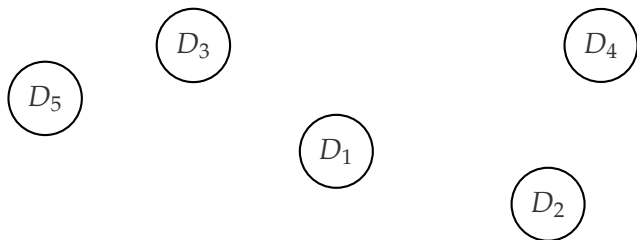
Quelques bornes ($\forall G$) :

$$\Rightarrow \gamma(G) \leq \gamma_c(G)$$

Prix de la connexité [Cardinal & Levy, '08]

Soit G un graphe. On définit $PoC(G)$ comme le ratio $\frac{\gamma_c(G)}{\gamma(G)}$.

$$\Rightarrow \gamma_c(G) \leq 3\gamma(G) - 2$$



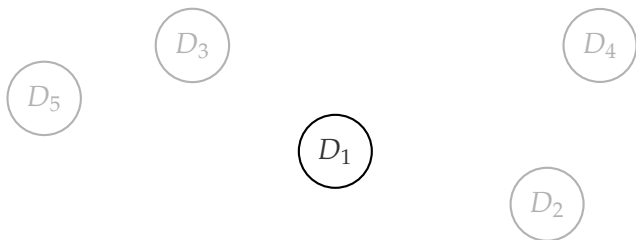
Quelques bornes ($\forall G$) :

$$\Rightarrow \gamma(G) \leq \gamma_c(G)$$

Prix de la connexité [Cardinal & Levy, '08]

Soit G un graphe. On définit $PoC(G)$ comme le ratio $\frac{\gamma_c(G)}{\gamma(G)}$.

$$\Rightarrow \gamma_c(G) \leq 3\gamma(G) - 2$$



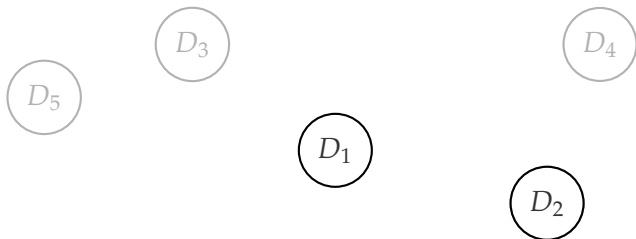
Quelques bornes ($\forall G$) :

$$\Rightarrow \gamma(G) \leq \gamma_c(G)$$

Prix de la connexité [Cardinal & Levy, '08]

Soit G un graphe. On définit $PoC(G)$ comme le ratio $\frac{\gamma_c(G)}{\gamma(G)}$.

$$\Rightarrow \gamma_c(G) \leq 3\gamma(G) - 2$$



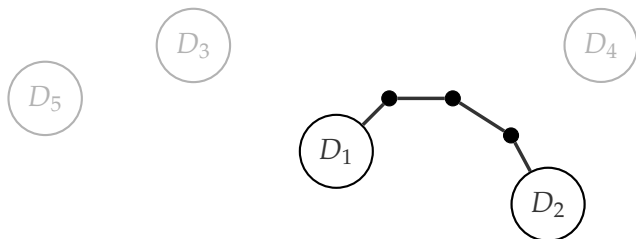
Quelques bornes ($\forall G$) :

$$\Rightarrow \gamma(G) \leq \gamma_c(G)$$

Prix de la connexité [Cardinal & Levy, '08]

Soit G un graphe. On définit $PoC(G)$ comme le ratio $\frac{\gamma_c(G)}{\gamma(G)}$.

$$\Rightarrow \gamma_c(G) \leq 3\gamma(G) - 2$$



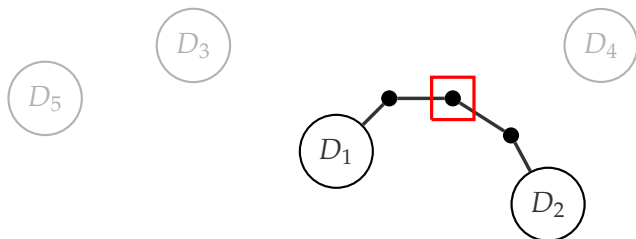
Quelques bornes ($\forall G$) :

$$\Rightarrow \gamma(G) \leq \gamma_c(G)$$

Prix de la connexité [Cardinal & Levy, '08]

Soit G un graphe. On définit $PoC(G)$ comme le ratio $\frac{\gamma_c(G)}{\gamma(G)}$.

$$\Rightarrow \gamma_c(G) \leq 3\gamma(G) - 2$$



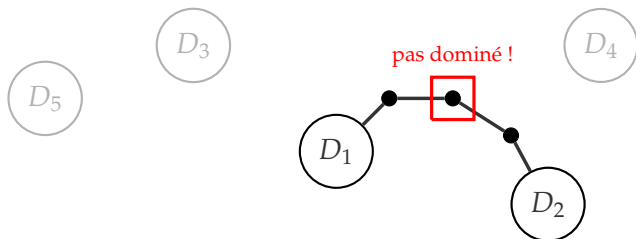
Quelques bornes ($\forall G$) :

☞ $\gamma(G) \leq \gamma_c(G)$

Prix de la connexité [Cardinal & Levy, '08]

Soit G un graphe. On définit $PoC(G)$ comme le ratio $\frac{\gamma_c(G)}{\gamma(G)}$.

☞ $\gamma_c(G) \leq 3\gamma(G) - 2$



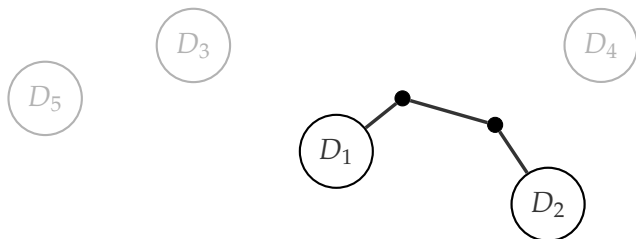
Quelques bornes ($\forall G$) :

$$\Rightarrow \gamma(G) \leq \gamma_c(G)$$

Prix de la connexité [Cardinal & Levy, '08]

Soit G un graphe. On définit $PoC(G)$ comme le ratio $\frac{\gamma_c(G)}{\gamma(G)}$.

$$\Rightarrow \gamma_c(G) \leq 3\gamma(G) - 2$$



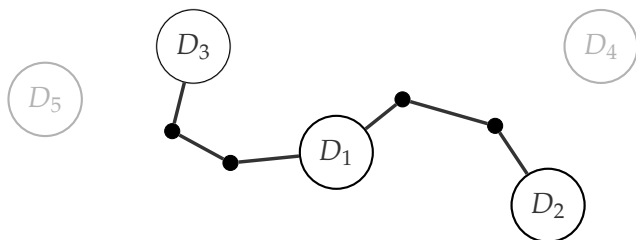
Quelques bornes ($\forall G$) :

$$\Rightarrow \gamma(G) \leq \gamma_c(G)$$

Prix de la connexité [Cardinal & Levy, '08]

Soit G un graphe. On définit $PoC(G)$ comme le ratio $\frac{\gamma_c(G)}{\gamma(G)}$.

$$\Rightarrow \gamma_c(G) \leq 3\gamma(G) - 2$$



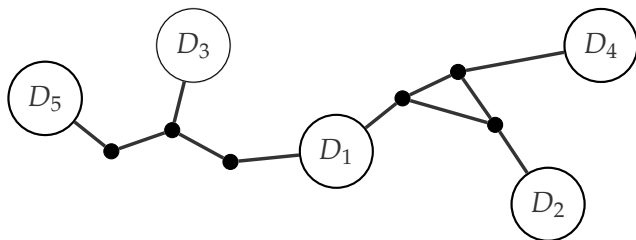
Quelques bornes ($\forall G$) :

$$\Rightarrow \gamma(G) \leq \gamma_c(G)$$

Prix de la connexité [Cardinal & Levy, '08]

Soit G un graphe. On définit $PoC(G)$ comme le ratio $\frac{\gamma_c(G)}{\gamma(G)}$.

$$\Rightarrow \gamma_c(G) \leq 3\gamma(G) - 2$$



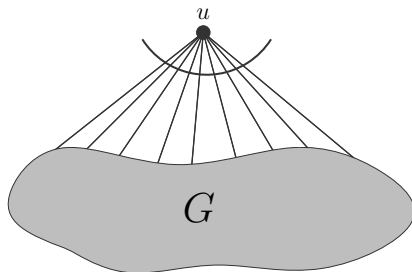
Graphes avec $P_0C = 1$

Question

Soit G un graphe. À quelle(s) condition(s) a-t-on $PoC(G) = 1$?

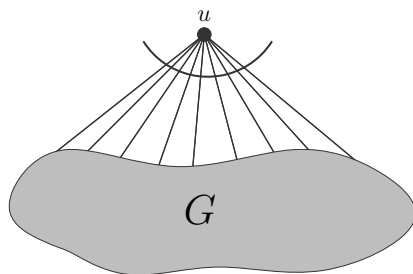
Question

Soit G un graphe. À quelle(s) condition(s) a-t-on $PoC(G) = 1$?



Question

Soit G un graphe. À quelle(s) condition(s) a-t-on $PoC(G) = 1$?



👉 se généralise à des ensembles de taille > 1

Question

Soit G un graphe. À quelle(s) condition(s) a-t-on $PoC(G) = 1$?

Question

Soit G un graphe. À quelle(s) condition(s) a-t-on $PoC(H) = 1$, pour tout sous-graphe induit H de G ?

Question

Soit G un graphe. À quelle(s) condition(s) a-t-on $PoC(H) = 1$, pour tout sous-graphe induit H de G ?

Théorème fort des graphes parfaits [Chudnovsky et al., '02]

Un graphe G satisfait $\omega(H) = \chi(H)$ (\forall sous-graphe induit H)
 $\Leftrightarrow G$ et \overline{G} ne contiennent pas de cycle impair de longueur ≥ 5 comme sous-graphe induit.

Question

Soit G un graphe. À quelle(s) condition(s) a-t-on $PoC(H) = 1$, pour tout sous-graphe induit H de G ?

Question

Soit G un graphe. À quelle(s) condition(s) a-t-on $PoC(H) = 1$, pour tout sous-graphe induit H de G ?

👉 On dit que G est PoC -Parfait

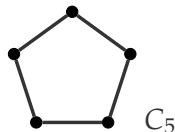
Question

Soit G un graphe. À quelle(s) condition(s) a-t-on $PoC(H) = 1$, pour tout sous-graphe induit H de G ?

☞ On dit que G est PoC -Parfait

Théorème [Zverovich, '03]

G est PoC -Parfait $\Leftrightarrow G$ ne contient pas de P_5 ni de C_5 comme sous-graphe induit.



Question

Soit G un graphe. À quelle(s) condition(s) a-t-on $PoC(H) = 1$, pour tout sous-graphe induit H de G ?

Question

Soit G un graphe et $k \in [1, 3)$ un nombre rationnel. À quelle(s) condition(s) a-t-on $PoC(H) = k$, pour tout sous-graphe induit H de G ?

Question

Soit G un graphe et $k \in [1, 3)$ un nombre rationnel. À quelle(s) condition(s) a-t-on $PoC(H) = k$, pour tout sous-graphe induit H de G ?

👉 On dit que G est PoC -Presque-Parfait avec seuil k

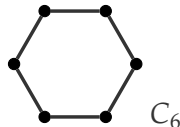
Question

Soit G un graphe et $k \in [1, 3)$ un nombre rationnel. À quelle(s) condition(s) a-t-on $PoC(H) = k$, pour tout sous-graphe induit H de G ?

☞ On dit que G est PoC -Presque-Parfait avec seuil k

Théorème [Camby & Schaudt, '14]

G est PoC -Presque-Parfait avec seuil $3/2 \Leftrightarrow G$ ne contient pas de P_6 ni de C_6 comme sous-graphe induit.



Le cas $k = 2$

Théorème [Camby & Schaudt, '14]

Pour tout graphe G sans P_8 ni C_8 , $PoC(G) \leq 2$.

Théorème [Camby & Schaudt, '14]

Pour tout graphe G sans P_8 ni C_8 , $PoC(G) \leq 2$.

Conjecture [Camby & Schaudt, '14]

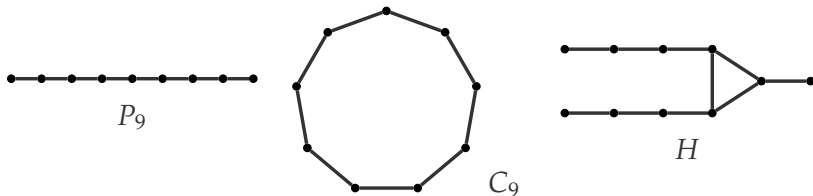
Pour tout graphe G , G est PoC -Presque-Parfait avec seuil 2 \Leftrightarrow
 G est sans P_9 , C_9 ni H .

Théorème [Camby & Schaudt, '14]

Pour tout graphe G sans P_8 ni C_8 , $PoC(G) \leq 2$.

Conjecture [Camby & Schaudt, '14]

Pour tout graphe G , G est PoC -Presque-Parfait avec seuil 2 \Leftrightarrow
 G est sans P_9 , C_9 ni H .

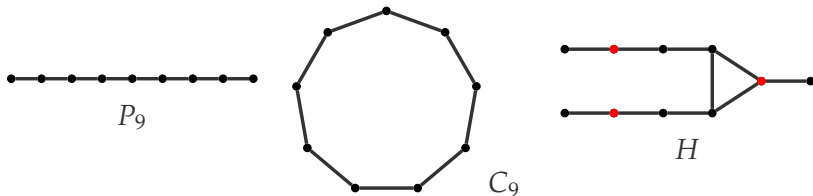


Théorème [Camby & Schaudt, '14]

Pour tout graphe G sans P_8 ni C_8 , $PoC(G) \leq 2$.

Conjecture [Camby & Schaudt, '14]

Pour tout graphe G , G est PoC -Presque-Parfait avec seuil 2 \Leftrightarrow
 G est sans P_9 , C_9 ni H .

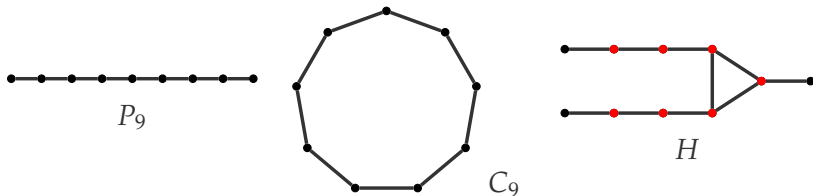


Théorème [Camby & Schaudt, '14]

Pour tout graphe G sans P_8 ni C_8 , $PoC(G) \leq 2$.

Conjecture [Camby & Schaudt, '14]

Pour tout graphe G , G est PoC -Presque-Parfait avec seuil 2 \Leftrightarrow
 G est sans P_9 , C_9 ni H .



Le cas $k = 2$

Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

La conjecture est vraie.

Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

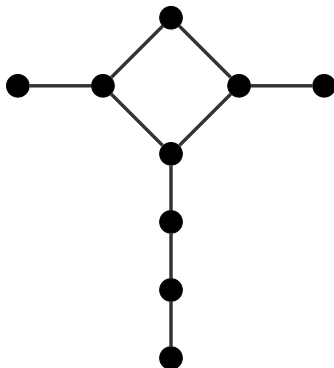
La conjecture est vraie.

Idée de la preuve :

Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

La conjecture est vraie.

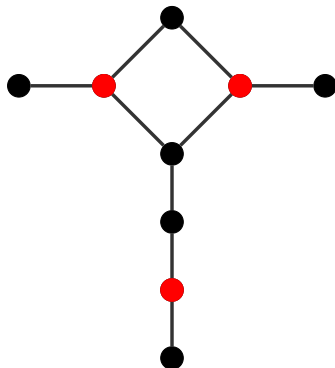
Idée de la preuve :



Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

La conjecture est vraie.

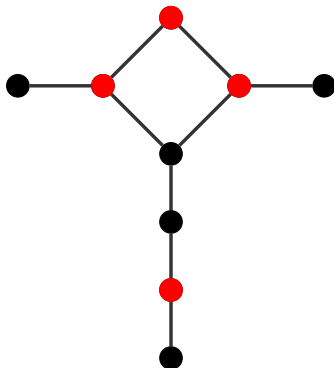
Idée de la preuve :



Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

La conjecture est vraie.

