

3-RECOLORATION DISTRIBUEE

... DANS LES ARBRES

Marthe Bonamy, Paul Ouvrard, Mikaël Rabie, Jukka Suomela, Jara Uitto

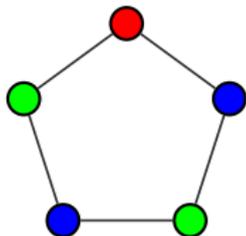
15 novembre 2019

JGA'19

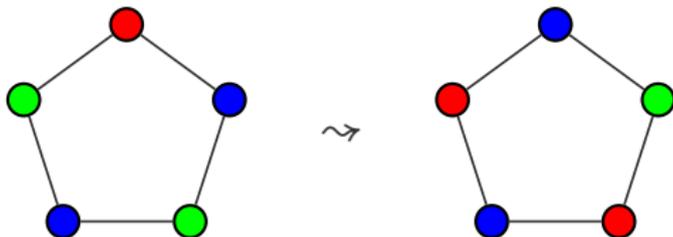
LaBRI

université
de **BORDEAUX**

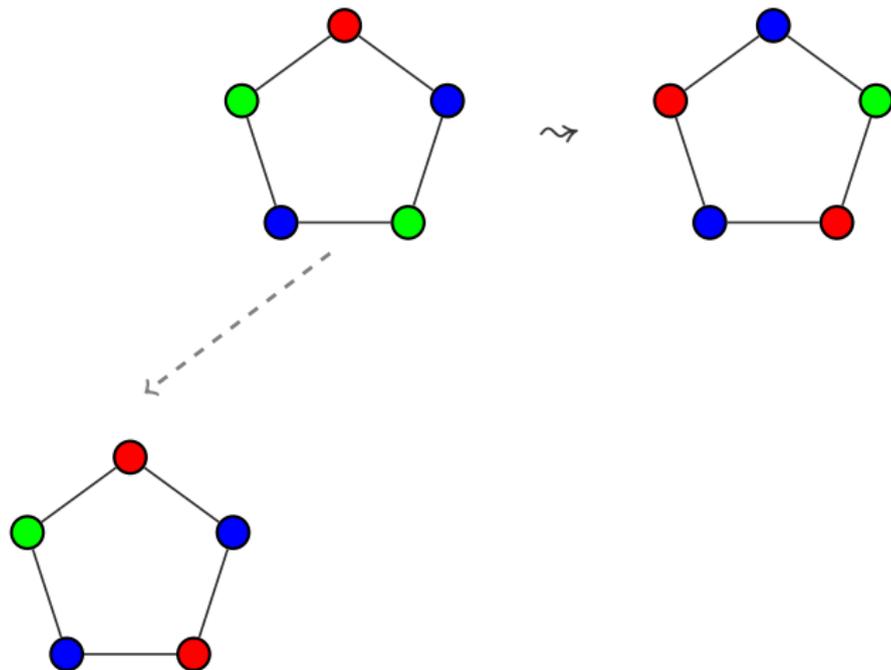
Recoloration



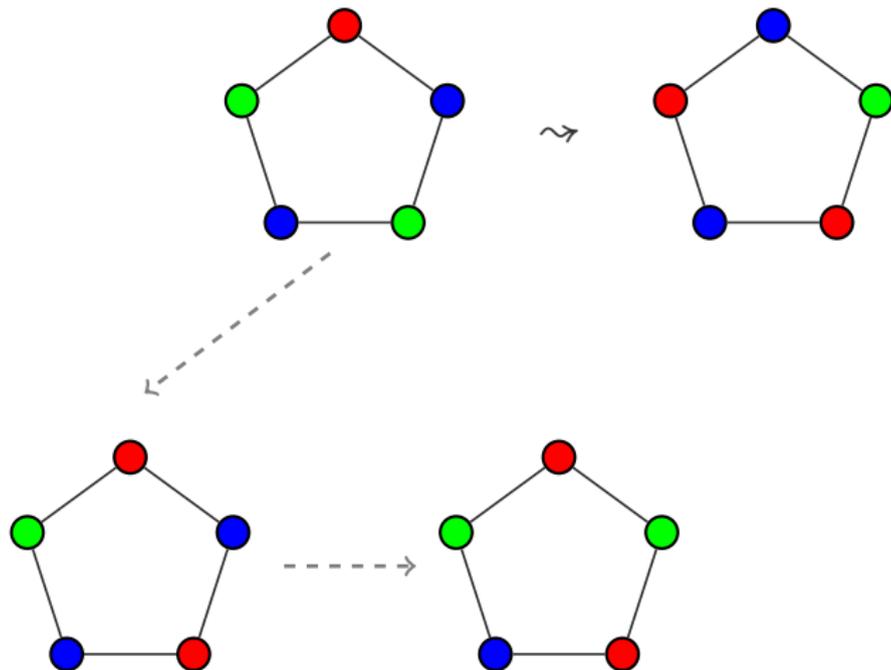
Recoloration



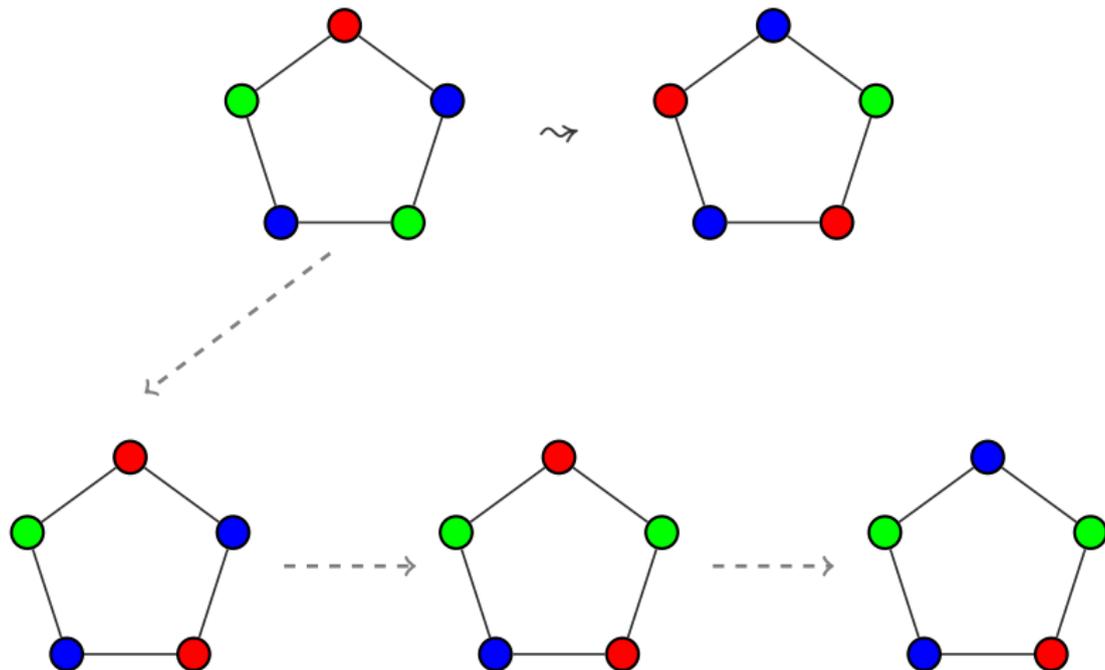
Recoloration



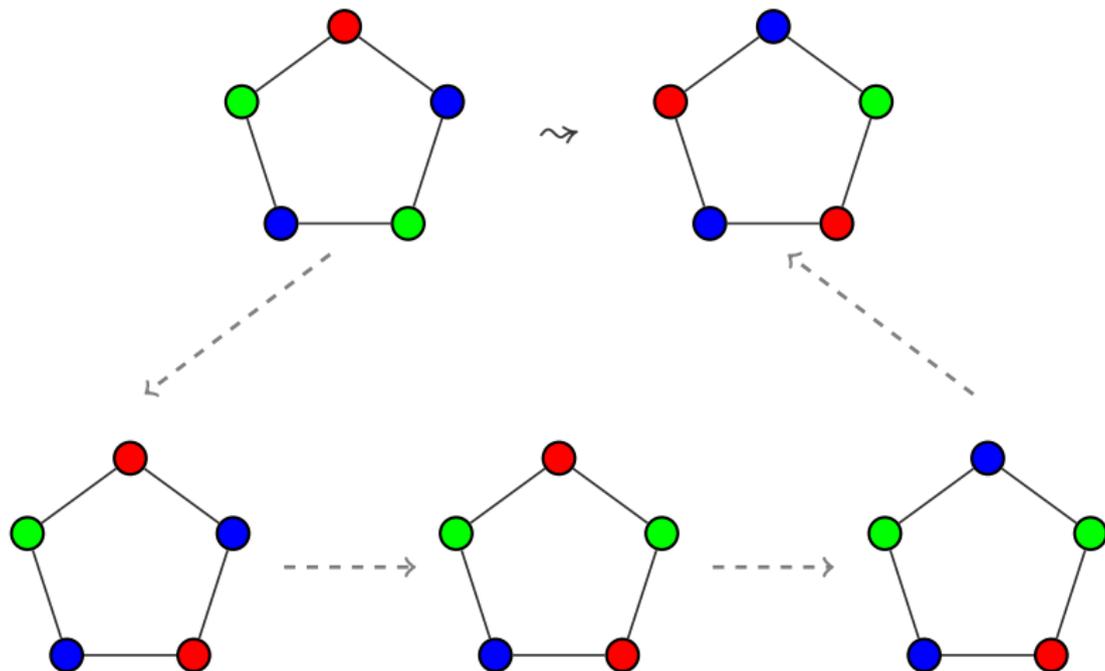
Recoloration



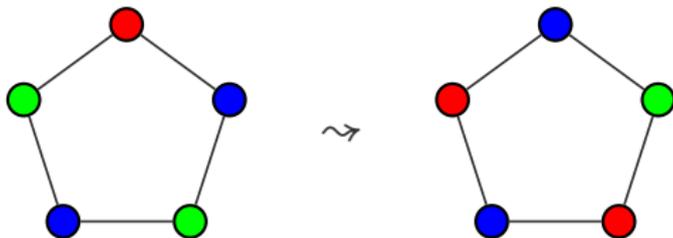
Recoloration



Recoloration

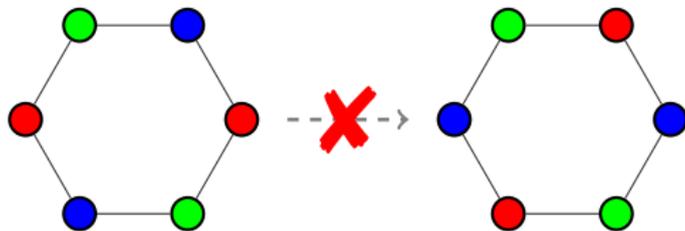


Recoloration



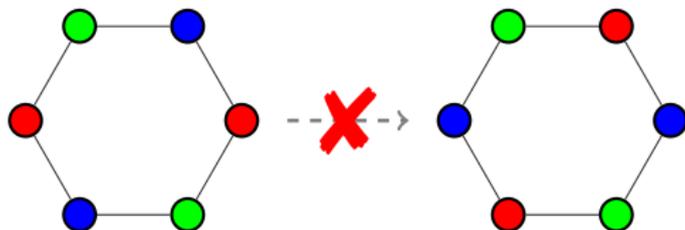
Couleurs supplémentaires

☞ Recolorer n'est pas toujours possible :



Couleurs supplémentaires

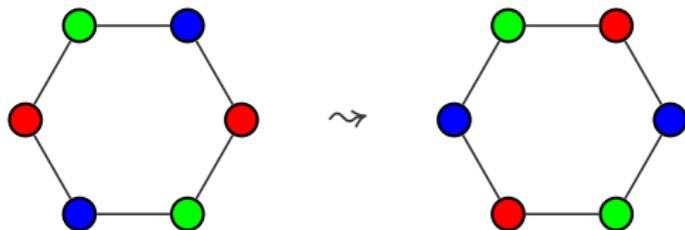
☞ Recolorer n'est pas toujours possible :



☞ On autorise des couleurs supplémentaires.

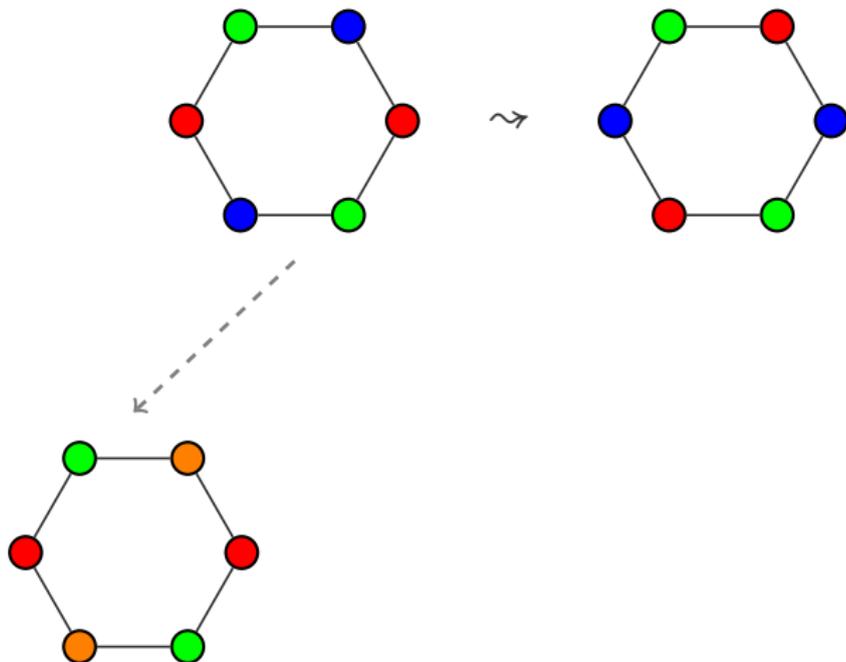
Couleurs supplémentaires

☞ Couleur supplémentaire : {•}



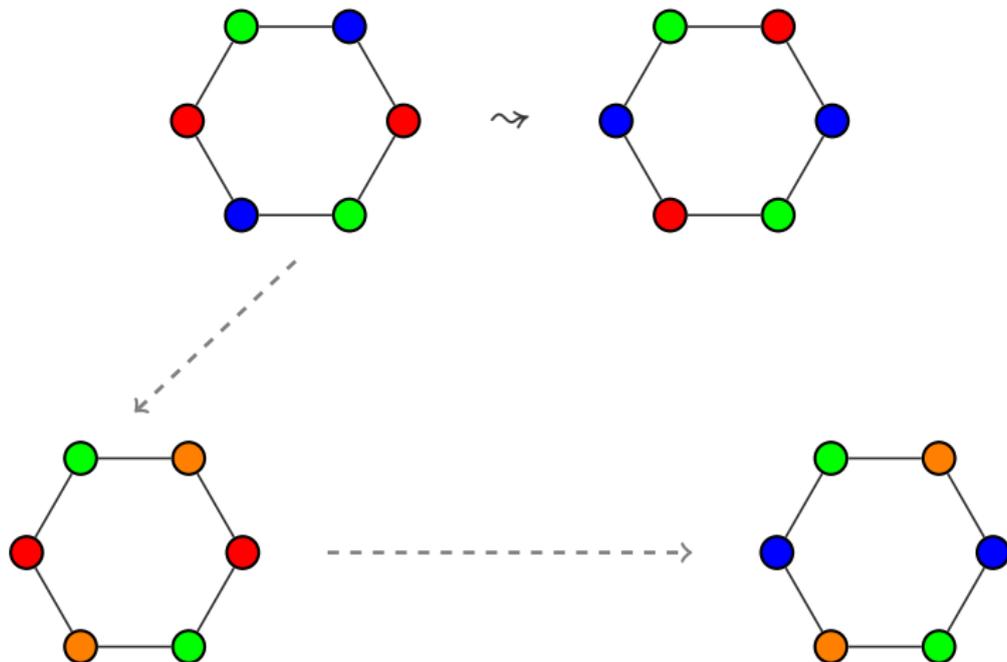
Couleurs supplémentaires

👉 Couleur supplémentaire : {•}



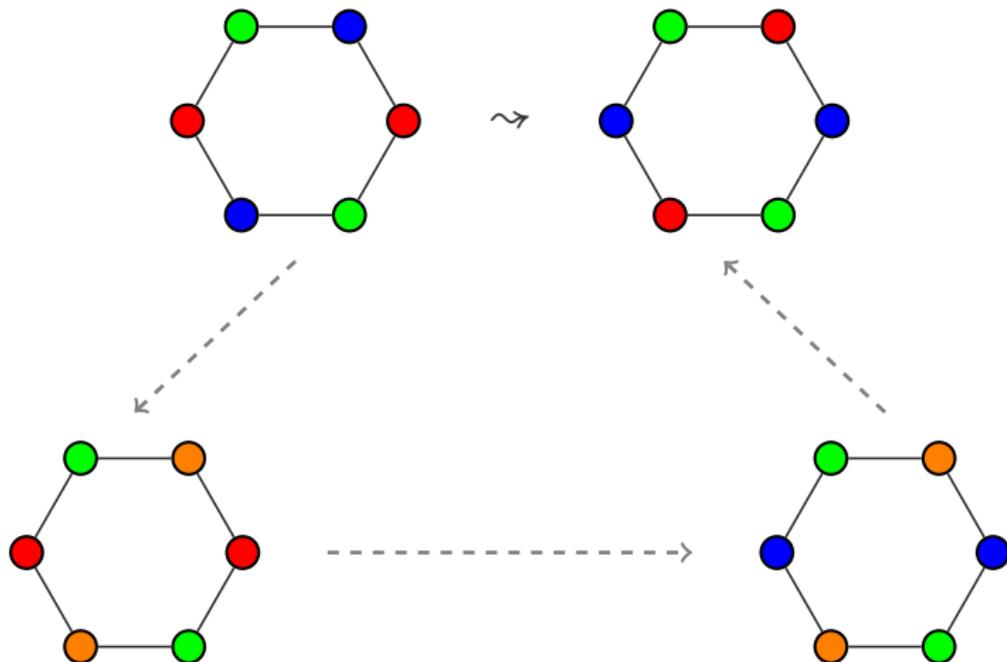
Couleurs supplémentaires

👉 Couleur supplémentaire : {•}



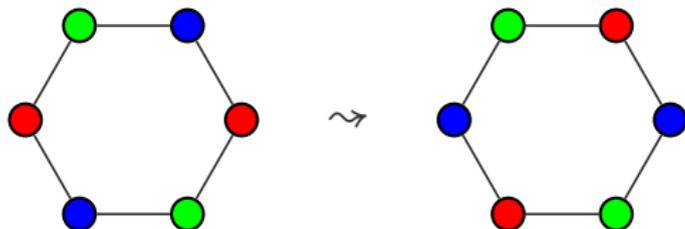
Couleurs supplémentaires

☞ Couleur supplémentaire : {•}



Couleurs supplémentaires

☞ Couleur supplémentaire : {•}



☞ On considère le modèle LOCAL :

- ☞ On considère le modèle LOCAL :
 - marche en rondes synchrones;

- ☞ On considère le modèle LOCAL :
- marche en rondes synchrones;
 - initialement, chaque nœud n'a aucune connaissance du graphe;

- ☞ On considère le modèle LOCAL :
- marche en rondes synchrones;
 - initialement, chaque nœud n'a aucune connaissance du graphe;
 - à chaque ronde, un nœud peut :

- ☞ On considère le modèle LOCAL :
 - marche en rondes synchrones;
 - initialement, chaque nœud n'a aucune connaissance du graphe;
 - à chaque ronde, un nœud peut :
 - envoyer (et recevoir) des messages (taille illimitée) à ses voisins;

- ☞ On considère le modèle LOCAL :
- marche en rondes synchrones;
 - initialement, chaque nœud n'a aucune connaissance du graphe;
 - à chaque ronde, un nœud peut :
 - envoyer (et recevoir) des messages (taille illimitée) à ses voisins;
 - réaliser des calculs locaux.

- ☞ On considère le modèle LOCAL :
 - marche en rondes synchrones;
 - initialement, chaque nœud n'a aucune connaissance du graphe;
 - à chaque ronde, un nœud peut :
 - envoyer (et recevoir) des messages (taille illimitée) à ses voisins;
 - réaliser des calculs locaux.
- ☞ Règle : recolorer un ensemble indépendant

Définition du problème

Notation

Pour un nœud u , on dénote par $c_i(u)$ la couleur de u à l'étape i .

Définition du problème

Notation

Pour un nœud u , on dénote par $c_i(u)$ la couleur de u à l'étape i .