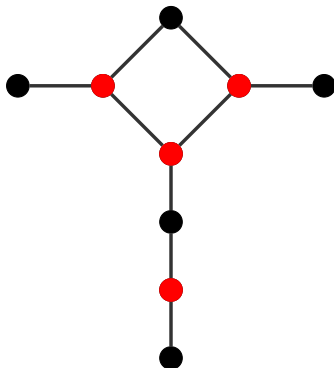
Idée de la preuve :



Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

La conjecture est vraie.

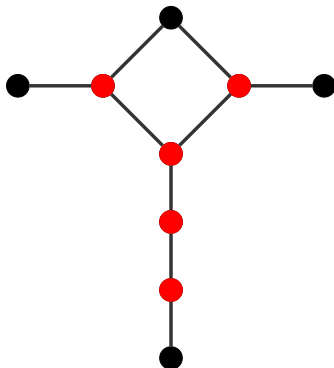
Idée de la preuve :



Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

La conjecture est vraie.

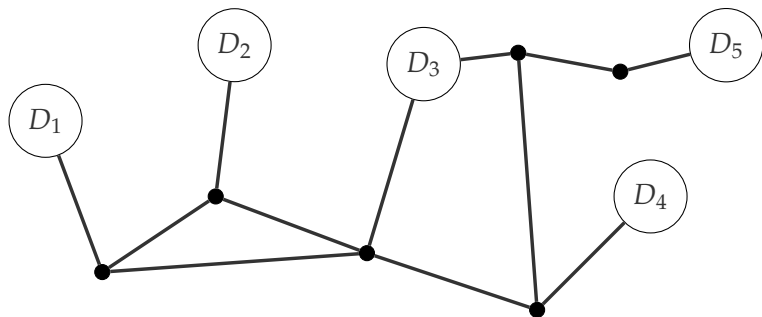
Idée de la preuve :



Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

La conjecture est vraie.

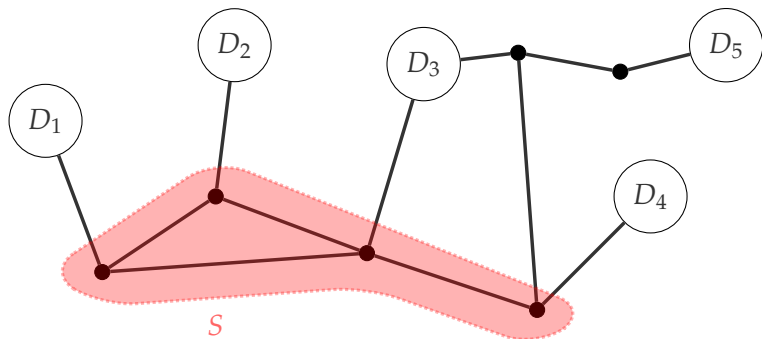
Idée de la preuve :



Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

La conjecture est vraie.

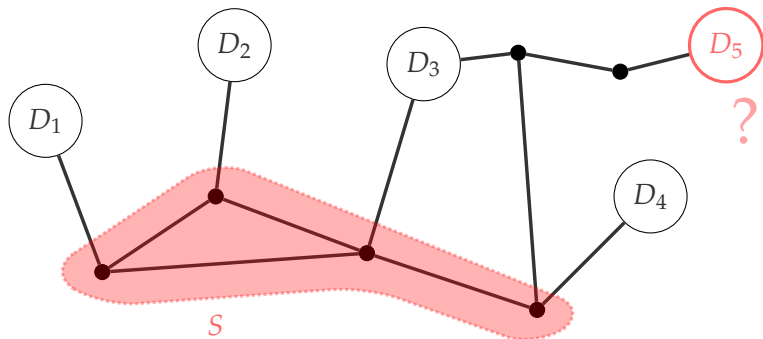
Idée de la preuve :



Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

La conjecture est vraie.

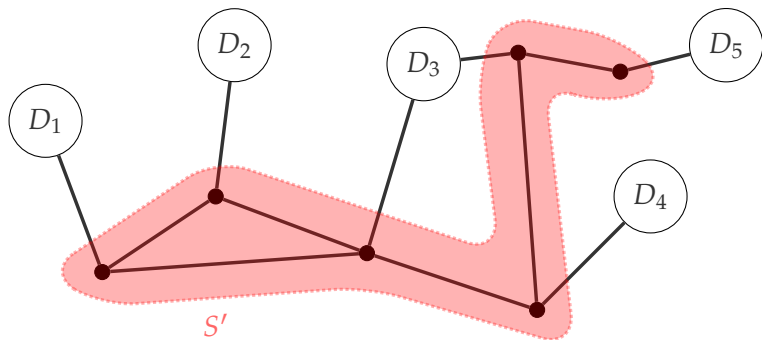
Idée de la preuve :



Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

La conjecture est vraie.

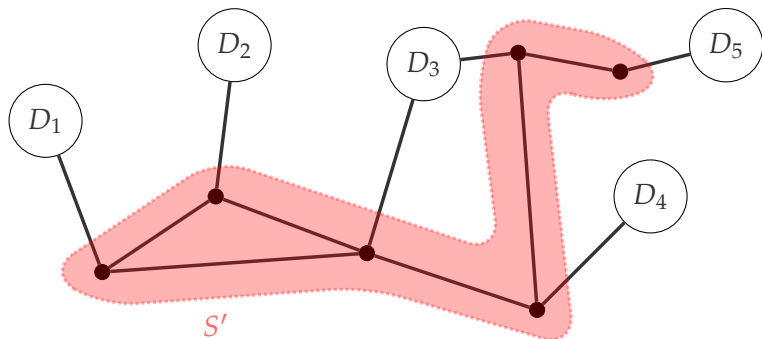
Idée de la preuve :



Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

La conjecture est vraie.

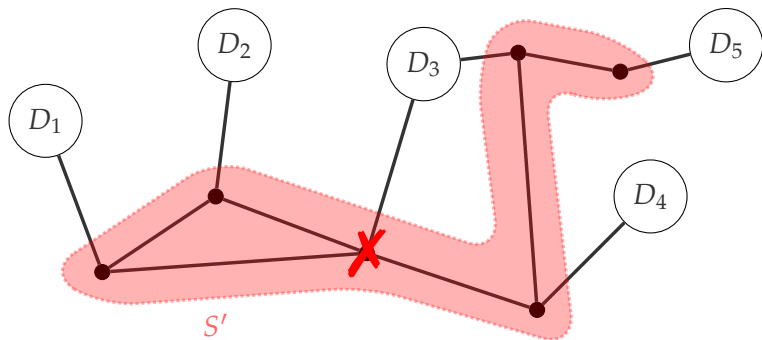
Idée de la preuve :



Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

La conjecture est vraie.

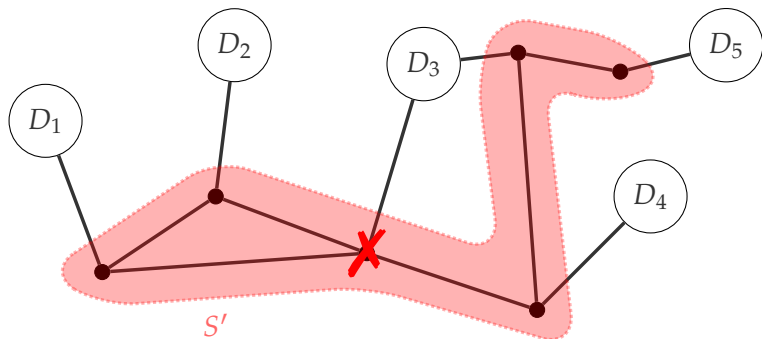
Idée de la preuve :



Théorème [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

La conjecture est vraie.

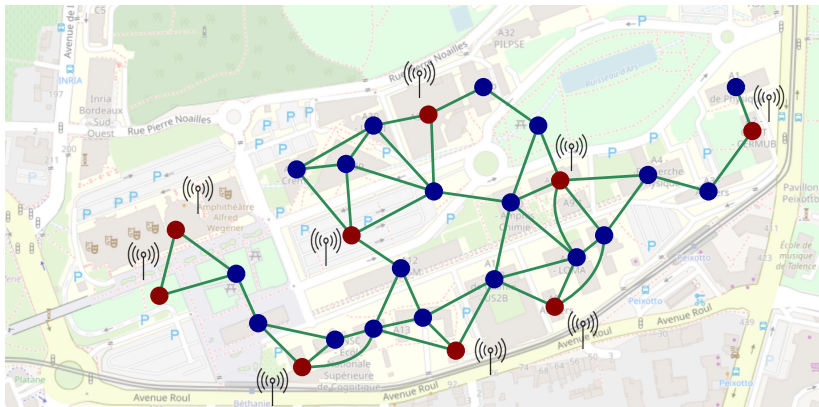
Idée de la preuve :



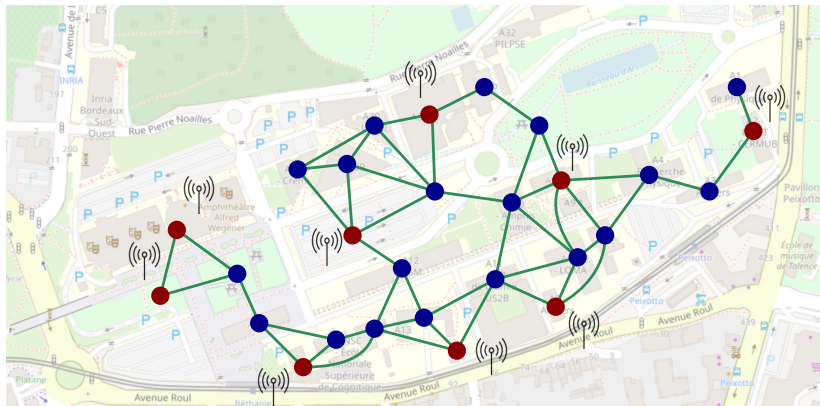
S' n'est pas connexe ☹️

Vers de meilleurs débits

Vers de meilleurs débits

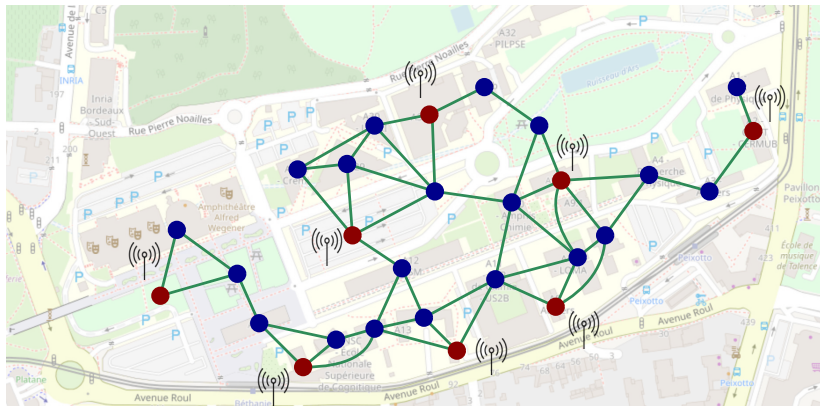


Vers de meilleurs débits



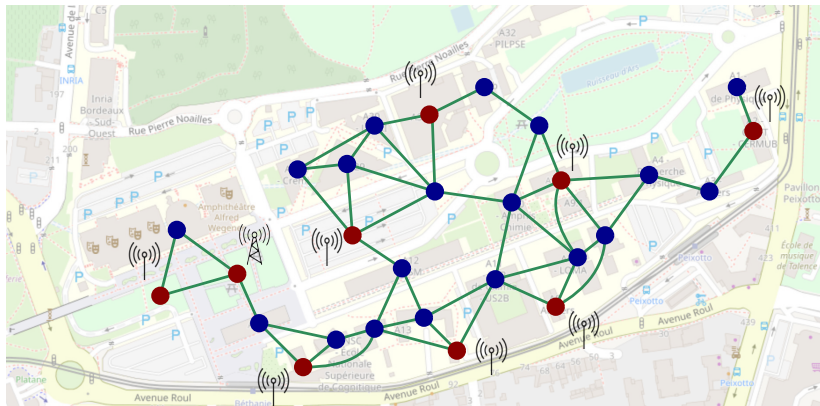
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



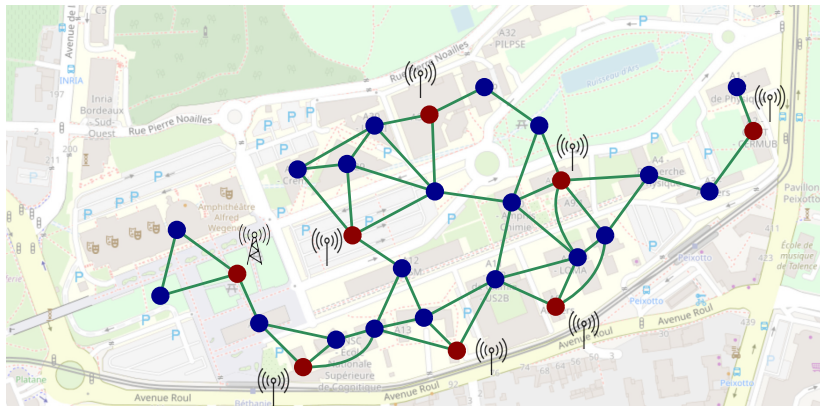
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



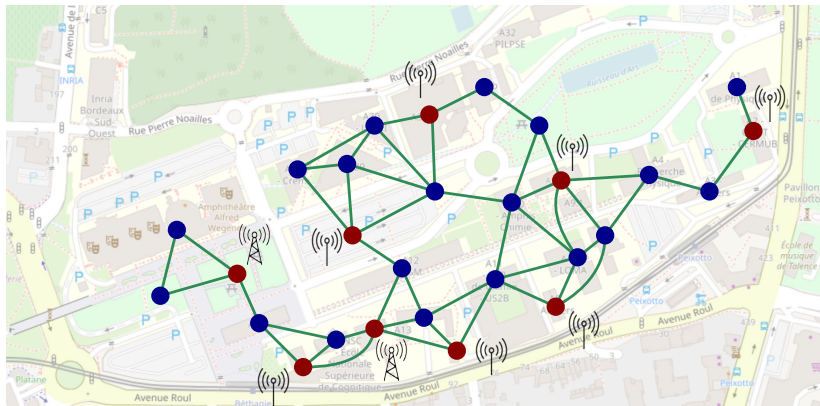
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



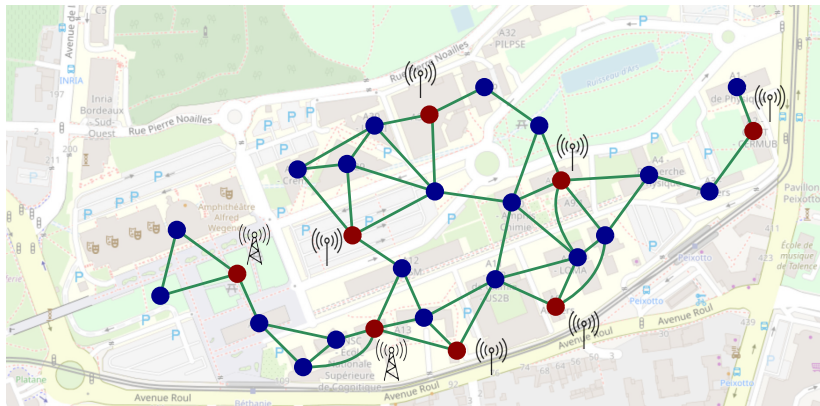
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



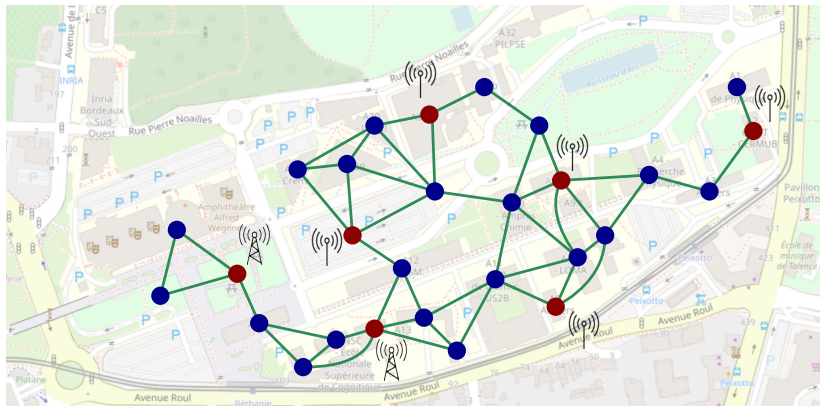
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



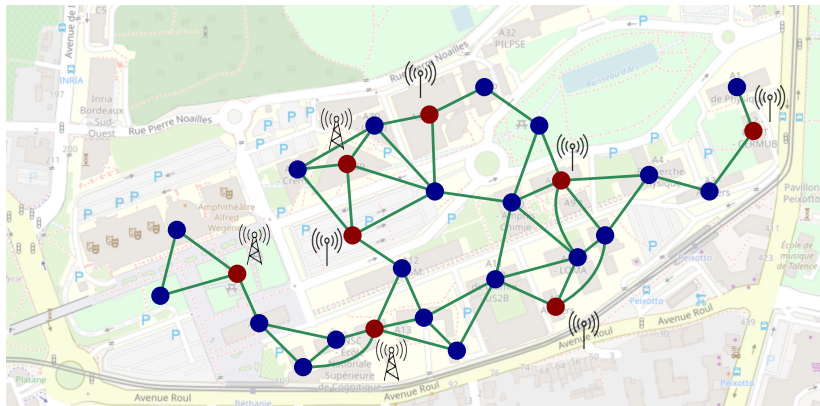
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



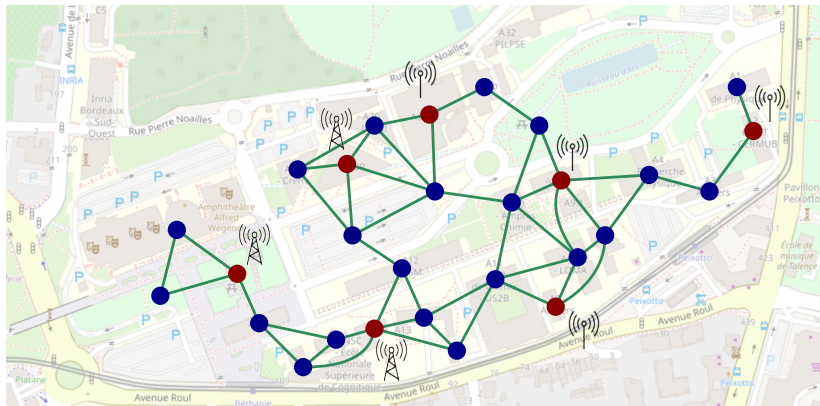
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



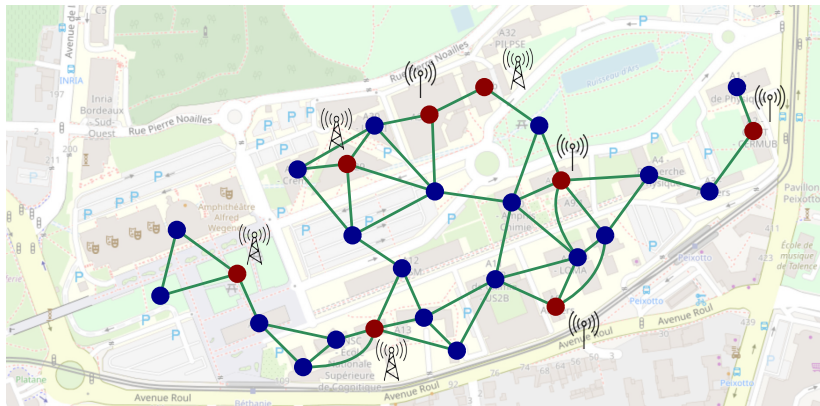
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



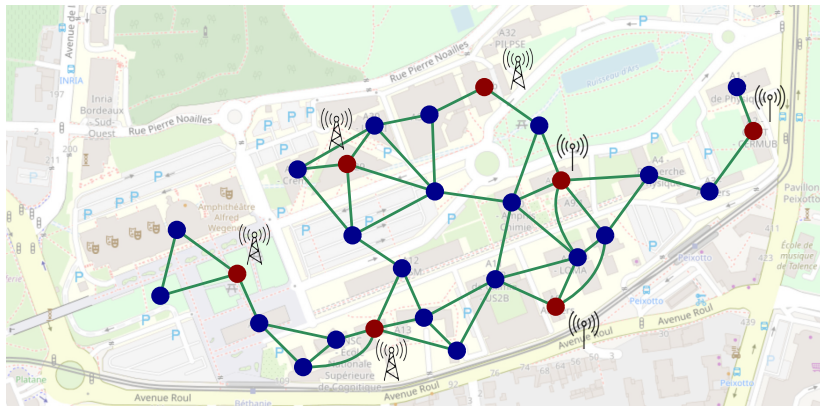
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



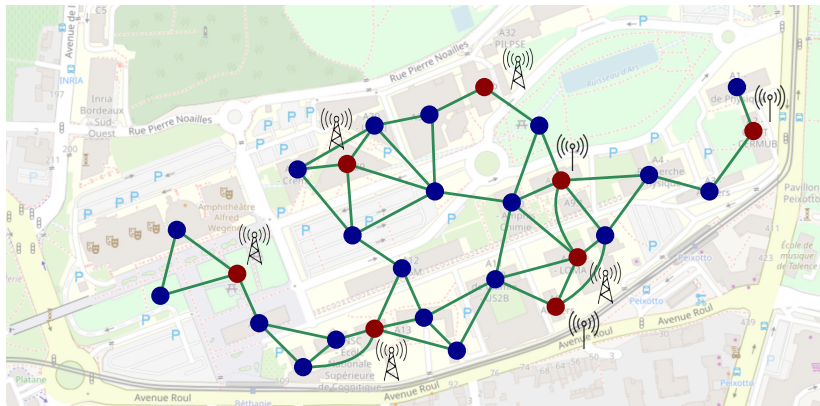
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



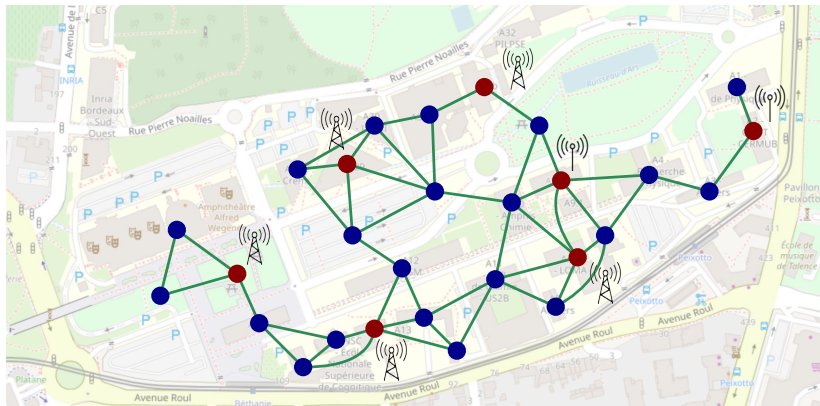
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



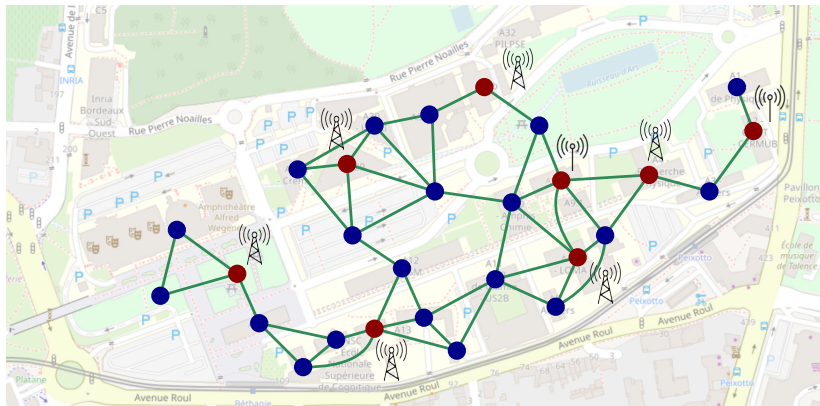
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



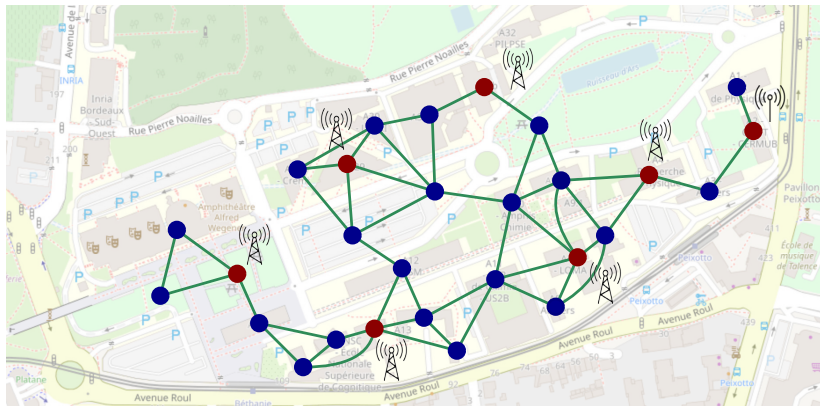
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



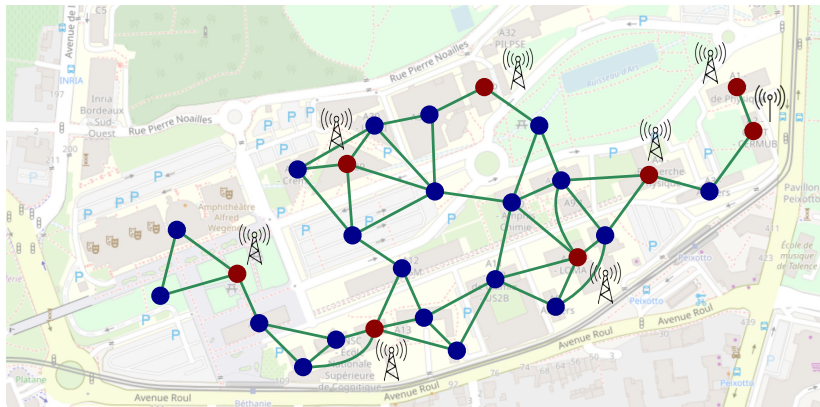
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



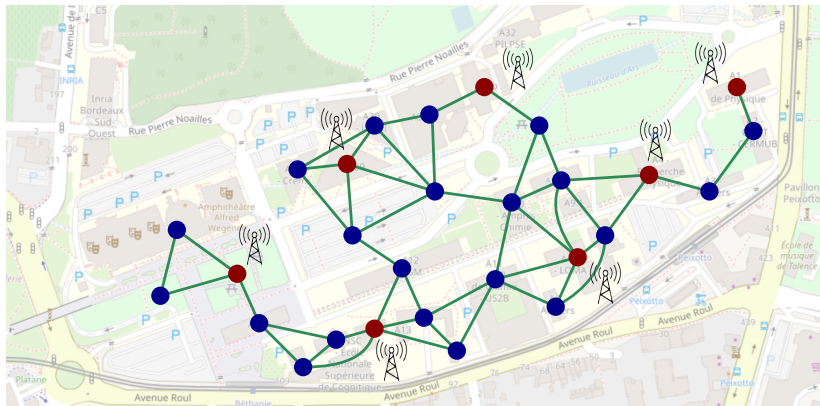
Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Vers de meilleurs débits



Objectif : vieilles antennes → nouvelles antennes

Reconfiguration

Cadre général :

Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;

Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

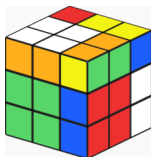
Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

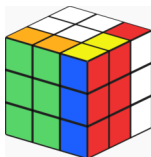


Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

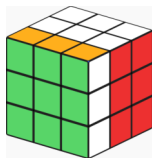


Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

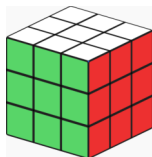


Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?



Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

1	2	8
	3	7
4	6	5

Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

1	2	8
4	3	7
	6	5

Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

1	2	8
	3	7
4	6	5

Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

	2	8
1	3	7
4	6	5

Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

1	2	3
4	5	6
7	8	

Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

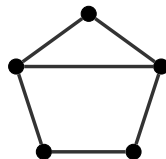
Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

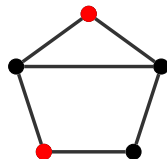


Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

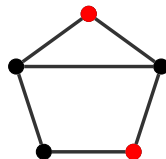


Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

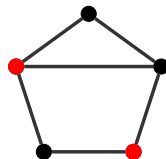


Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?

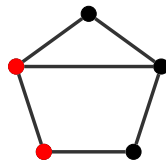


Cadre général :

- deux configurations d'un problème donné;
- une opération élémentaire permettant de modifier une configuration.

Question

Étant donné une configuration, est-il possible d'atteindre la configuration finale grâce à l'opération élémentaire ?



Reconfiguration d'ensembles dominants

Cadre général :

Cadre général :

- une configuration = un ensemble dominant du **graphe**;

Cadre général :

- une configuration = un ensemble dominant du **graphe**;
- une **opération élémentaire** =

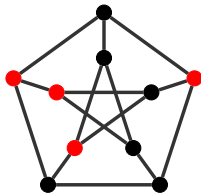
Cadre général :

- une configuration = un ensemble dominant du **graphe**;
- une **opération élémentaire** =
 - (i) ajouter ou supprimer un sommet (**TAR**);

Reconfiguration d'ensembles dominants

Cadre général :

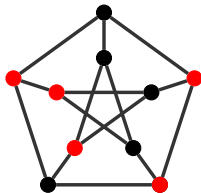
- une configuration = un ensemble dominant du **graphe** ;
- une **opération élémentaire** =
 - (i) ajouter ou supprimer un sommet (**TAR**) ;



Reconfiguration d'ensembles dominants

Cadre général :

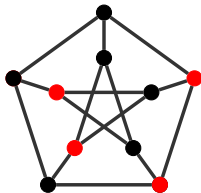
- une configuration = un ensemble dominant du **graphe**;
- une **opération élémentaire** =
 - (i) ajouter ou supprimer un sommet (**TAR**);



Reconfiguration d'ensembles dominants

Cadre général :

- une configuration = un ensemble dominant du **graphe** ;
- une **opération élémentaire** =
 - (i) ajouter ou supprimer un sommet (**TAR**) ;



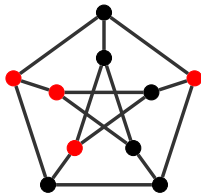
Cadre général :

- une configuration = un ensemble dominant du **graphe**;
- une **opération élémentaire** =
 - (i) ajouter ou supprimer un sommet (**TAR**);
 - (ii) échanger un sommet contre l'un de ses voisins (**TS**).

Reconfiguration d'ensembles dominants

Cadre général :

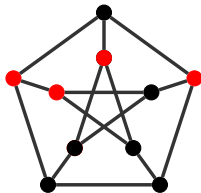
- une configuration = un ensemble dominant du **graphe** ;
- une **opération élémentaire** =
 - (i) ajouter ou supprimer un sommet (**TAR**) ;
 - (ii) échanger un sommet contre l'un de ses voisins (**TS**).



Reconfiguration d'ensembles dominants

Cadre général :

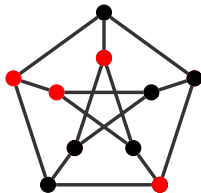
- une configuration = un ensemble dominant du **graphe** ;
- une **opération élémentaire** =
 - (i) ajouter ou supprimer un sommet (**TAR**) ;
 - (ii) échanger un sommet contre l'un de ses voisins (**TS**).



Reconfiguration d'ensembles dominants

Cadre général :

- une configuration = un ensemble dominant du **graphe** ;
- une **opération élémentaire** =
 - (i) ajouter ou supprimer un sommet (**TAR**) ;
 - (ii) échanger un sommet contre l'un de ses voisins (**TS**).



Cadre général :

- une configuration = un ensemble dominant du **graphe**;
- une **opération élémentaire** =
 - (i) ajouter ou supprimer un sommet (**TAR**);
 - (ii) échanger un sommet contre l'un de ses voisins (**TS**).

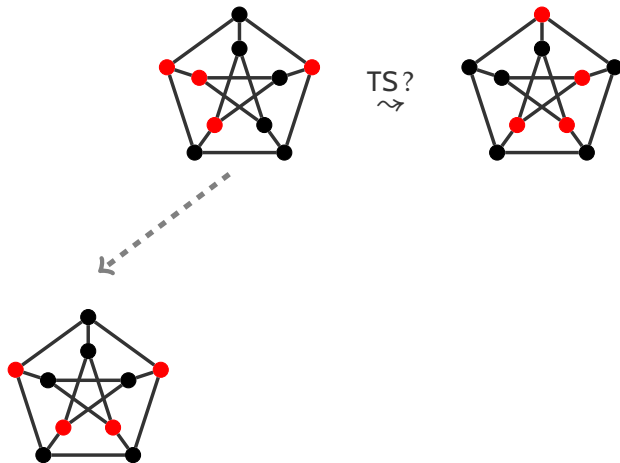
Cadre général :

- une configuration = un ensemble dominant du **graphe**;
- une **opération élémentaire** =
 - (i) ajouter ou supprimer un sommet (**TAR**);
 - (ii) échanger un sommet contre l'un de ses voisins (**TS**).
- Problème de reconfiguration = **graphe** + **opération**.