Recoloration distribuée

Entrée : un graphe $G = (V, E)$, deux k -colorations α et β de G , c couleurs supplémentaires.

Sortie : pour chaque nœud $u \in V$ une *séquence de recoloration* : $\langle c_0(u) = \alpha(u), c_1(u), \dots, c_i(u), \dots, c_{\ell(u)-1}(u), c_{\ell(u)}(u) = \beta(u) \rangle$.

Définition du problème

Notation

Pour un nœud u , on dénote par $c_i(u)$ la couleur de u à l'étape i .

Recoloration distribuée

Entrée : un graphe $G = (V, E)$, deux k -colorations α et β de G , c couleurs supplémentaires.

Sortie : pour chaque nœud $u \in V$ une *séquence de recoloration* : $\langle c_0(u) = \alpha(u), c_1(u), \dots, c_i(u), \dots, c_{\ell(u)-1}(u), c_{\ell(u)}(u) = \beta(u) \rangle$.

Longueur de la solution (séquence)

$$L = \max_{v \in V} \ell(v)$$

Définition du problème

Notation

Pour un nœud u , on dénote par $c_i(u)$ la couleur de u à l'étape i .

Recoloration distribuée

Entrée : un graphe $G = (V, E)$, deux k -colorations α et β de G , c couleurs supplémentaires.

Sortie : pour chaque nœud $u \in V$ une *séquence de recoloration* : $\langle c_0(u) = \alpha(u), c_1(u), \dots, c_i(u), \dots, c_{\ell(u)-1}(u), c_{\ell(u)}(u) = \beta(u) \rangle$.

Longueur de la solution (séquence)

$$L = \max_{v \in V} \ell(v)$$

Objectif

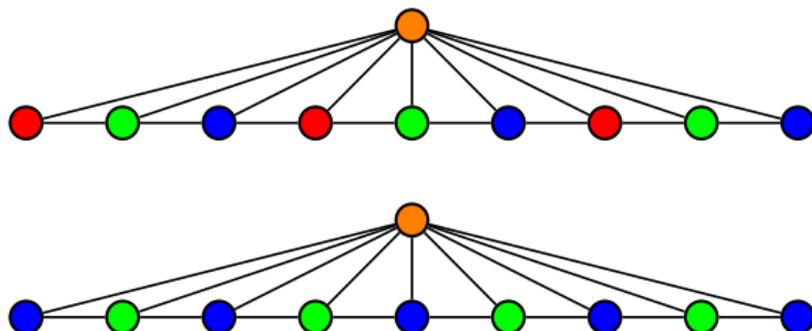
Minimiser L and le nombre de rondes.

Ces deux paramètres ne sont pas nécessairement liés

Définition du problème

Ces deux paramètres ne sont pas nécessairement liés

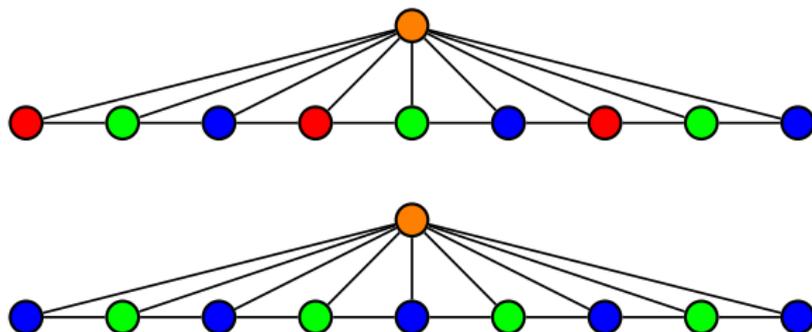
☞ Exemple : 4-recoloration sans couleur supplémentaire



Définition du problème

Ces deux paramètres ne sont pas nécessairement liés

☞ Exemple : 4-recoloration sans couleur supplémentaire

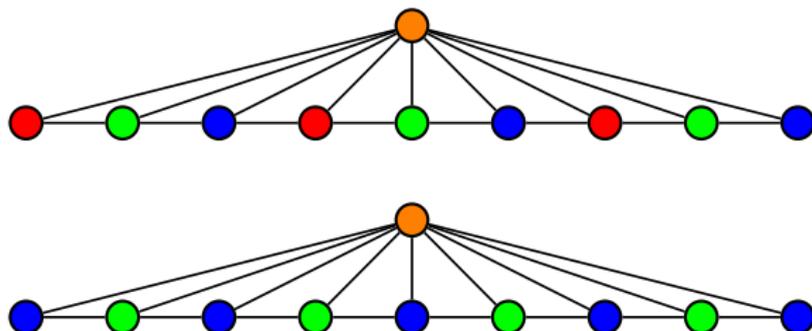


☞ En deux rondes, tous les nœuds ont une connaissance complète du graphe;

Définition du problème

Ces deux paramètres ne sont pas nécessairement liés

- ☞ Exemple : 4-recoloration sans couleur supplémentaire

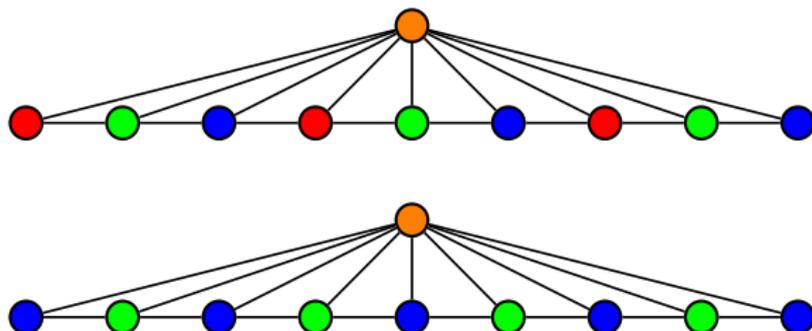


- ☞ En deux rondes, tous les nœuds ont une connaissance complète du graphe;
- ☞ Un nœud de degré 3 peut changer sa couleur seulement une fois que l'un de ses voisins a changé sa couleur;

Définition du problème

Ces deux paramètres ne sont pas nécessairement liés

- ☞ Exemple : 4-recoloration sans couleur supplémentaire

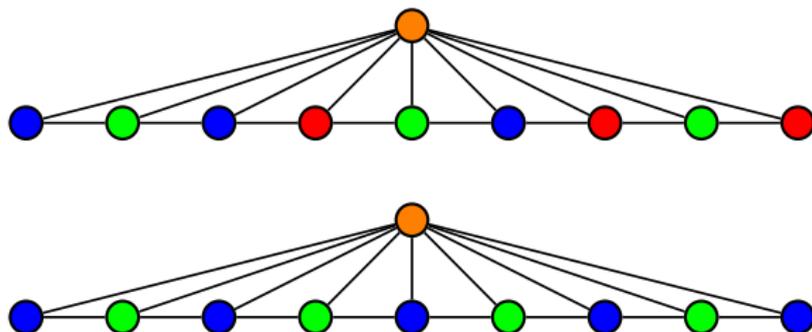


- ☞ En deux rondes, tous les nœuds ont une connaissance complète du graphe;
- ☞ Un nœud de degré 3 peut changer sa couleur seulement une fois que l'un de ses voisins a changé sa couleur;
- ☞ La longueur de la séquence est $\Omega(n)$.

Définition du problème

Ces deux paramètres ne sont pas nécessairement liés

- ☞ Exemple : 4-recoloration sans couleur supplémentaire

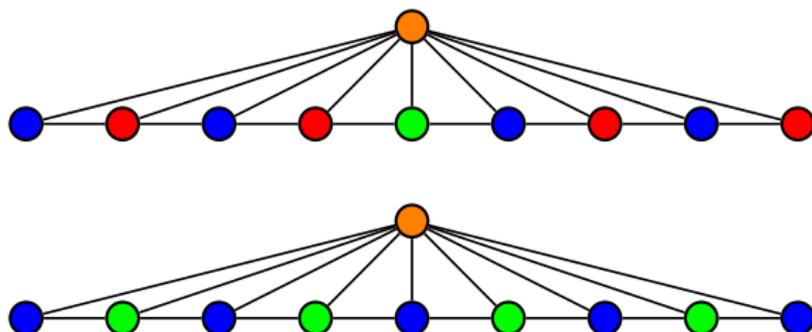


- ☞ En deux rondes, tous les nœuds ont une connaissance complète du graphe;
- ☞ Un nœud de degré 3 peut changer sa couleur seulement une fois que l'un de ses voisins a changé sa couleur;
- ☞ La longueur de la séquence est $\Omega(n)$.

Définition du problème

Ces deux paramètres ne sont pas nécessairement liés

- ☞ Exemple : 4-recoloration sans couleur supplémentaire

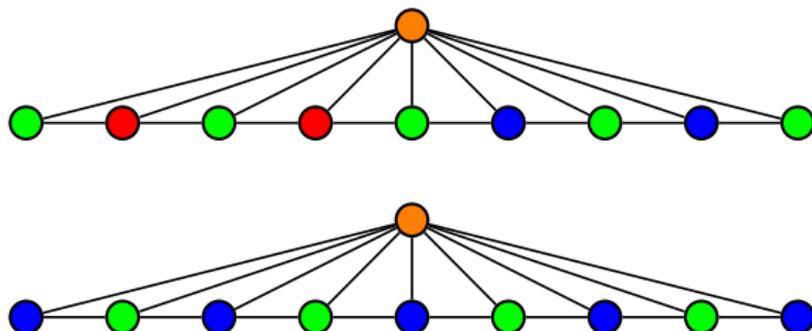


- ☞ En deux rondes, tous les nœuds ont une connaissance complète du graphe;
- ☞ Un nœud de degré 3 peut changer sa couleur seulement une fois que l'un de ses voisins a changé sa couleur;
- ☞ La longueur de la séquence est $\Omega(n)$.

Définition du problème

Ces deux paramètres ne sont pas nécessairement liés

- ☞ Exemple : 4-recoloration sans couleur supplémentaire

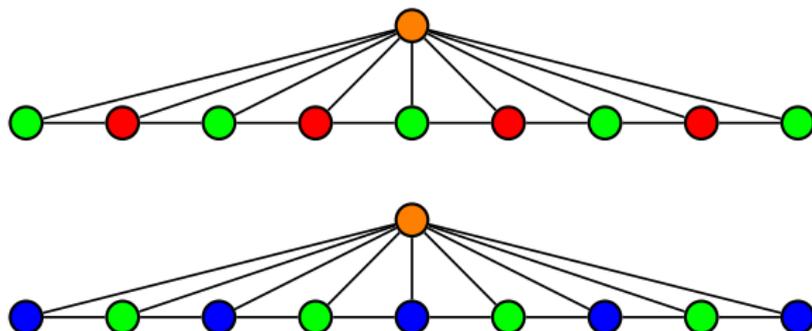


- ☞ En deux rondes, tous les nœuds ont une connaissance complète du graphe;
- ☞ Un nœud de degré 3 peut changer sa couleur seulement une fois que l'un de ses voisins a changé sa couleur;
- ☞ La longueur de la séquence est $\Omega(n)$.

Définition du problème

Ces deux paramètres ne sont pas nécessairement liés

- Exemple : 4-recoloration sans couleur supplémentaire

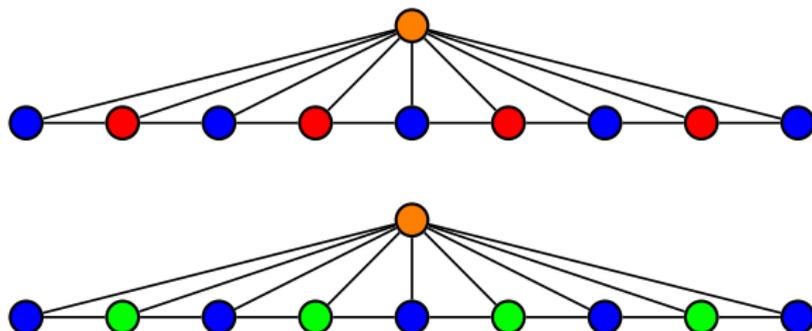


- En deux rondes, tous les nœuds ont une connaissance complète du graphe;
- Un nœud de degré 3 peut changer sa couleur seulement une fois que l'un de ses voisins a changé sa couleur;
- La longueur de la séquence est $\Omega(n)$.

Définition du problème

Ces deux paramètres ne sont pas nécessairement liés

- ☞ Exemple : 4-recoloration sans couleur supplémentaire

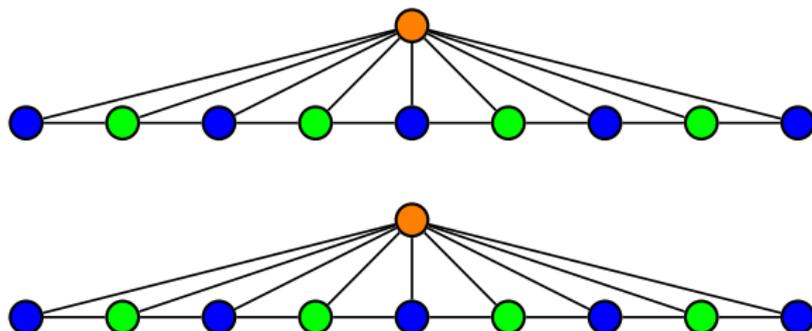


- ☞ En deux rondes, tous les nœuds ont une connaissance complète du graphe;
- ☞ Un nœud de degré 3 peut changer sa couleur seulement une fois que l'un de ses voisins a changé sa couleur;
- ☞ La longueur de la séquence est $\Omega(n)$.

Définition du problème

Ces deux paramètres ne sont pas nécessairement liés

- Exemple : 4-recoloration sans couleur supplémentaire



- En deux rondes, tous les nœuds ont une connaissance complète du graphe;
- Un nœud de degré 3 peut changer sa couleur seulement une fois que l'un de ses voisins a changé sa couleur;
- La longueur de la séquence est $\Omega(n)$.