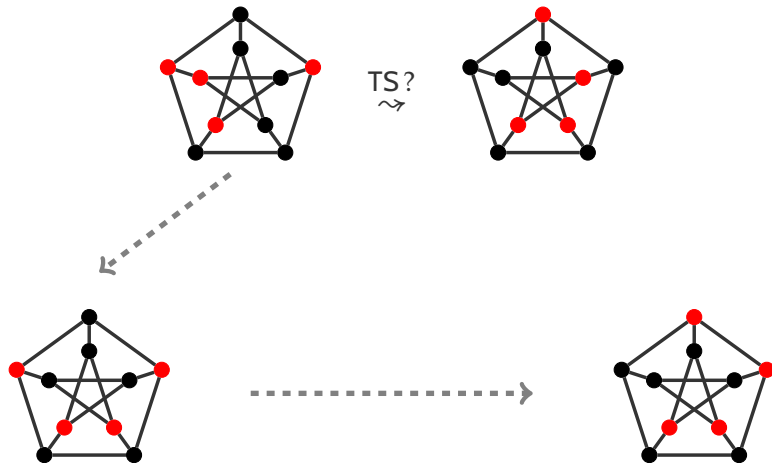
Reconfiguration d'ensembles dominants



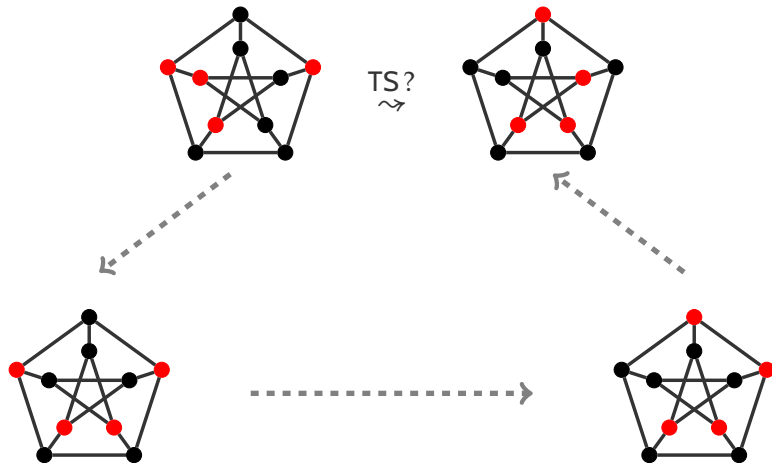
Reconfiguration d'ensembles dominants



Reconfiguration d'ensembles dominants



Reconfiguration d'ensembles dominants



Reconfiguration d'ensembles dominants

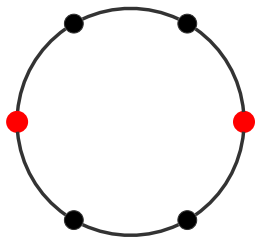


Reconfiguration d'ensembles dominants

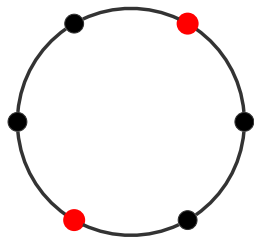
⚠ pas toujours possible!

Reconfiguration d'ensembles dominants

⚠ pas toujours possible!

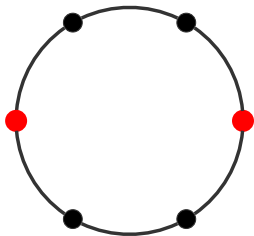


TS?
↷

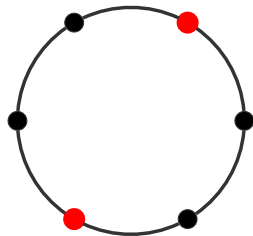


Reconfiguration d'ensembles dominants

⚠ pas toujours possible!

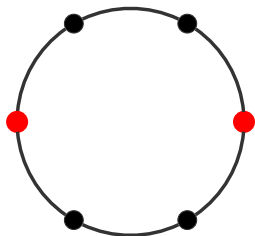


TS?
≈
~~X~~

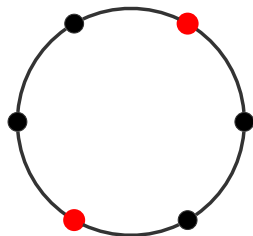


Reconfiguration d'ensembles dominants

⚠ pas toujours possible!



TS?
~
✗



👉 PSPACE-complet en général

Graphe de reconfiguration

Graphe de reconfiguration

Graphe G + opération élémentaire parmi $\{TS, TAR\}$

Graphe de reconfiguration

Graphe G + opération élémentaire parmi $\{TS, TAR\}$

Grphe de reconfiguration $\mathcal{R}(G)$

Graphe de reconfiguration

Graphe G + opération élémentaire parmi $\{TS, TAR\}$

Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}(G)$

- Sommets = ensembles dominants de G

Grphe de reconfiguration

Grphe G + **opération élémentaire** parmi $\{TS, TAR\}$

Grphe de reconfiguration $\mathcal{R}(G)$

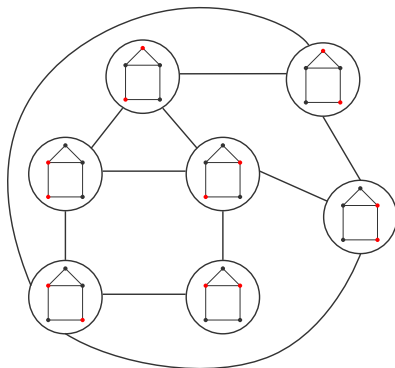
- Sommets = ensembles dominants de G
- Adjacence définie par l'**opération élémentaire**

Graphe de reconfiguration

Graphe G + opération élémentaire parmi $\{TS, TAR\}$

Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}(G)$

- Sommets = ensembles dominants de G
- Adjacence définie par l'opération élémentaire

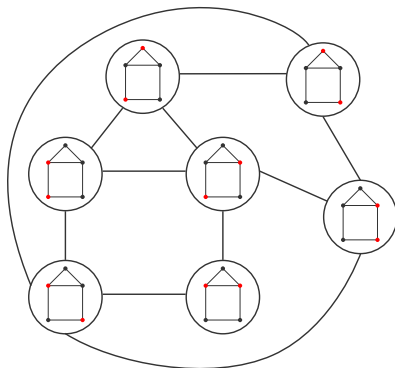


Graphe de reconfiguration

Graphe G + opération élémentaire parmi {TS, TAR} + entier k

Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$

- Sommets = ensembles dominants de G de taille $(\leq) k$
- Adjacence définie par l'opération élémentaire



Graphe de reconfiguration

Graphe G + opération élémentaire parmi {TS, TAR} + entier k

Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$

- Sommets = ensembles dominants de G de taille (\leq) k
- Adjacence définie par l'opération élémentaire

Questions typiques

Graphe de reconfiguration

Graphe G + opération élémentaire parmi {TS, TAR} + entier k

Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$

- Sommets = ensembles dominants de G de taille (\leq) k
- Adjacence définie par l'opération élémentaire

Questions typiques

- **ACCESSIBILITÉ** : étant donné D_s et D_t , existe-t-il un chemin entre D_s et D_t dans $\mathcal{R}_k(G)$?

Graphe de reconfiguration

Graphe G + opération élémentaire parmi {TS, TAR} + entier k

Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$

- Sommets = ensembles dominants de G de taille $(\leq) k$
- Adjacence définie par l'opération élémentaire

Questions typiques

- **ACCESSIBILITÉ** : étant donné D_s et D_t , existe-t-il un chemin entre D_s et D_t dans $\mathcal{R}_k(G)$?
- **PLUS COURT CHEMIN** : étant donné D_s et D_t , quelle est la longueur minimum d'un tel chemin ?

Graphe de reconfiguration

Graphe G + opération élémentaire parmi {TS, TAR} + entier k

Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$

- Sommets = ensembles dominants de G de taille (\leq) k
- Adjacence définie par l'opération élémentaire

Questions typiques

- **ACCESSIBILITÉ** : étant donné D_s et D_t , existe-t-il un chemin entre D_s et D_t dans $\mathcal{R}_k(G)$?
- **PLUS COURT CHEMIN** : étant donné D_s et D_t , quelle est la longueur minimum d'un tel chemin ?
- **CONNEXITÉ** : le graphe $\mathcal{R}_k(G)$ est-il connexe ?

Graphe de reconfiguration

Graphe G + opération élémentaire parmi {TS, TAR} + entier k

Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$

- Sommets = ensembles dominants de G de taille (\leq) k
- Adjacence définie par l'opération élémentaire

Questions typiques

- **ACCESSIBILITÉ** : étant donné D_s et D_t , existe-t-il un chemin entre D_s et D_t dans $\mathcal{R}_k(G)$?
- **PLUS COURT CHEMIN** : étant donné D_s et D_t , quelle est la longueur minimum d'un tel chemin ?
- **CONNEXITÉ** : le graphe $\mathcal{R}_k(G)$ est-il connexe ?
- **DIAMÈTRE** : quel est le diamètre de $\mathcal{R}_k(G)$?

Reconfiguration d'ensembles dominants sous TS

Reconfiguration d'ensembles dominants sous TS

Théorème [Bonamy, Dorbec, O., '21+]

Décider s'il existe un **chemin** entre deux ensembles dominants de taille k sous **TS** est **PSPACE-complet**, y compris si G est un graphe **scindé** ou **biparti**.

Reconfiguration d'ensembles dominants sous TS

Théorème [Bonamy, Dorbec, O., '21+]

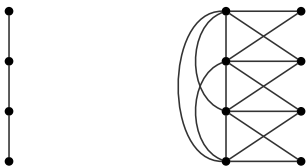
Décider s'il existe un **chemin** entre deux ensembles dominants de taille k sous **TS** est **PSPACE-complet**, y compris si G est un graphe **scindé** ou **biparti**.



Reconfiguration d'ensembles dominants sous TS

Théorème [Bonamy, Dorbec, O., '21+]

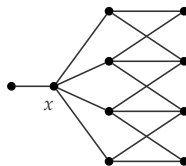
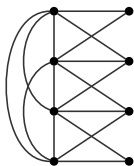
Décider s'il existe un **chemin** entre deux ensembles dominants de taille k sous **TS** est **PSPACE-complet**, y compris si G est un graphe **scindé** ou **biparti**.



Reconfiguration d'ensembles dominants sous TS

Théorème [Bonamy, Dorbec, O., '21+]

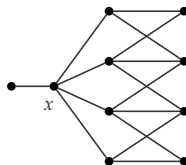
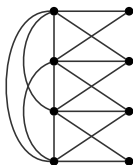
Décider s'il existe un **chemin** entre deux ensembles dominants de taille k sous **TS** est **PSPACE-complet**, y compris si G est un graphe **scindé** ou **biparti**.



Reconfiguration d'ensembles dominants sous TS

Théorème [Bonamy, Dorbec, O., '21+]

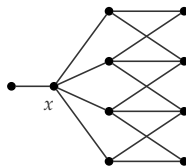
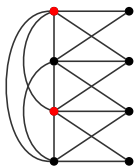
Décider s'il existe un **chemin** entre deux ensembles dominants de taille k sous **TS** est **PSPACE-complet**, y compris si G est un graphe **scindé** ou **biparti**.



Reconfiguration d'ensembles dominants sous TS

Théorème [Bonamy, Dorbec, O., '21+]

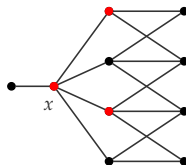
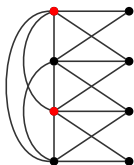
Décider s'il existe un **chemin** entre deux ensembles dominants de taille k sous **TS** est **PSPACE-complet**, y compris si G est un graphe **scindé** ou **biparti**.



Reconfiguration d'ensembles dominants sous TS

Théorème [Bonamy, Dorbec, O., '21+]

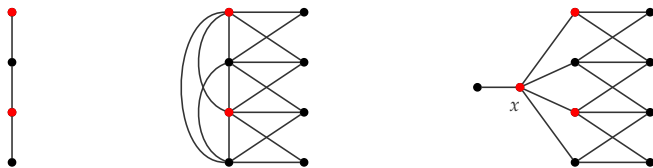
Décider s'il existe un **chemin** entre deux ensembles dominants de taille k sous **TS** est **PSPACE-complet**, y compris si G est un graphe **scindé** ou **biparti**.



Reconfiguration d'ensembles dominants sous TS

Théorème [Bonamy, Dorbec, O., '21+]

Décider s'il existe un **chemin** entre deux ensembles dominants de taille k sous **TS** est **PSPACE-complet**, y compris si G est un graphe **scindé** ou **biparti**.



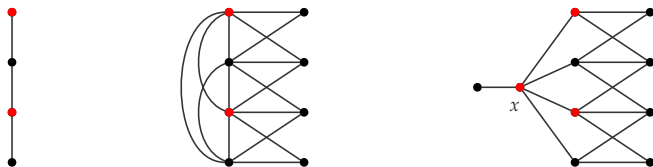
Théorème [Bonamy, Dorbec, O., '21+]

Soit G un graphe **connexe**, et $k \geq \gamma(G)$. Le graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ est **connexe** si G est un **arbre** ou un **graphe d'intervalles**.

Reconfiguration d'ensembles dominants sous TS

Théorème [Bonamy, Dorbec, O., '21+]

Décider s'il existe un **chemin** entre deux ensembles dominants de taille k sous **TS** est **PSPACE-complet**, y compris si G est un graphe **scindé** ou **biparti**.



Théorème [Bonamy, Dorbec, O., '21+]

Soit G un graphe **connexe**, et $k \geq \gamma(G)$. Le graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ est **connexe** si G est un **arbre** ou un **graphe d'intervalles**.

Note : la longueur du chemin est linéaire

Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ sous TAR

Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ sous TAR

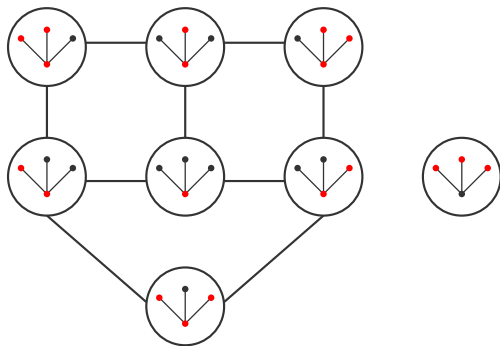
- Sommets = ensembles dominants de G de taille $\leq k$

Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ sous TAR

- Sommets = ensembles dominants de G de taille $\leq k$
- $D_1 \leftrightarrow D_2$ s'ils diffèrent d'exactement un sommet

Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ sous TAR

- Sommets = ensembles dominants de G de taille $\leq k$
- $D_1 \leftrightarrow D_2$ s'ils diffèrent d'exactement un sommet



Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ sous TAR

- Sommets = ensembles dominants de G de taille $\leq k$
- $D_1 \leftrightarrow D_2$ s'ils diffèrent d'exactement un sommet

Théorème [Haddadan et al., '16]

Décider s'il existe un chemin entre deux sommets de $\mathcal{R}_k(G)$ est PSPACE-complet.

Graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ sous TAR

- Sommets = ensembles dominants de G de taille $\leq k$
- $D_1 \leftrightarrow D_2$ s'ils diffèrent d'exactement un sommet

Théorème [Haddadan et al., '16]

Décider s'il existe un **chemin** entre **deux sommets** de $\mathcal{R}_k(G)$ est **PSPACE-complet**.

Question


Quelles valeurs de k garantissent la connexité de $\mathcal{R}_k(G)$?

Question

Quelles valeurs de k garantissent la connexité de $\mathcal{R}_k(G)$?

Question

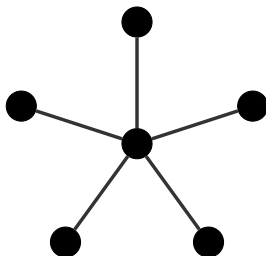
Quelles valeurs de k garantissent la connexité de $\mathcal{R}_k(G)$?