Entrée : un arbre T , α et β deux 3-colorations de T .

On veut : recolorer T de α à β sans couleur supplémentaire.

Entrée : un arbre T , α et β deux 3-colorations de T .

On veut : recolorer T de α à β sans couleur supplémentaire.

Théorème [Bonamy, O., Rabie, Suomela, Uitto '18]

Pour tout arbre T de rayon au plus p et pour toute paire de 3-colorations α, β de T , on peut calculer en $O(p)$ rondes comment 3-recolorer T de α à β avec une séquence de longueur $O(p)$.

Entrée : un arbre T , α et β deux 3-colorations de T .

On veut : recolorer T de α à β sans couleur supplémentaire.

Théorème [Bonamy, O., Rabie, Suomela, Uitto '18]

Pour tout arbre T de rayon au plus p et pour toute paire de 3-colorations α, β de T , on peut calculer en $O(p)$ rondes comment 3-recolorer T de α à β avec une séquence de longueur $O(p)$.

- ☞ Borne serrée (même exemple que dans l'exemple précédent mais sans le nœud universel).

Idée clé

Idée clé

☞ Recolorer α et β en une 2-coloration c' de T ;

Idée clé

- ➡ Recolorer α et β en une **2-coloration** c' de T ;
- ➡ chaque recoloration étant **réversible**, on peut recolorer α en β comme ceci : $\alpha \rightsquigarrow c' \rightsquigarrow \beta$.

Idée clé

- ☞ Recolorer α et β en une **2-coloration** c' de T ;
- ☞ chaque recoloration étant **réversible**, on peut recolorer α en β comme ceci : $\alpha \rightsquigarrow c' \rightsquigarrow \beta$.

Comment recolorer une 3-coloration en c' ?

Idée clé

- ☞ Recolorer α et β en une 2-coloration c' de T ;
- ☞ chaque recoloration étant réversible, on peut recolorer α en β comme ceci : $\alpha \rightsquigarrow c' \rightsquigarrow \beta$.

Comment recolorer une 3-coloration en c' ?

- ☞ Enraciner T en un nœud r à distance $\leq p$ de tous les nœuds de T ;

Idée clé

- ☞ Recolorer α et β en une **2-coloration** c' de T ;
- ☞ chaque recoloration étant **réversible**, on peut recolorer α en β comme ceci : $\alpha \rightsquigarrow c' \rightsquigarrow \beta$.

Comment recolorer une 3-coloration en c' ?

- ☞ Enraciner T en un **nœud** r à distance $\leq p$ de tous les nœuds de T ;
- ☞ en p **rondes**, r connaît l'arbre entier;

Idée clé

- ↳ Recolorer α et β en une 2-coloration c' de T ;
- ↳ chaque recoloration étant réversible, on peut recolorer α en β comme ceci : $\alpha \rightsquigarrow c' \rightsquigarrow \beta$.

Comment recolorer une 3-coloration en c' ?

- ↳ Enraciner T en un nœud r à distance $\leq p$ de tous les nœuds de T ;
- ↳ en p rondes, r connaît l'arbre entier;
- ↳ r calcule une séquence de longueur $O(p)$ et l'envoie à tous les nœuds.

Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

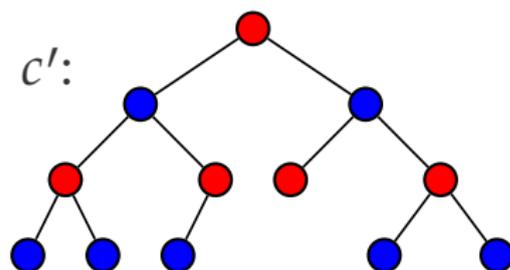
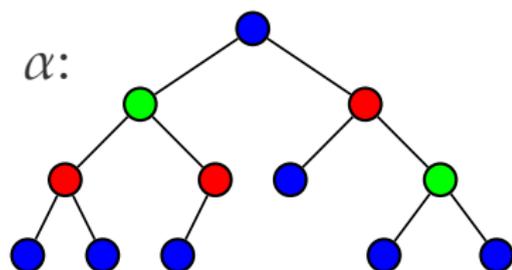
Opération d'identification

Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .

Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

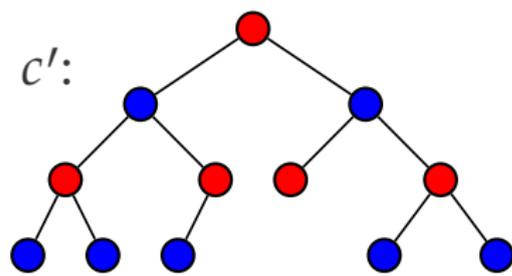
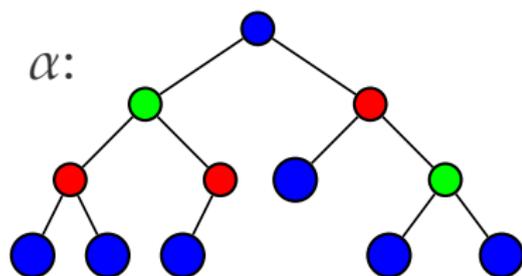
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

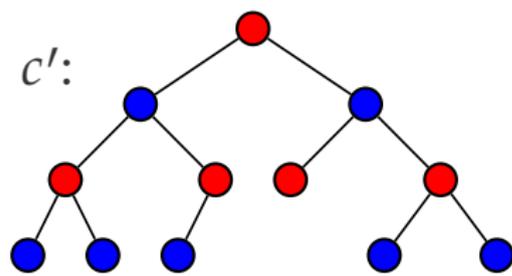
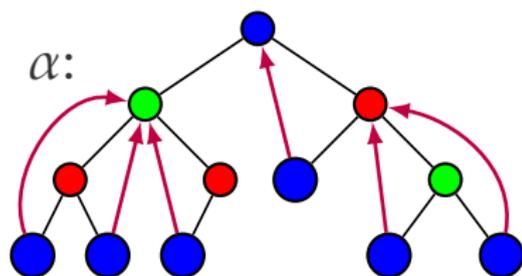
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

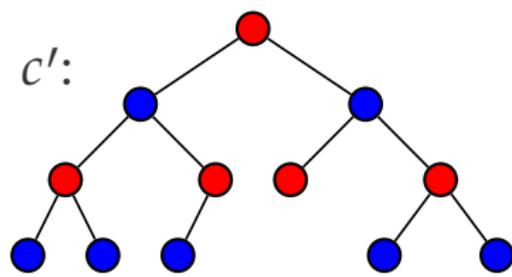
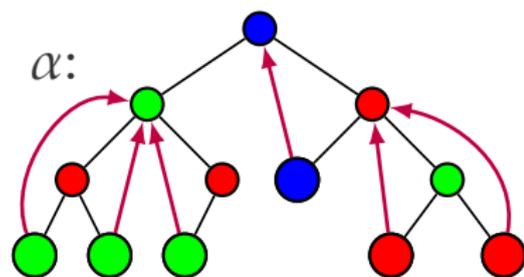
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

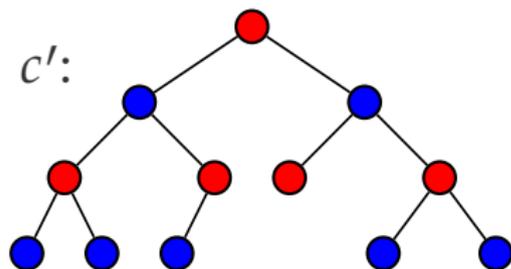
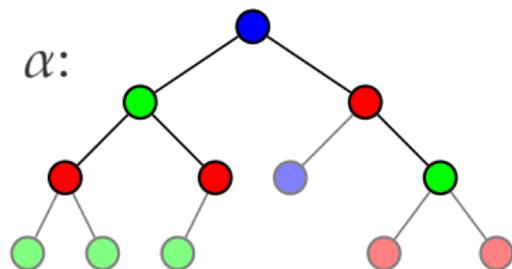
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

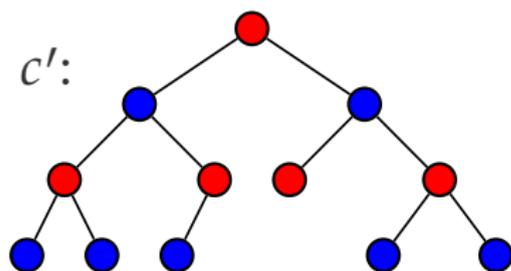
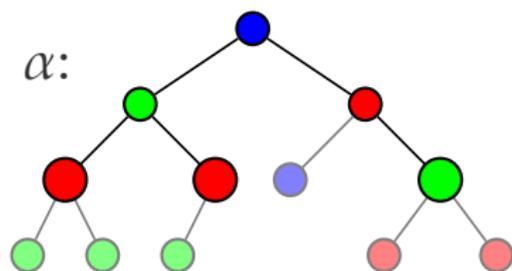
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

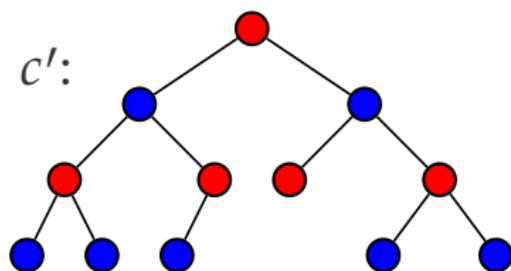
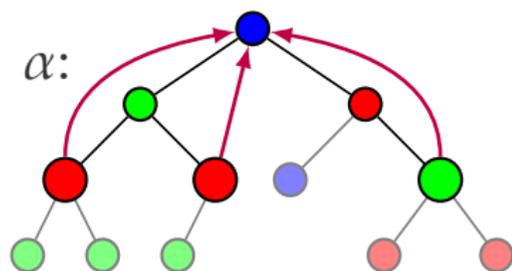
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

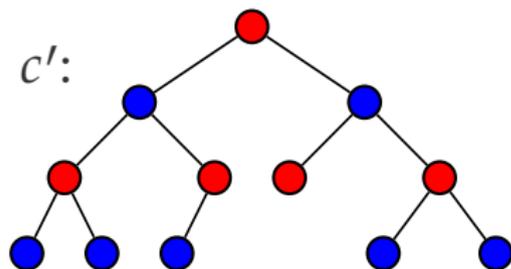
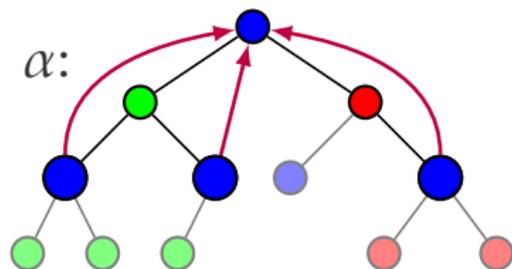
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

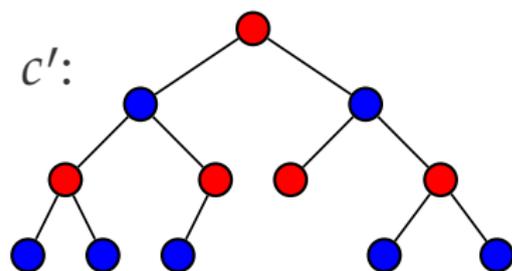
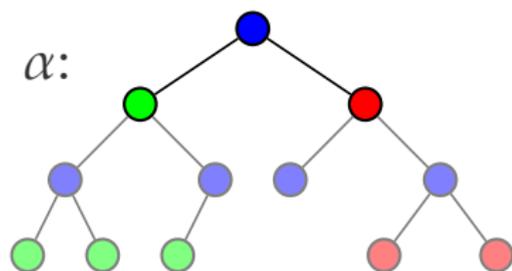
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

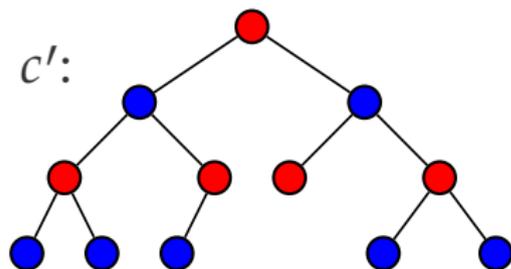
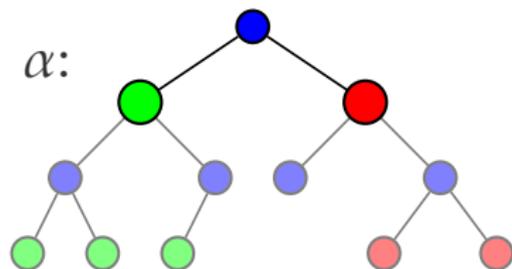
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

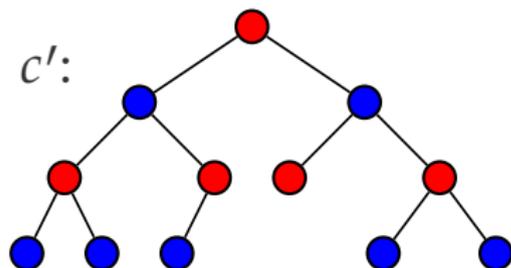
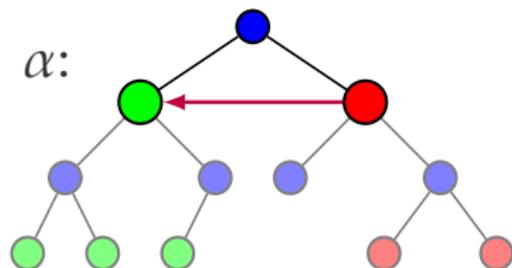
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

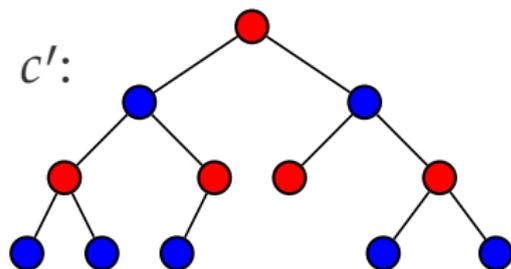
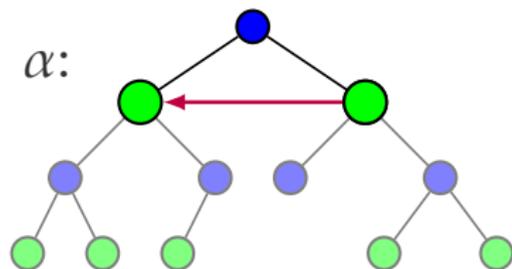
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

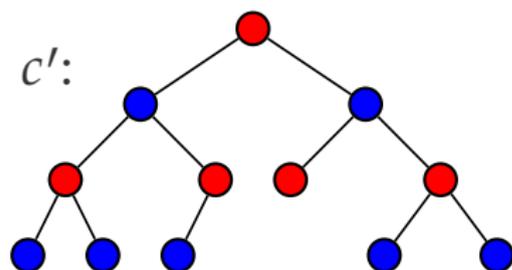
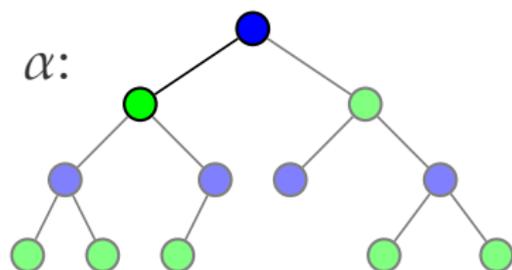
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

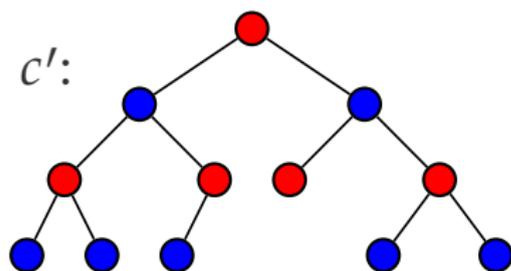
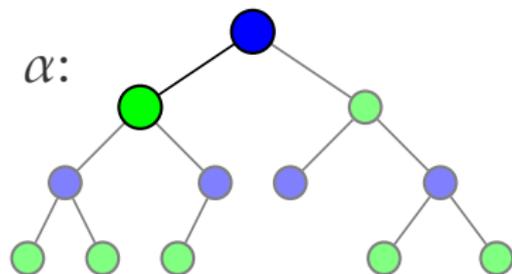
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

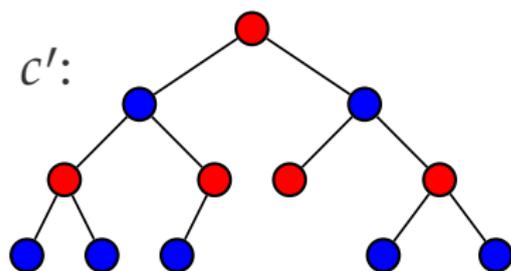
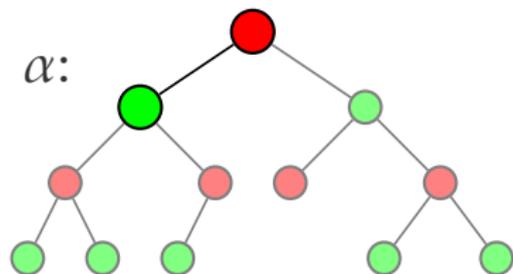
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