 $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\not\Rightarrow$ $\mathcal{R}_{k+1}(G)$ connexe

Question

Quelles valeurs de k garantissent la connexité de $\mathcal{R}_k(G)$?

⚠ $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\not\Rightarrow$ $\mathcal{R}_{k+1}(G)$ connexe

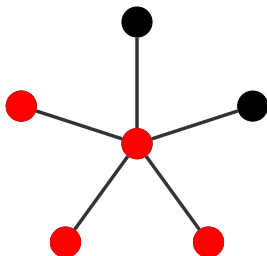


$k = 4$

Question

Quelles valeurs de k garantissent la connexité de $\mathcal{R}_k(G)$?

⚠ $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\not\Rightarrow$ $\mathcal{R}_{k+1}(G)$ connexe

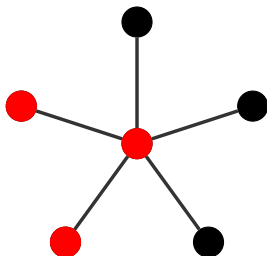


$k = 4$

Question

Quelles valeurs de k garantissent la connexité de $\mathcal{R}_k(G)$?

⚠ $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\not\Rightarrow$ $\mathcal{R}_{k+1}(G)$ connexe

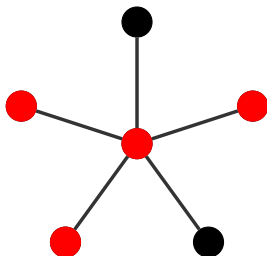


$k = 4$

Question

Quelles valeurs de k garantissent la connexité de $\mathcal{R}_k(G)$?

⚠ $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\not\Rightarrow \mathcal{R}_{k+1}(G)$ connexe

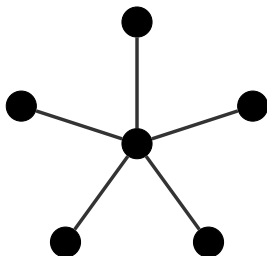


$k = 4$

Question

Quelles valeurs de k garantissent la connexité de $\mathcal{R}_k(G)$?

⚠ $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\not\Rightarrow$ $\mathcal{R}_{k+1}(G)$ connexe

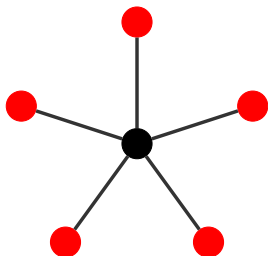


$k = 4 : \mathcal{R}_4(S_5)$ connexe 😊

Question

Quelles valeurs de k garantissent la connexité de $\mathcal{R}_k(G)$?

⚠ $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\not\Rightarrow$ $\mathcal{R}_{k+1}(G)$ connexe

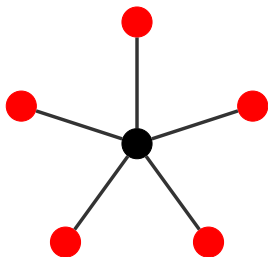


$k = 5$

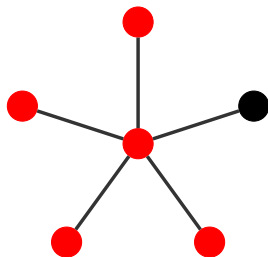
Question

Quelles valeurs de k garantissent la connexité de $\mathcal{R}_k(G)$?

⚠ $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\not\Rightarrow \mathcal{R}_{k+1}(G)$ connexe



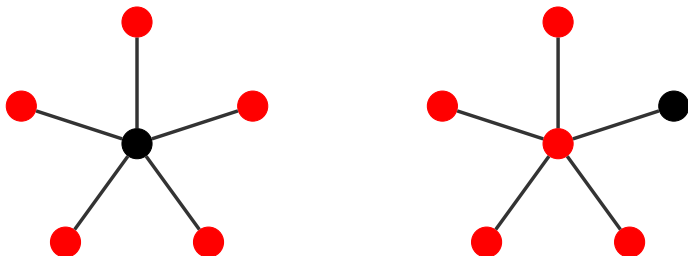
$k = 5$



Question

Quelles valeurs de k garantissent la connexité de $\mathcal{R}_k(G)$?

⚠ $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\not\Rightarrow$ $\mathcal{R}_{k+1}(G)$ connexe

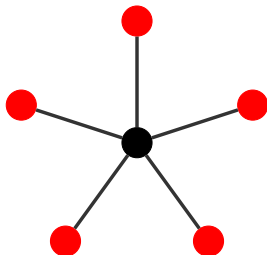


$k = 5 : \mathcal{R}_5(S_5)$ non connexe ☹

Question

Quelles valeurs de k garantissent la connexité de $\mathcal{R}_k(G)$?

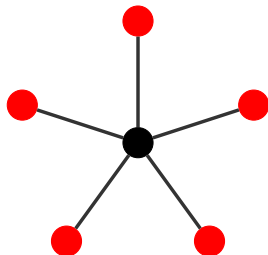
⚠ $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\not\Rightarrow$ $\mathcal{R}_{k+1}(G)$ connexe



Question

Quelles valeurs de k garantissent la connexité de $\mathcal{R}_k(G)$?

⚠ $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\not\Rightarrow$ $\mathcal{R}_{k+1}(G)$ connexe



$\Gamma(G)$: taille maximum d'un dominant minimal de G

Question

Quelle est la plus petite valeur de k telle que $\mathcal{R}_{k'}(G)$ soit connexe, $\forall k' \geq k$?

Question

Quelle est la plus petite valeur de k telle que $\mathcal{R}_{k'}(G)$ soit connexe, $\forall k' \geq k$?

👉 $d_0(G)$: plus petit entier k tel que $\forall k' \geq k, \mathcal{R}_{k'}(G)$ connexe

Question

Quelle est la plus petite valeur de k telle que $\mathcal{R}_{k'}(G)$ soit connexe, $\forall k' \geq k$?

- ☞ $d_0(G)$: plus petit entier k tel que $\forall k' \geq k, \mathcal{R}_{k'}(G)$ connexe
- ☞ $\mathcal{R}_n(G)$ connexe : $d_0(G) \leq n$

Question

Quelle est la plus petite valeur de k telle que $\mathcal{R}_{k'}(G)$ soit connexe, $\forall k' \geq k$?

- ☞ $d_0(G)$: plus petit entier k tel que $\forall k' \geq k, \mathcal{R}_{k'}(G)$ connexe
- ☞ $\mathcal{R}_n(G)$ connexe : $d_0(G) \leq n$

Bornes inférieures et supérieures

Question

Quelle est la plus petite valeur de k telle que $\mathcal{R}_{k'}(G)$ soit connexe, $\forall k' \geq k$?

- ☞ $d_0(G)$: plus petit entier k tel que $\forall k' \geq k, \mathcal{R}_{k'}(G)$ connexe
- ☞ $R_n(G)$ connexe : $d_0(G) \leq n$

Bornes inférieures et supérieures

- $d_0(G) > \Gamma(G)$ si G a ≥ 1 arête [Haas & Seyffarth, '14]

Question

Quelle est la plus petite valeur de k telle que $\mathcal{R}_{k'}(G)$ soit connexe, $\forall k' \geq k$?

- ☞ $d_0(G)$: plus petit entier k tel que $\forall k' \geq k, \mathcal{R}_{k'}(G)$ connexe
- ☞ $\mathcal{R}_n(G)$ connexe : $d_0(G) \leq n$

Bornes inférieures et supérieures

- $d_0(G) > \Gamma(G)$ si G a ≥ 1 arête [Haas & Seyffarth, '14]
- $k > \Gamma, \mathcal{R}_k$ connexe $\Rightarrow \mathcal{R}_{k+1}$ connexe [Haas & Seyffarth, '14]

Question

Quelle est la plus petite valeur de k telle que $\mathcal{R}_{k'}(G)$ soit connexe, $\forall k' \geq k$?

- ☞ $d_0(G)$: plus petit entier k tel que $\forall k' \geq k, \mathcal{R}_{k'}(G)$ connexe
- ☞ $\mathcal{R}_n(G)$ connexe : $d_0(G) \leq n$

Bornes inférieures et supérieures

- $d_0(G) > \Gamma(G)$ si G a ≥ 1 arête [Haas & Seyffarth, '14]
- $k > \Gamma, \mathcal{R}_k$ connexe $\Rightarrow \mathcal{R}_{k+1}$ connexe [Haas & Seyffarth, '14]
- $\forall G, d_0 \leq \Gamma + \alpha - 1$ [Haas & Seyffarth, '17]

Question

Quelle est la plus petite valeur de k telle que $\mathcal{R}_{k'}(G)$ soit connexe, $\forall k' \geq k$?

- ☞ $d_0(G)$: plus petit entier k tel que $\forall k' \geq k, \mathcal{R}_{k'}(G)$ connexe
- ☞ $\mathcal{R}_n(G)$ connexe : $d_0(G) \leq n$

Bornes inférieures et supérieures

- $d_0(G) > \Gamma(G)$ si G a ≥ 1 arête [Haas & Seyffarth, '14]
- $k > \Gamma, \mathcal{R}_k$ connexe $\Rightarrow \mathcal{R}_{k+1}$ connexe [Haas & Seyffarth, '14]
- $\forall G, d_0 \leq \Gamma + \alpha - 1$ [Haas & Seyffarth, '17]

Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Remarque : tout stable maximal est un dominant minimal

Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Remarque : tout stable maximal est un dominant minimal

$\rightarrow \forall$ stable maximal S , $|S| \leq \alpha(G) \leq \Gamma(G)$

Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants de taille $\leq k$

Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants **minimaux** (de taille $\leq \Gamma(G)$)

Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants **minimaux** (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 1 :**

Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants **minimaux** (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 1** : $D_s \cap D_t \neq \emptyset$

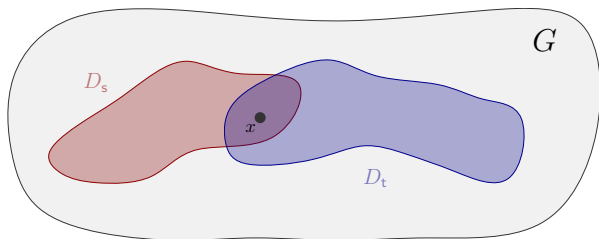
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants minimaux (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 1** : $D_s \cap D_t \neq \emptyset$



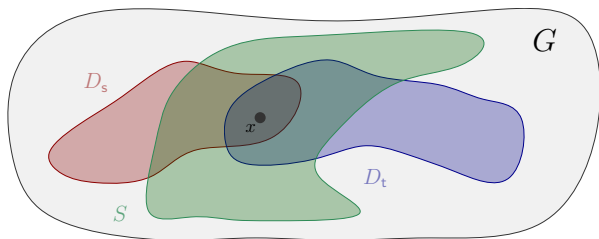
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants minimaux (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 1** : $D_s \cap D_t \neq \emptyset$



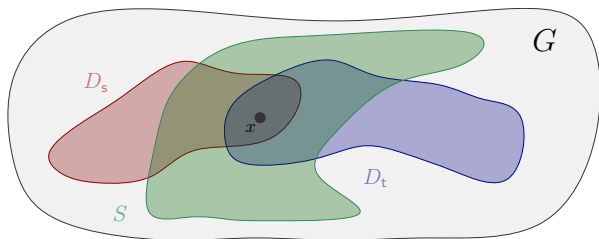
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants minimaux (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 1** : $D_s \cap D_t \neq \emptyset$



$$D_s \leftrightarrow S \leftrightarrow D_t$$

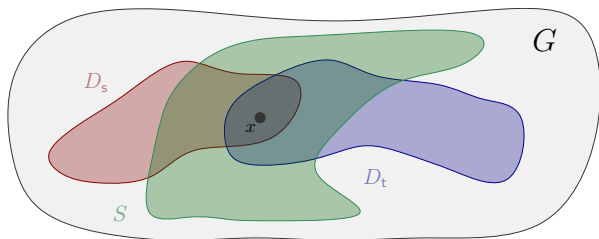
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants minimaux (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 1** : $D_s \cap D_t \neq \emptyset$ ☺



$$D_s \leftrightarrow S \leftrightarrow D_t$$

Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants **minimaux** (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2 :**

Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants **minimaux** (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$

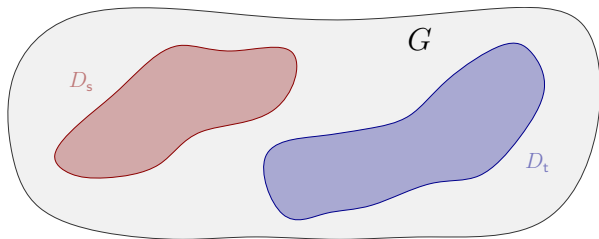
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants **minimaux** (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$



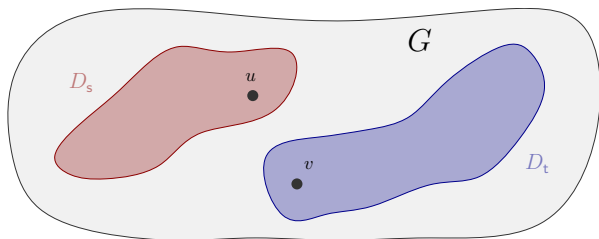
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants minimaux (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$



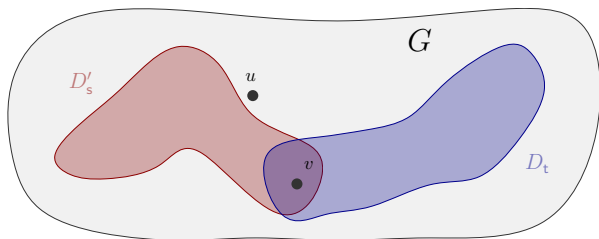
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants minimaux (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$



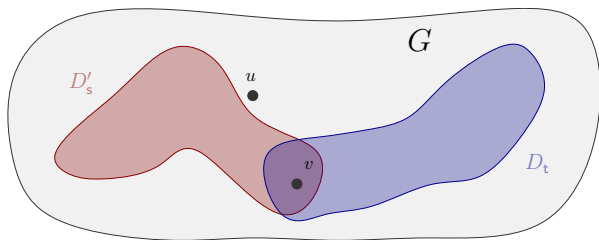
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants minimaux (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$



$$D_s \leftrightarrow D'_s \text{ avec } D'_s \cap D_t \neq \emptyset$$

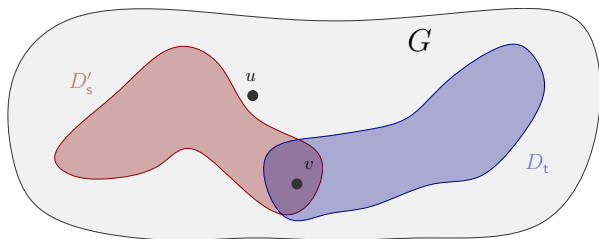
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants minimaux (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$



$D_s \leftrightarrow D'_s$ avec $D'_s \cap D_t \neq \emptyset \rightarrow$ **Cas 1**

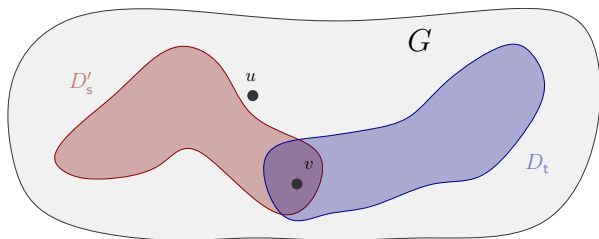
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants **minimaux** (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$



$D_s \leftrightarrow D'_s$ avec $D'_s \cap D_t \neq \emptyset \rightarrow$ **Cas 1** 😊

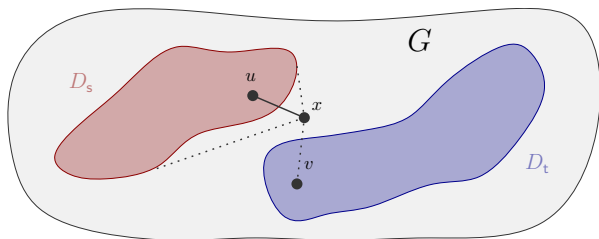
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants minimaux (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$



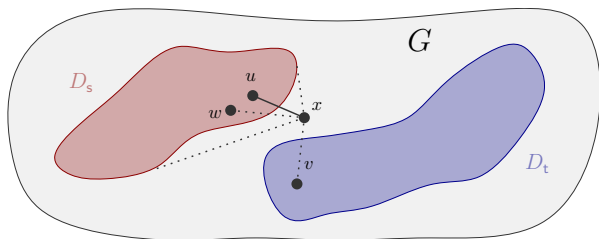
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants **minimaux** (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$