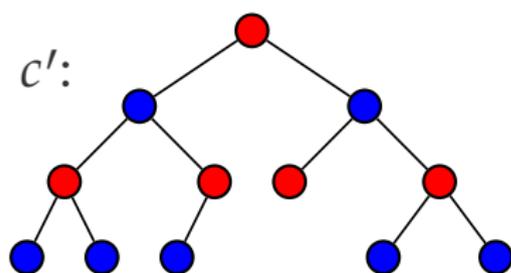
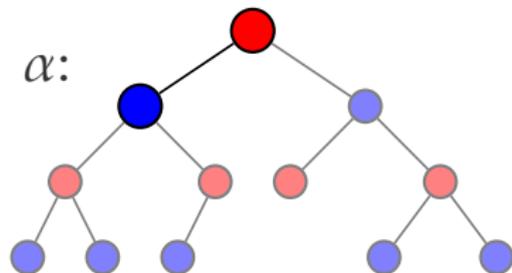
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

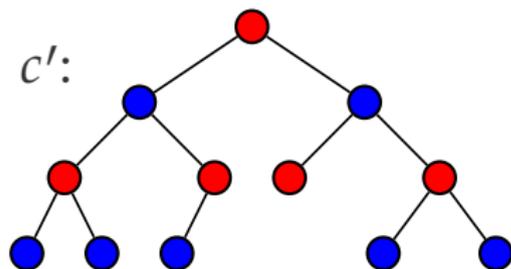
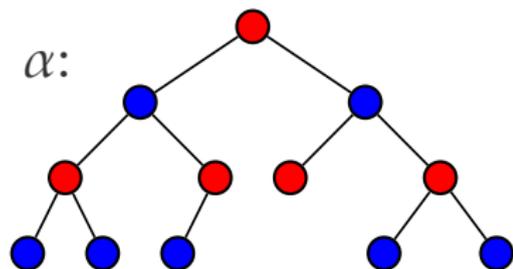
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



Existence d'une séquence de longueur $O(p)$

Opération d'identification

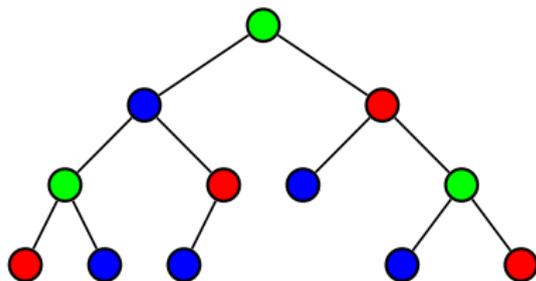
Si u est une feuille et v son grand-parent, on recolore u avec $c(v)$ et on prétend que u et v sont un seul nœud i.e. on supprime u et on reflète toutes les recolorations de v sur u .



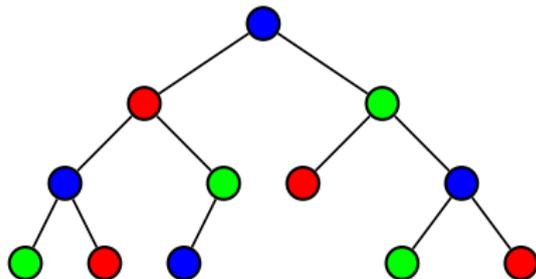
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



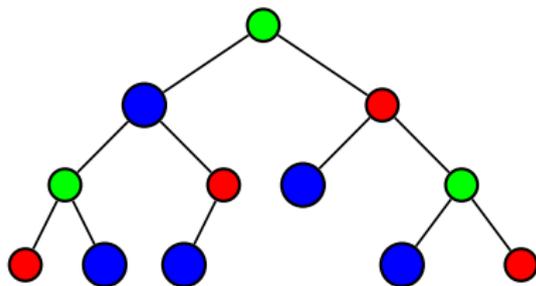
β :



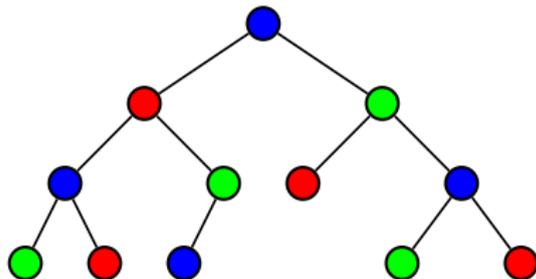
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



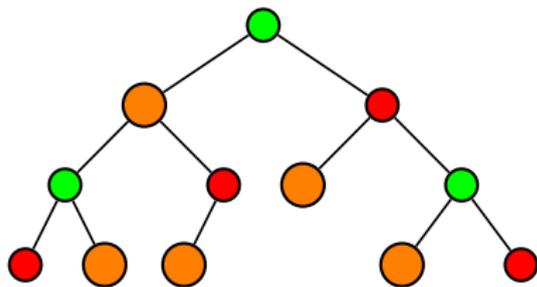
β :



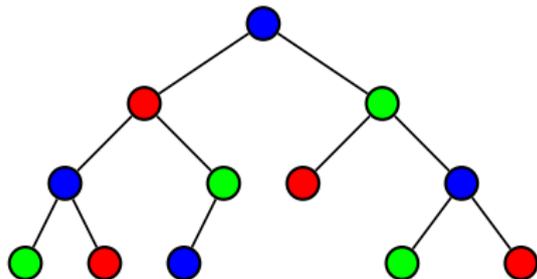
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



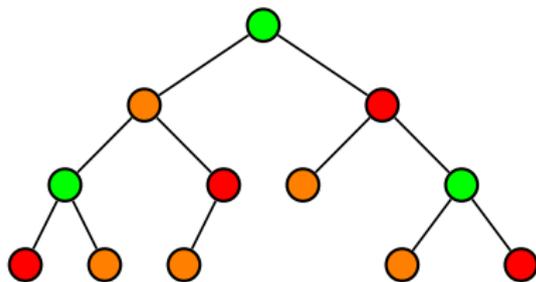
β :



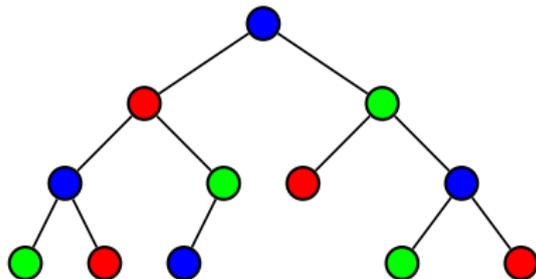
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



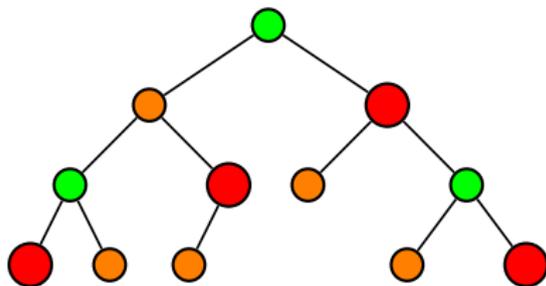
β :



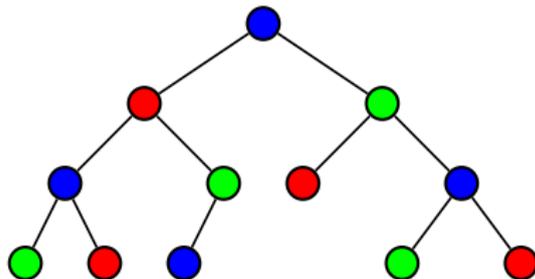
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



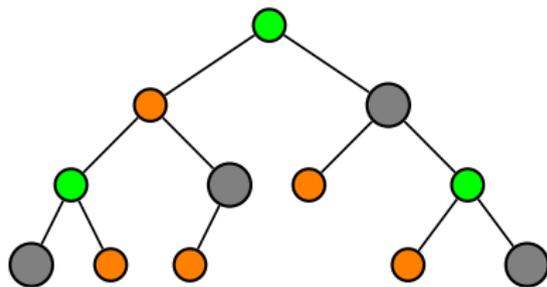
β :



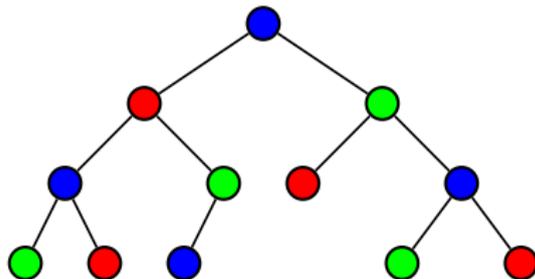
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