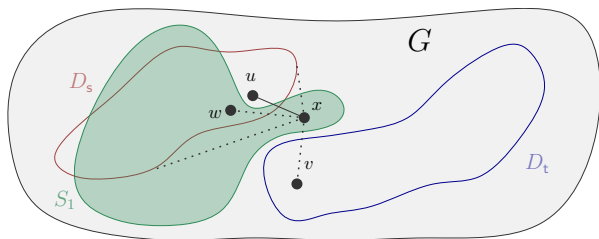
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants **minimaux** (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$



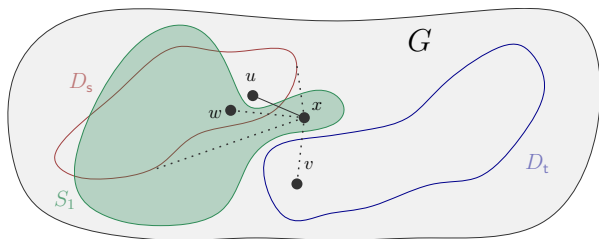
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants **minimaux** (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$



$$D_s \leftrightarrow S_1$$

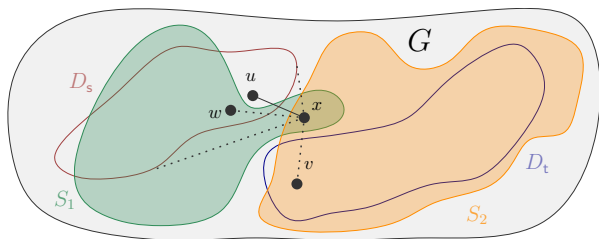
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants **minimaux** (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$



$$D_s \leftrightarrow S_1$$

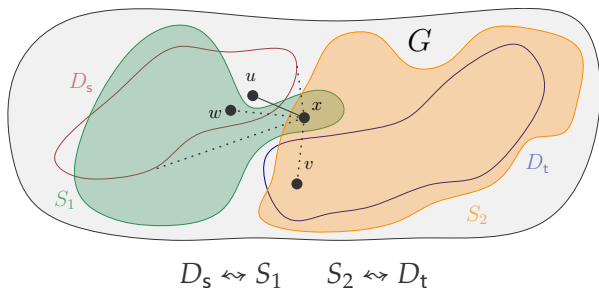
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants **minimaux** (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$



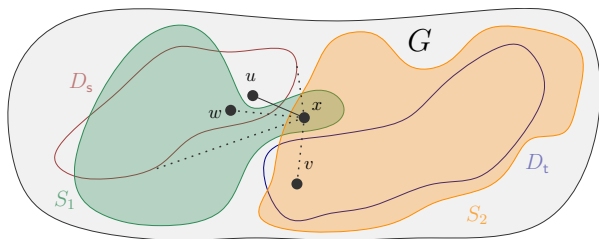
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants minimaux (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$



$$D_s \leftrightarrow S_1 \leftrightarrow S_2 \leftrightarrow D_t$$

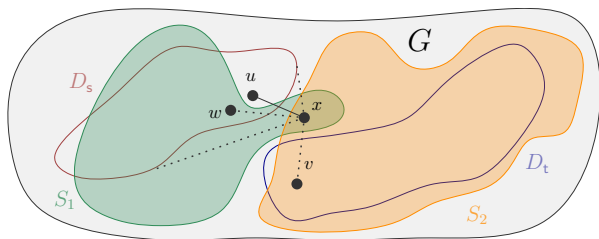
Diamètre linéaire pour $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$

Théorème [Bousquet, Joffard, O., '20]

Pour tout graphe G à n sommets et $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$, $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe et a diamètre $\leq 10n$.

Preuve

- D_s, D_t : deux dominants **minimaux** (de taille $\leq \Gamma(G)$)
- **Cas 2** : $D_s \cap D_t = \emptyset$ ☺



$$D_s \leftrightarrow S_1 \leftrightarrow S_2 \leftrightarrow D_t$$

Nos résultats [Bousquet, Joffard, O., '20]

Le graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe si :

Le graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe si :

- $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$ avec **diamètre $\leq 10n$** ;

Le graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe si :

- $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$ avec **diamètre $\leq 10n$** ;
- $k \geq \Gamma(G) + tw(G) + 1$;

Le graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe si :

- $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$ avec **diamètre $\leq 10n$** ;
- $k \geq \Gamma(G) + tw(G) + 1$;
- G planaire et $k \geq \Gamma(G) + 3$;

Le graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe si :

- $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$ avec **diamètre $\leq 10n$** ;
- $k \geq \Gamma(G) + tw(G) + 1$;
- G planaire et $k \geq \Gamma(G) + 3$;
- G sans mineur K_ℓ et $k \geq \Gamma(G) + C\ell\sqrt{\log_2 \ell}$.

Le graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe si :

- $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$ avec **diamètre $\leq 10n$** ;
 - $k \geq \Gamma(G) + tw(G) + 1$;
 - G planaire et $k \geq \Gamma(G) + 3$;
 - G sans mineur K_ℓ et $k \geq \Gamma(G) + C\ell\sqrt{\log_2 \ell}$.
- } "d-mineur creux"

Le graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe si :

- $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$ avec **diamètre $\leq 10n$** ;
 - $k \geq \Gamma(G) + tw(G) + 1$;
 - G planaire et $k \geq \Gamma(G) + 3$;
 - G sans mineur K_ℓ et $k \geq \Gamma(G) + C\ell\sqrt{\log_2 \ell}$.
- } "d-mineur creux"

Preuves constructives \Rightarrow transformation en temps polynomial

Le graphe de reconfiguration $\mathcal{R}_k(G)$ est connexe si :

- $k \geq \Gamma(G) + \alpha(G) - 1$ avec **diamètre $\leq 10n$** ;
 - $k \geq \Gamma(G) + tw(G) + 1$;
 - G planaire et $k \geq \Gamma(G) + 3$;
 - G sans mineur K_ℓ et $k \geq \Gamma(G) + C\ell\sqrt{\log_2 \ell}$.
- } " d -mineur creux"

Preuves constructives \Rightarrow transformation en temps polynomial
... + longueur linéaire $\Rightarrow \mathcal{R}_k(G)$ a diamètre linéaire

Reconfiguration

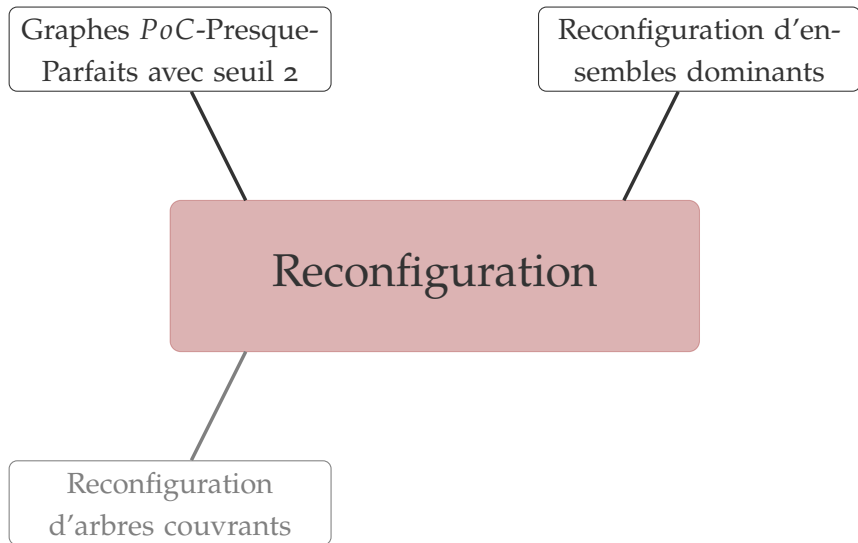
Graphes *PoC*-Presque-Parfaits avec seuil 2

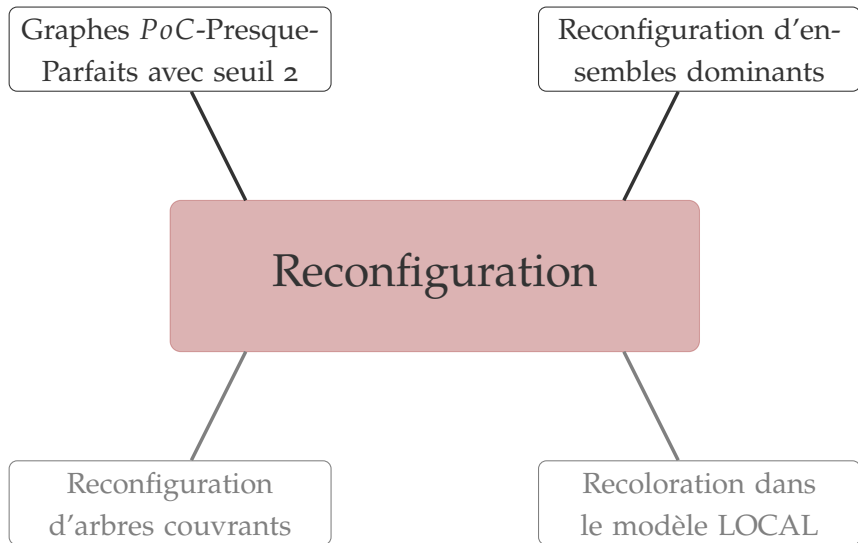
Reconfiguration

Graphes *PoC*-Presque-Parfaits avec seuil 2

Reconfiguration d'ensembles dominants

Reconfiguration





Conclusion

Prix de la connexité

Prix de la connexité

- Caractérisation des graphes *PoC*-Presque-Parfaits avec seuil 2 [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

Prix de la connexité

- Caractérisation des graphes *PoC*-Presque-Parfaits avec seuil 2 [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

Reconfiguration d'ensembles dominants

Prix de la connexité

- Caractérisation des graphes *PoC*-Presque-Parfaits avec seuil 2 [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité de $\mathcal{R}_k(G)$ sous TAR [Bousquet, Joffard, O., '20]

Prix de la connexité

- Caractérisation des graphes *PoC*-Presque-Parfaits avec seuil 2 [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité de $\mathcal{R}_k(G)$ sous TAR [Bousquet, Joffard, O., '20]
- Complexité du problème d'accessibilité sous TS [Bonamy, Dorbec, O., '21+]

Prix de la connexité

- Caractérisation des graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil 2 [Bonamy, Bousquet, Klimošová, O., '21+]

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité de $\mathcal{R}_k(G)$ sous TAR [Bousquet, Joffard, O., '20]
- Complexité du problème d'accessibilité sous TS [Bonamy, Dorbec, O., '21+]
- Complexité et complexité paramétrée de deux variantes d'optimisation [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

Conclusion

Reconfiguration d'arbres couvrants avec contraintes

Reconfiguration d'arbres couvrants avec contraintes

- Contraintes = $\leq k$ feuilles ou $\geq k$ feuilles

Reconfiguration d'arbres couvrants avec contraintes

- Contraintes = $\leq k$ feuilles ou $\geq k$ feuilles
- Complexité du problème d'accessibilité via *edge flips*
[Bousquet, Ito, Kobayashi, Mizuta, O., Suzuki, Wasa, '20]

Reconfiguration d'arbres couvrants avec contraintes

- Contraintes = $\leq k$ feuilles ou $\geq k$ feuilles
- Complexité du problème d'accessibilité via *edge flips*
[Bousquet, Ito, Kobayashi, Mizuta, O., Suzuki, Wasa, '20]

Recoloration distribuée

Reconfiguration d'arbres couvrants avec contraintes

- Contraintes = $\leq k$ feuilles ou $\geq k$ feuilles
- Complexité du problème d'accessibilité via *edge flips*
[Bousquet, Ito, Kobayashi, Mizuta, O., Suzuki, Wasa, '20]

Recoloration distribuée

- Modèle LOCAL d'algorithmique distribuée

Reconfiguration d'arbres couvrants avec contraintes

- Contraintes = $\leq k$ feuilles ou $\geq k$ feuilles
- Complexité du problème d'accessibilité via *edge flips*
[Bousquet, Ito, Kobayashi, Mizuta, O., Suzuki, Wasa, '20]

Recoloration distribuée

- Modèle LOCAL d'algorithmique distribuée
- On se concentre sur les instances positives

Reconfiguration d'arbres couvrants avec contraintes

- Contraintes = $\leq k$ feuilles ou $\geq k$ feuilles
- Complexité du problème d'accessibilité via *edge flips*
[Bousquet, Ito, Kobayashi, Mizuta, O., Suzuki, Wasa, '20]

Recoloration distribuée

- Modèle LOCAL d'algorithmique distribuée
- On se concentre sur les instances positives
- Impact de l'ajout de couleurs supplémentaires

Reconfiguration d'arbres couvrants avec contraintes

- Contraintes = $\leq k$ feuilles ou $\geq k$ feuilles
- Complexité du problème d'accessibilité via *edge flips*
[Bousquet, Ito, Kobayashi, Mizuta, O., Suzuki, Wasa, '20]

Recoloration distribuée

- Modèle LOCAL d'algorithmique distribuée
- On se concentre sur les instances positives
- Impact de l'ajout de couleurs supplémentaires
- Résultats dans les arbres et les graphes sous-cubiques
[Bonamy, O., Rabie, Suomela, Uitto, '18]

Prix de la connexité

Prix de la connexité

- Caractérisation graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil k

Prix de la connexité

- Caractérisation graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil k
 - $k = 1$: graphes sans P_5 ni C_5 [Zverovich, '03]

Prix de la connexité

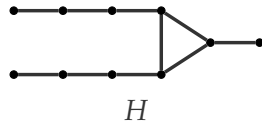
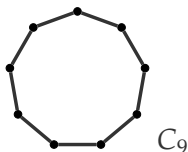
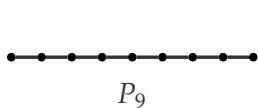
- Caractérisation graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil k
 - $k = 1$: graphes sans P_5 ni C_5 [Zverovich, '03]
 - $k = 3/2$: graphes sans P_6 ni C_6 [Camby & Schaudt, '14]

Prix de la connexité

- Caractérisation graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil k
 - $k = 1$: graphes sans P_5 ni C_5 [Zverovich, '03]
 - $k = 3/2$: graphes sans P_6 ni C_6 [Camby & Schaudt, '14]
 - $k = 2$: graphes sans P_9, C_9 , ni H [BBKO, '21+]

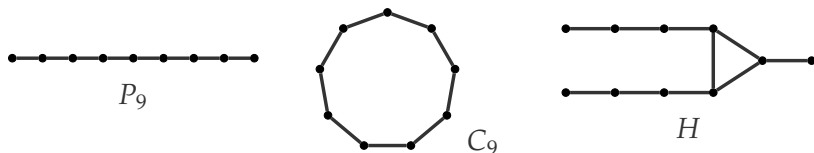
Prix de la connexité

- Caractérisation graphes P_0C -Presque-Parfaits avec seuil k
 - $k = 1$: graphes sans P_5 ni C_5 [Zverovich, '03]
 - $k = 3/2$: graphes sans P_6 ni C_6 [Camby & Schaudt, '14]
 - $k = 2$: graphes sans P_9, C_9 , ni H [BBKO, '21+]



Prix de la connexité

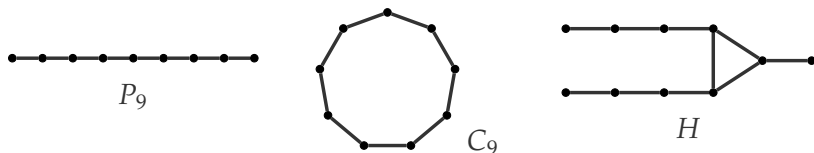
- Caractérisation graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil k
 - $k = 1$: graphes sans P_5 ni C_5 [Zverovich, '03]
 - $k = 3/2$: graphes sans P_6 ni C_6 [Camby & Schaudt, '14]
 - $k = 2$: graphes sans P_9, C_9 , ni H [BBKO, '21+]



$$PoC(P_9) = PoC(C_9) = PoC(H) = 7/3$$

Prix de la connexité

- Caractérisation graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil k
 - $k = 1$: graphes sans P_5 ni C_5 [Zverovich, '03]
 - $k = 3/2$: graphes sans P_6 ni C_6 [Camby & Schaudt, '14]
 - $k = 2$: graphes sans P_9, C_9 , ni H [BBKO, '21+]
 - $k = 7/3$: graphes sans ?



$$PoC(P_9) = PoC(C_9) = PoC(H) = 7/3$$

Prix de la connexité

- o Caractérisation graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil k
 - o $k = 1$: graphes sans P_5 ni C_5 [Zverovich, '03]
 - o $k = 3/2$: graphes sans P_6 ni C_6 [Camby & Schaudt, '14]
 - o $k = 2$: graphes sans P_9, C_9 , ni H [BBKO, '21+]
 - o $k = 7/3$: graphes sans ?

n	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\gamma_c(P_n)$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\gamma(P_n)$	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5
PoC	1	1.5	2	< 2	2	7/3	2	< 7/3	2.5	2.2	2.4	2.6

Prix de la connexité

- Caractérisation graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil k
 - $k = 1$: graphes sans P_5 ni C_5 [Zverovich, '03]
 - $k = 3/2$: graphes sans P_6 ni C_6 [Camby & Schaudt, '14]
 - $k = 2$: graphes sans P_9, C_9 , ni H [BBKO, '21+]
 - $k = 7/3$: graphes sans ?

n	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\gamma_c(P_n)$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\gamma(P_n)$	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5
PoC	1	1.5	2	< 2	2	7/3	2	< 7/3	2.5	2.2	2.4	2.6

Prix de la connexité

- Caractérisation graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil k
 - $k = 1$: graphes sans P_5 ni C_5 [Zverovich, '03]
 - $k = 3/2$: graphes sans P_6 ni C_6 [Camby & Schaudt, '14]
 - $k = 2$: graphes sans P_9, C_9 , ni H [BBKO, '21+]
 - $k = 7/3$: graphes sans P_{12}, C_{12}, \dots ?

n	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\gamma_c(P_n)$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\gamma(P_n)$	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5
PoC	1	1.5	2	< 2	2	7/3	2	< 7/3	2.5	2.2	2.4	2.6

Prix de la connexité

- Caractérisation graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil k
 - $k = 1$: graphes sans P_5 ni C_5 [Zverovich, '03]
 - $k = 3/2$: graphes sans P_6 ni C_6 [Camby & Schaudt, '14]
 - $k = 2$: graphes sans P_9, C_9 , ni H [BBKO, '21+]
 - $k = 7/3$: graphes sans $P_{12}, C_{12}, \dots?$
 - $k = 5/2$: graphes sans ?

n	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\gamma_c(P_n)$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\gamma(P_n)$	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5
PoC	1	1.5	2	< 2	2	7/3	2	< 7/3	2.5	2.2	2.4	2.6

Prix de la connexité

- Caractérisation graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil k
 - $k = 1$: graphes sans P_5 ni C_5 [Zverovich, '03]
 - $k = 3/2$: graphes sans P_6 ni C_6 [Camby & Schaudt, '14]
 - $k = 2$: graphes sans P_9, C_9 , ni H [BBKO, '21+]
 - $k = 7/3$: graphes sans $P_{12}, C_{12}, \dots?$
 - $k = 5/2$: graphes sans ?

n	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\gamma_c(P_n)$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\gamma(P_n)$	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5
PoC	1	1.5	2	< 2	2	7/3	2	< 7/3	2.5	2.2	2.4	2.6

Prix de la connexité

- Caractérisation graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil k
 - $k = 1$: graphes sans P_5 ni C_5 [Zverovich, '03]
 - $k = 3/2$: graphes sans P_6 ni C_6 [Camby & Schaudt, '14]
 - $k = 2$: graphes sans P_9, C_9 , ni H [BBKO, '21+]
 - $k = 7/3$: graphes sans $P_{12}, C_{12}, \dots?$
 - $k = 5/2$: graphes sans $P_{15}, C_{15}, \dots?$

n	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\gamma_c(P_n)$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\gamma(P_n)$	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5
PoC	1	1.5	2	< 2	2	7/3	2	< 7/3	2.5	2.2	2.4	2.6

Prix de la connexité

- Caractérisation graphes PoC -Presque-Parfaits avec seuil k
 - $k = 1$: graphes sans P_5 ni C_5 [Zverovich, '03]
 - $k = 3/2$: graphes sans P_6 ni C_6 [Camby & Schaudt, '14]
 - $k = 2$: graphes sans P_9, C_9 , ni H [BBKO, '21+]
 - $k = 7/3$: graphes sans $P_{12}, C_{12}, \dots?$
 - $k = 5/2$: graphes sans $P_{15}, C_{15}, \dots?$
 - ...

n	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\gamma_c(P_n)$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\gamma(P_n)$	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5
PoC	1	1.5	2	< 2	2	7/3	2	< 7/3	2.5	2.2	2.4	2.6

Reconfiguration d'ensembles dominants

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$

[BJO, '20]

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe

[BJO, '20]

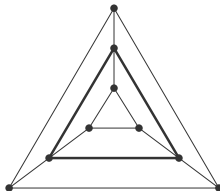
[Suzuki et al., '14]

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe

[BJO, '20]

[Suzuki et al., '14]

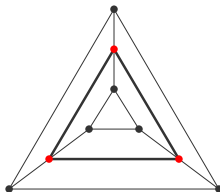


Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe

[BJO, '20]

[Suzuki et al., '14]

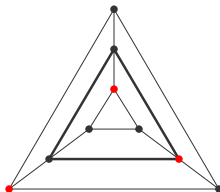


Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe

[BJO, '20]

[Suzuki et al., '14]

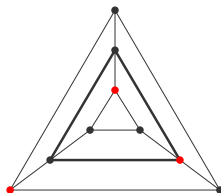


Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe

[BJO, '20]

[Suzuki et al., '14]



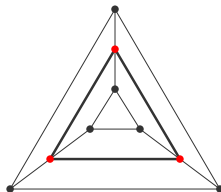
$$\Gamma(G) = 3$$

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe

[BJO, '20]

[Suzuki et al., '14]



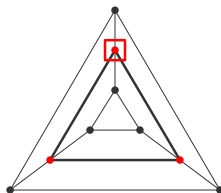
$$\Gamma(G) = 3$$

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe

[BJO, '20]

[Suzuki et al., '14]



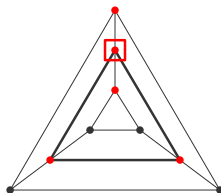
$$\Gamma(G) = 3$$

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe

[BJO, '20]

[Suzuki et al., '14]



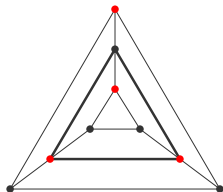
$$\Gamma(G) = 3$$

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe

[BJO, '20]

[Suzuki et al., '14]



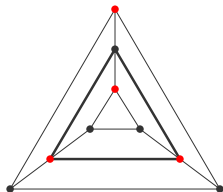
$\mathcal{R}_4(G)$ pas connexe

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe
 - $\mathcal{R}_{\Gamma+2}(G)$ **connexe?**

[BJO, '20]

[Suzuki et al., '14]



$\mathcal{R}_4(G)$ pas connexe

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe
 - $\mathcal{R}_{\Gamma+2}(G)$ **connexe?**
- Complexité sous TS (DSR)

[BJO, '20]

[Suzuki et al., '14]

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$ [BJO, '20]
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe [Suzuki et al., '14]
 - $\mathcal{R}_{\Gamma+2}(G)$ **connexe?**
- Complexité sous TS (DSR)
 - polynomial pour les graphes dually chordaux [BDO, '21+]

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$ [BJO, '20]
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe [Suzuki et al., '14]
 - $\mathcal{R}_{\Gamma+2}(G)$ **connexe?**
- Complexité sous TS (DSR)
 - polynomial pour les graphes dually chordaux [BDO, '21+]
 - \rightarrow **plus courte transformation?**

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$ [BJO, '20]
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe [Suzuki et al., '14]
 - $\mathcal{R}_{\Gamma+2}(G)$ **connexe?**
- Complexité sous TS (DSR)
 - polynomial pour les graphes dually chordaux [BDO, '21+]
 - \rightarrow **plus courte transformation?**
 - casser le pattern $P \rightarrow P$ et $NP \rightarrow PSPACE?$

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$ [BJO, '20]
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe [Suzuki et al., '14]
 - $\mathcal{R}_{\Gamma+2}(G)$ **connexe?**
- Complexité sous TS (DSR)
 - polynomial pour les graphes dually chordaux [BDO, '21+]
 - \rightarrow **plus courte transformation?**
 - casser le pattern $P \rightarrow P$ et $NP \rightarrow PSPACE$?
 - $\exists?$ classe de graphes \mathcal{G} telle que :

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$ [BJO, '20]
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe [Suzuki et al., '14]
 - $\mathcal{R}_{\Gamma+2}(G)$ **connexe?**
- Complexité sous TS (DSR)
 - polynomial pour les graphes dually chordaux [BDO, '21+]
 - \rightarrow **plus courte transformation?**
 - casser le pattern $P \rightarrow P$ et $NP \rightarrow PSPACE$?
 - $\exists^?$ classe de graphes \mathcal{G} telle que :
 - ENSEMBLE DOMINANT $\in P$ mais DSR est NP-difficile

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$ [BJO, '20]
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe [Suzuki et al., '14]
 - $\mathcal{R}_{\Gamma+2}(G)$ **connexe?**
- Complexité sous TS (DSR)
 - polynomial pour les graphes dually chordaux [BDO, '21+]
 - \rightarrow **plus courte transformation?**
 - casser le pattern $P \rightarrow P$ et $NP \rightarrow PSPACE$?
 - $\exists?$ classe de graphes \mathcal{G} telle que :
 - ENSEMBLE DOMINANT $\in P$ mais DSR est NP-difficile
 - ENSEMBLE DOMINANT est NP-complet mais DSR $\in P$

Reconfiguration d'ensembles dominants

- Connexité sous TAR : graphes planaires
 - $\mathcal{R}_k(G)$ connexe $\forall k \geq \Gamma(G) + 3$ [BJO, '20]
 - $\exists G$ planaire t.q. $\mathcal{R}_{\Gamma+1}(G)$ pas connexe [Suzuki et al., '14]
 - $\mathcal{R}_{\Gamma+2}(G)$ **connexe?**
- Complexité sous TS (DSR)
 - polynomial pour les graphes dually chordaux [BDO, '21+]
 - \rightarrow **plus courte transformation?**
 - casser le pattern $P \rightarrow P$ et $NP \rightarrow PSPACE$?
 - $\exists?$ classe de graphes \mathcal{G} telle que :
 - ENSEMBLE DOMINANT $\in P$ mais DSR est NP-difficile
 - ENSEMBLE DOMINANT est NP-complet mais DSR $\in P$

Merci de votre attention!

Variante optimisée

Reconfiguration

Existe-t-il une transformation entre deux solutions S_s et S_t telle que chaque solution intermédiaire est également une solution ?

Reconfiguration

Existe-t-il une transformation entre deux solutions S_s et S_t telle que chaque solution intermédiaire est également une solution ?

👉 On connaît en avance la solution cible

Reconfiguration

Existe-t-il une transformation entre deux solutions S_s et S_t telle que chaque solution intermédiaire est également une solution ?

👉 On connaît en avance la solution cible

Reconfiguration, variante optimisée

Étant donné une solution S_s , quelle est la "meilleure" solution accessible depuis S_s sans casser la propriété souhaitée ?

Reconfiguration

Existe-t-il une transformation entre deux solutions S_s et S_t telle que chaque solution intermédiaire est également une solution ?

👉 On connaît en avance la solution cible

Reconfiguration, variante optimisée

Étant donné une solution S_s , quelle est la "meilleure" solution accessible depuis S_s sans casser la propriété souhaitée ?

Ici, "meilleure" peut signifier :

Reconfiguration

Existe-t-il une transformation entre deux solutions S_s et S_t telle que chaque solution intermédiaire est également une solution ?

👉 On connaît en avance la solution cible

Reconfiguration, variante optimisée

Étant donné une solution S_s , quelle est la "meilleure" solution accessible depuis S_s sans casser la propriété souhaitée ?

Ici, "meilleure" peut signifier :

- plus petite/grande

Reconfiguration

Existe-t-il une transformation entre deux solutions S_s et S_t telle que chaque solution intermédiaire est également une solution ?

👉 On connaît en avance la solution cible

Reconfiguration, variante optimisée

Étant donné une solution S_s , quelle est la "meilleure" solution accessible depuis S_s sans casser la propriété souhaitée ?

Ici, "meilleure" peut signifier :

- plus petite/grande
- plus/moins de composantes connexes

Reconfiguration

Existe-t-il une transformation entre deux solutions S_s et S_t telle que chaque solution intermédiaire est également une solution ?

👉 On connaît en avance la solution cible

Reconfiguration, variante optimisée

Étant donné une solution S_s , quelle est la "meilleure" solution accessible depuis S_s sans casser la propriété souhaitée ?

Ici, "meilleure" peut signifier :

- plus petite/grande
- plus/moins de composantes connexes
- moins de couleurs utilisées

Reconfiguration

Existe-t-il une transformation entre deux solutions S_s et S_t telle que chaque solution intermédiaire est également une solution ?

👉 On connaît en avance la solution cible

Reconfiguration, variante optimisée

Étant donné une solution S_s , quelle est la "meilleure" solution accessible depuis S_s sans casser la propriété souhaitée ?

Ici, "meilleure" signifie **minimiser/maximiser une fonction** :

- plus petite/grande
- plus/moins de composantes connexes
- moins de couleurs utilisées

Reconfiguration

Existe-t-il une transformation entre deux solutions S_s et S_t telle que chaque solution intermédiaire est également une solution ?

👉 On connaît en avance la solution cible

Reconfiguration, variante optimisée

Étant donné une solution S_s , quelle est la "meilleure" solution accessible depuis S_s sans casser la propriété souhaitée ?

Ici, "meilleure" signifie **minimiser/maximiser une fonction** :

- la taille
- plus/moins de composantes connexes
- moins de couleurs utilisées

Reconfiguration

Existe-t-il une transformation entre deux solutions S_s et S_t telle que chaque solution intermédiaire est également une solution ?

👉 On connaît en avance la solution cible

Reconfiguration, variante optimisée

Étant donné une solution S_s , quelle est la "meilleure" solution accessible depuis S_s sans casser la propriété souhaitée ?

Ici, "meilleure" signifie **minimiser / maximiser une fonction** :

- la taille
- le nombre de composantes connexes
- moins de couleurs utilisées

Reconfiguration

Existe-t-il une transformation entre deux solutions S_s et S_t telle que chaque solution intermédiaire est également une solution ?

👉 On connaît en avance la solution cible

Reconfiguration, variante optimisée

Étant donné une solution S_s , quelle est la "meilleure" solution accessible depuis S_s sans casser la propriété souhaitée ?

Ici, "meilleure" signifie **minimiser / maximiser une fonction** :

- la taille
- le nombre de composantes connexes
- le nombre de couleurs

Reconfiguration

Existe-t-il une transformation entre deux solutions S_s et S_t telle que chaque solution intermédiaire est également une solution ?

👉 On connaît en avance la solution cible

Reconfiguration, variante optimisée

Étant donné une solution S_s , quelle est la "meilleure" solution accessible depuis S_s sans casser la propriété souhaitée ?

Ici, "meilleure" signifie minimiser/maximiser une fonction :

- la taille
- le nombre de composantes connexes
- le nombre de couleurs

OPT-DSR

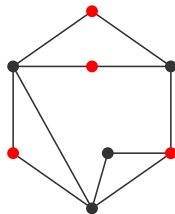
Entrée : graphe G , entiers $k, s \geq 0$, dominant D_s avec $|D_s| \leq k$

Question : existe-t-il D_t tel quel $|D_t| \leq s$ et $D_s \stackrel{k}{\leftrightarrow} D_t$?

OPT-DSR

Entrée : graphe G , entiers $k, s \geq 0$, dominant D_s avec $|D_s| \leq k$

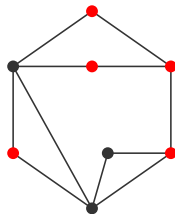
Question : existe-t-il D_t tel quel $|D_t| \leq s$ et $D_s \stackrel{k}{\leftrightarrow} D_t$?



OPT-DSR

Entrée : graphe G , entiers $k, s \geq 0$, dominant D_s avec $|D_s| \leq k$

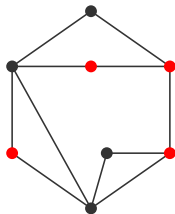
Question : existe-t-il D_t tel quel $|D_t| \leq s$ et $D_s \stackrel{k}{\leftrightarrow} D_t$?



OPT-DSR

Entrée : graphe G , entiers $k, s \geq 0$, dominant D_s avec $|D_s| \leq k$

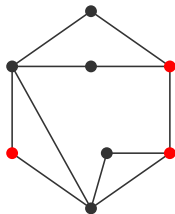
Question : existe-t-il D_t tel quel $|D_t| \leq s$ et $D_s \stackrel{k}{\leftrightarrow} D_t$?



OPT-DSR

Entrée : graphe G , entiers $k, s \geq 0$, dominant D_s avec $|D_s| \leq k$

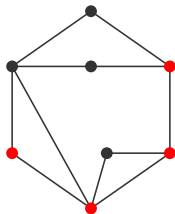
Question : existe-t-il D_t tel quel $|D_t| \leq s$ et $D_s \stackrel{k}{\leftrightarrow} D_t$?



OPT-DSR

Entrée : graphe G , entiers $k, s \geq 0$, dominant D_s avec $|D_s| \leq k$

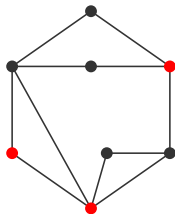
Question : existe-t-il D_t tel quel $|D_t| \leq s$ et $D_s \stackrel{k}{\leftrightarrow} D_t$?



OPT-DSR

Entrée : graphe G , entiers $k, s \geq 0$, dominant D_s avec $|D_s| \leq k$

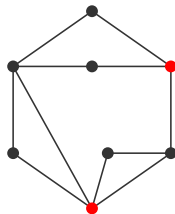
Question : existe-t-il D_t tel quel $|D_t| \leq s$ et $D_s \stackrel{k}{\leftrightarrow} D_t$?



OPT-DSR

Entrée : graphe G , entiers $k, s \geq 0$, dominant D_s avec $|D_s| \leq k$

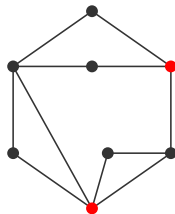
Question : existe-t-il D_t tel quel $|D_t| \leq s$ et $D_s \stackrel{k}{\leftrightarrow} D_t$?



OPT-DSR

Entrée : graphe G , entiers $k, s \geq 0$, dominant D_s avec $|D_s| \leq k$

Question : existe-t-il D_t tel quel $|D_t| \leq s$ et $D_s \stackrel{k}{\leftrightarrow} D_t$?

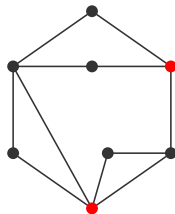


Remarques :

OPT-DSR

Entrée : graphe G , entiers $k, s \geq 0$, dominant D_s avec $|D_s| \leq k$

Question : existe-t-il D_t tel quel $|D_t| \leq s$ et $D_s \stackrel{k}{\leftrightarrow} D_t$?



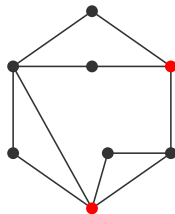
Remarques :

- $s < |D| \leq k$ (sinon répondre "oui")

OPT-DSR

Entrée : graphe G , entiers $k, s \geq 0$, dominant D_s avec $|D_s| \leq k$

Question : existe-t-il D_t tel quel $|D_t| \leq s$ et $D_s \stackrel{k}{\leftrightarrow} D_t$?



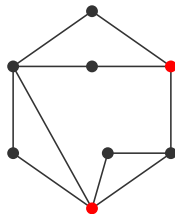
Remarques :

- $s < |D| \leq k$ (sinon répondre "oui")
- entrée $(G = (V, E), |V|, s, V) \Leftrightarrow$ ENSEMBLE DOMINANT

OPT-DSR

Entrée : graphe G , entiers $k, s \geq 0$, dominant D_s avec $|D_s| \leq k$

Question : existe-t-il D_t tel quel $|D_t| \leq s$ et $D_s \stackrel{k}{\leftrightarrow} D_t$?



Remarques :

- $s < |D| \leq k$ (sinon répondre "oui")
- entrée $(G = (V, E), |V|, s, V) \Leftrightarrow$ ENSEMBLE DOMINANT
→ OPT-DSR est NP-difficile

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est PSPACE-complet, y compris si G est

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est PSPACE-complet, y compris si G est

- biparti;

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est PSPACE-complet, y compris si G est

- biparti;
- un graphe scindé;

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est PSPACE-complet, y compris si G est

- biparti;
- un graphe scindé;
- a une largeur linéaire (*pathwidth*) bornée.

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est PSPACE-complet, y compris si G est

- biparti;
- un graphe scindé;
- a une largeur linéaire (*pathwidth*) bornée.

... mais se résout en temps linéaire dans :

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est PSPACE-complet, y compris si G est

- biparti;
- un graphe scindé;
- a une largeur linéaire (*pathwidth*) bornée.

... mais se résout en temps linéaire dans :

- les graphes d'intervalles;

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est PSPACE-complet, y compris si G est

- biparti;
- un graphe scindé;
- a une largeur linéaire (*pathwidth*) bornée.

... mais se résout en temps linéaire dans :

- les graphes d'intervalles;
- les cographes;

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est PSPACE-complet, y compris si G est

- biparti;
- un graphe scindé;
- a une largeur linéaire (*pathwidth*) bornée.

... mais se résout en temps linéaire dans :

- les graphes d'intervalles;
- les cographes;
- les arbres.

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est PSPACE-complet, y compris si G est

- biparti;
- un graphe scindé;
- a une largeur linéaire (*pathwidth*) bornée.

... mais se résout en temps linéaire dans :

- les graphes d'intervalles;
 - les cographes;
 - les arbres.
- } corollaire de [Haddadan et al., '16]

Complexité paramétrée de OPT-DSR

FPT

Un problème Π de paramètre k est **FPT** si Π peut se résoudre en temps $f(k) \times n^{O(1)}$, où n est la taille d'une instance de Π .

Complexité paramétrée de OPT-DSR

FPT

Un problème Π de paramètre k est **FPT** si Π peut se résoudre en temps $f(k) \times n^{O(1)}$, où n est la taille d'une instance de Π .

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est **W[2]-difficile** lorsque paramétré par k .

Complexité paramétrée de OPT-DSR

FPT

Un problème Π de paramètre k est **FPT** si Π peut se résoudre en temps $f(k) \times n^{O(1)}$, où n est la taille d'une instance de Π .

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est **W[2]-difficile** lorsque paramétré par k .

👉 OPT-DSR n'est **pas** FPT avec paramètre k sauf si $FPT=W[2]$

Complexité paramétrée de OPT-DSR

FPT

Un problème Π de paramètre k est **FPT** si Π peut se résoudre en temps $f(k) \times n^{O(1)}$, où n est la taille d'une instance de Π .

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est **W[2]-difficile** lorsque paramétré par k .

👉 OPT-DSR n'est **pas** FPT avec paramètre k sauf si $FPT=W[2]$

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est **FPT** lorsque paramétré par $d + s$, où d est la **dégénérescence** du graphe et s la **taille de la solution** souhaitée.

Complexité paramétrée de OPT-DSR

FPT

Un problème Π de paramètre k est **FPT** si Π peut se résoudre en temps $f(k) \times n^{O(1)}$, où n est la taille d'une instance de Π .

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est **W[2]-difficile** lorsque paramétré par k .

👉 OPT-DSR n'est **pas** FPT avec paramètre k sauf si $FPT=W[2]$

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est **FPT** lorsque paramétré par $d + s$, où d est la **dégénérescence** du graphe et s la **taille de la solution** souhaitée.

G est **d -dégénéré** si **tout sous-graphe** a un sommet de **degré $\leq d$**

Idée clé :

Idée clé :

Domination core

Sous-ensemble de sommets C tel que D est un dominant $\Leftrightarrow D$ domine C

Idée clé :

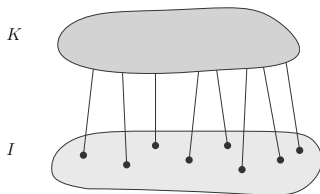
Domination core

Sous-ensemble de sommets C tel que D est un dominant $\Leftrightarrow D$ domine $C \rightarrow$ dominer C suffit pour dominer G

Idée clé :

Domination core

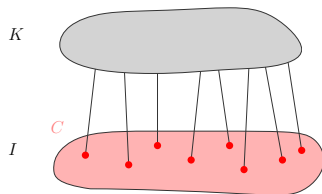
Sous-ensemble de sommets C tel que D est un dominant $\Leftrightarrow D$ domine $C \rightarrow$ dominer C suffit pour dominer G



Idée clé :

Domination core

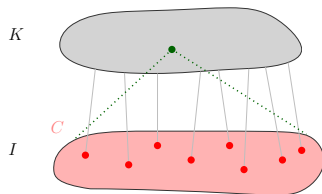
Sous-ensemble de sommets C tel que D est un dominant $\Leftrightarrow D$ domine $C \rightarrow$ dominer C suffit pour dominer G



Idée clé :

Domination core

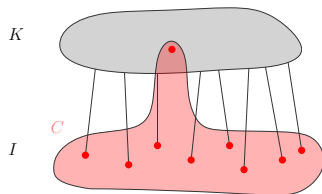
Sous-ensemble de sommets C tel que D est un dominant $\Leftrightarrow D$ domine $C \rightarrow$ dominer C suffit pour dominer G



Idée clé :

Domination core

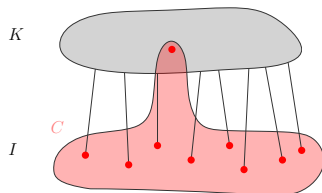
Sous-ensemble de sommets C tel que D est un dominant $\Leftrightarrow D$ domine $C \rightarrow$ dominer C suffit pour dominer G



Idée clé :

Domination core

Sous-ensemble de sommets C tel que D est un dominant $\Leftrightarrow D$ domine $C \rightarrow$ dominer C suffit pour dominer G



Théorème [Lokshtanov et al., '18]

Si G est d -dégénéré et a un dominant de taille $\leq s$, alors G admet un *domination core* de taille $\leq ds^d$ que l'on peut trouver en temps FPT($d + s$).

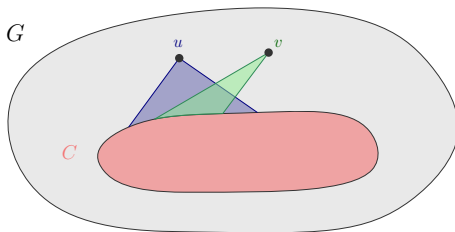
Idée de la preuve

Idée de la preuve

Règle de réduction : si $\exists u, v \in V \setminus C$ avec $N(v) \cap C \subseteq N(u) \cap C$

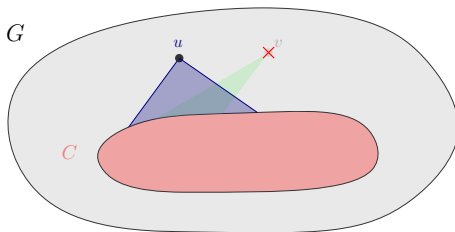
Idée de la preuve

Règle de réduction : si $\exists u, v \in V \setminus C$ avec $N(v) \cap C \subseteq N(u) \cap C$



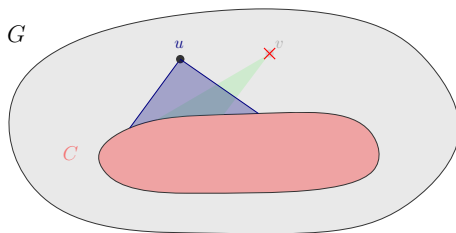
Idée de la preuve

Règle de réduction : si $\exists u, v \in V \setminus C$ avec $N(v) \cap C \subseteq N(u) \cap C$
 \rightarrow **supprimer v** de G



Idée de la preuve

Règle de réduction : si $\exists u, v \in V \setminus C$ avec $N(v) \cap C \subseteq N(u) \cap C$
 \rightarrow **supprimer v** de G

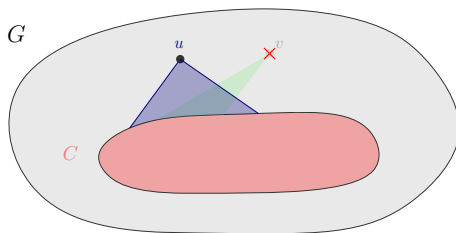


Lemme [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

La suppression de v ne change pas l'existence d'une solution.

Idée de la preuve

Règle de réduction : si $\exists u, v \in V \setminus C$ avec $N(v) \cap C \subseteq N(u) \cap C$
 \rightarrow **supprimer v** de G



Lemme [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

La suppression de v ne change pas l'existence d'une solution.

 on applique autant que possible la règle

Idée de la preuve

Idée de la preuve

↳ G' = graphe résultant

Idée de la preuve

☞ G' = graphe résultant

☞ **Rappel** : $|C| \leq ds^d$

Idée de la preuve

☞ G' = graphe résultant

☞ **Rappel** : $|C| \leq ds^d$

☞ $\forall u, v \in V(G') \setminus C, N(u) \cap C \neq N(v) \cap C$

Idée de la preuve

- ➡ G' = graphe résultant
- ➡ **Rappel** : $|C| \leq ds^d$
- ➡ $\forall u, v \in V(G') \setminus C, N(u) \cap C \neq N(v) \cap C$
- ➡ $|V(G')| = |C| + |V(G') \setminus C|$

Idée de la preuve

☞ G' = graphe résultant

☞ **Rappel** : $|C| \leq ds^d$

☞ $\forall u, v \in V(G') \setminus C, N(u) \cap C \neq N(v) \cap C$

☞ $|V(G')| = |C| + |V(G') \setminus C| \leq ds^d + 2^{ds^d}$

Idée de la preuve

- ↳ G' = graphe résultant
- ↳ **Rappel** : $|C| \leq ds^d$
- ↳ $\forall u, v \in V(G') \setminus C, N(u) \cap C \neq N(v) \cap C$
- ↳ $|V(G')| = |C| + |V(G') \setminus C| \leq ds^d + 2^{ds^d}$
- ↳ Graphe auxiliaire G_A :

Idée de la preuve

- ↳ G' = graphe résultant
- ↳ **Rappel** : $|C| \leq ds^d$
- ↳ $\forall u, v \in V(G') \setminus C, N(u) \cap C \neq N(v) \cap C$
- ↳ $|V(G')| = |C| + |V(G') \setminus C| \leq ds^d + 2^{ds^d}$
- ↳ Graphe auxiliaire G_A :
 - $V(G_A) = \{ \text{dominants de } G' \};$

Idée de la preuve

☞ G' = graphe résultant

☞ **Rappel** : $|C| \leq ds^d$

☞ $\forall u, v \in V(G') \setminus C, N(u) \cap C \neq N(v) \cap C$

☞ $|V(G')| = |C| + |V(G') \setminus C| \leq ds^d + 2^{ds^d}$

☞ Graphe auxiliaire G_A :

- $V(G_A) = \{ \text{dominants de } G' \}$;
- D et D' adjacents dans $G_A \Leftrightarrow |D \Delta D'| = 1$.

Idée de la preuve

- ☞ G' = graphe résultant
- ☞ **Rappel** : $|C| \leq ds^d$
- ☞ $\forall u, v \in V(G') \setminus C, N(u) \cap C \not\subseteq N(v) \cap C$
- ☞ $|V(G')| = |C| + |V(G') \setminus C| \leq ds^d + 2^{ds^d}$
- ☞ Graphe auxiliaire G_A :
 - $V(G_A) = \{ \text{dominants de } G' \}$;
 - D et D' adjacents dans $G_A \Leftrightarrow |D \Delta D'| = 1$.
- ☞ lancer un BFS dans G_A pour résoudre OPT-DSR

Idée de la preuve

- 👉 G' = graphe résultant
- 👉 **Rappel** : $|C| \leq ds^d$
- 👉 $\forall u, v \in V(G') \setminus C, N(u) \cap C \neq N(v) \cap C$
- 👉 $|V(G')| = |C| + |V(G') \setminus C| \leq ds^d + 2^{ds^d}$
- 👉 Graphe auxiliaire G_A :
 - $V(G_A) = \{ \text{dominants de } G' \}$;
 - D et D' adjacents dans $G_A \Leftrightarrow |D \Delta D'| = 1$.
- 👉 lancer un BFS dans G_A pour résoudre OPT-DSR

Théorème [Blanché, Mizuta, O., Suzuki, '20]

OPT-DSR est FPT lorsque paramétré par τ , le nombre transversal du graphe.