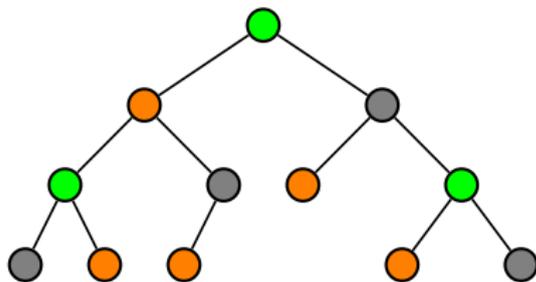
β :



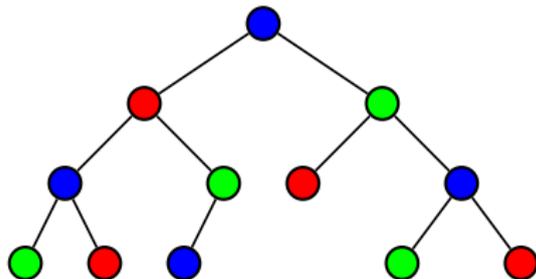
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



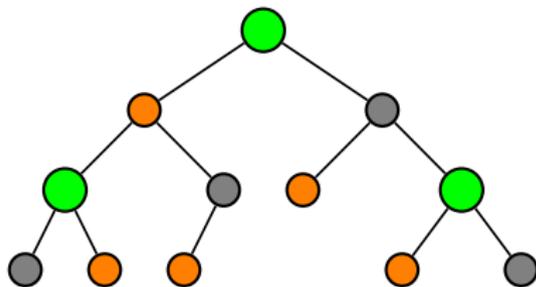
β :



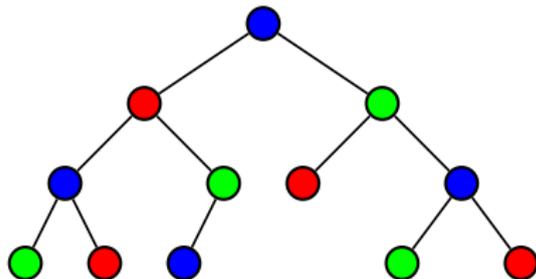
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



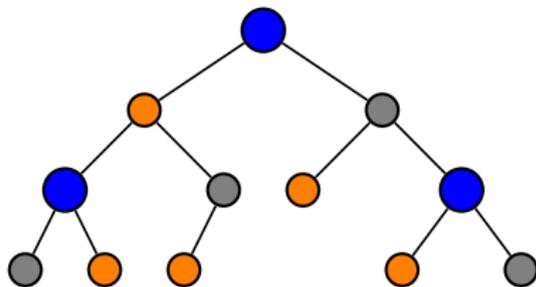
β :



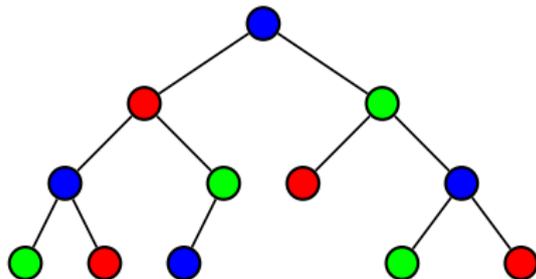
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



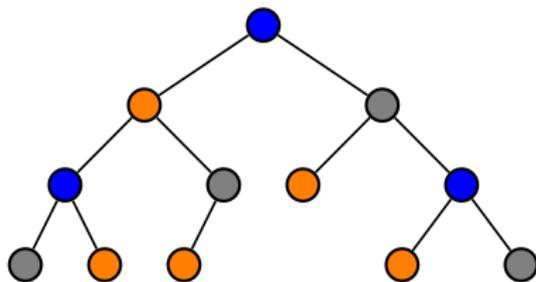
β :



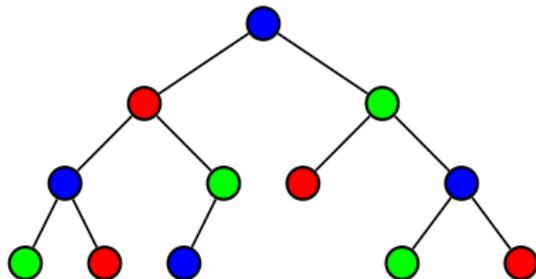
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



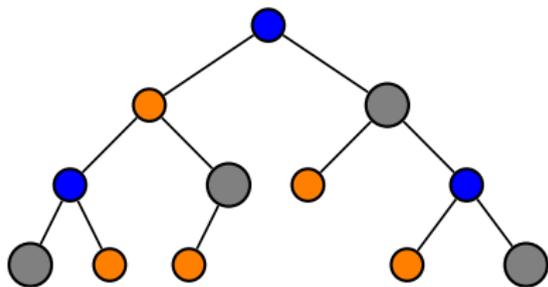
β :



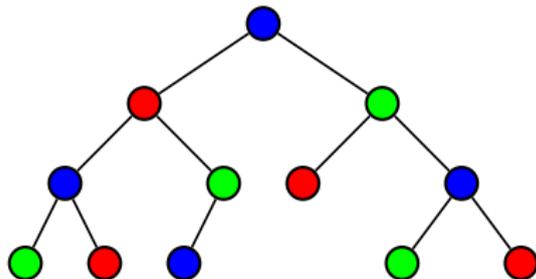
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



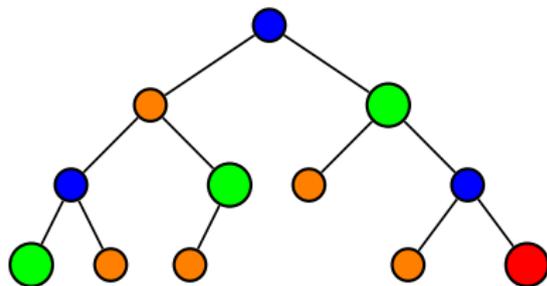
β :



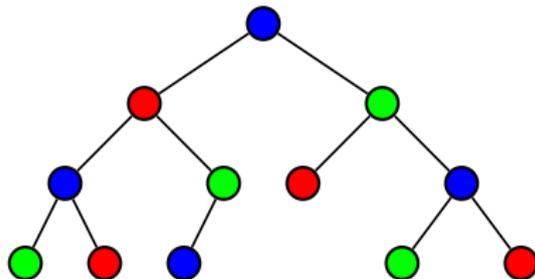
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



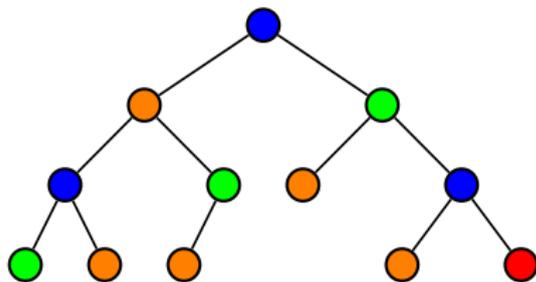
β :



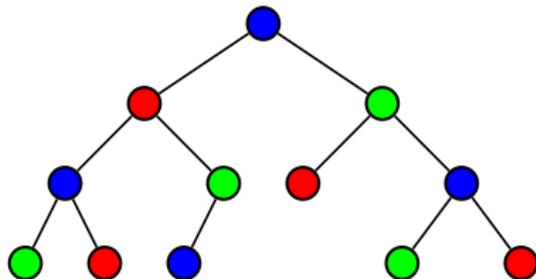
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



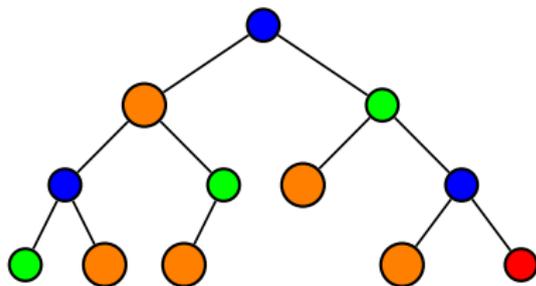
β :



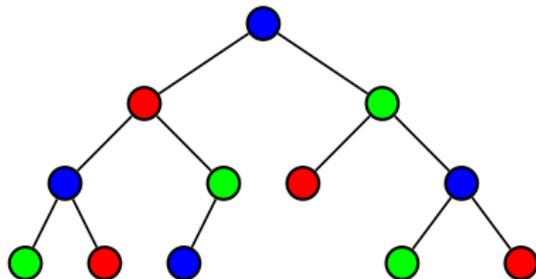
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



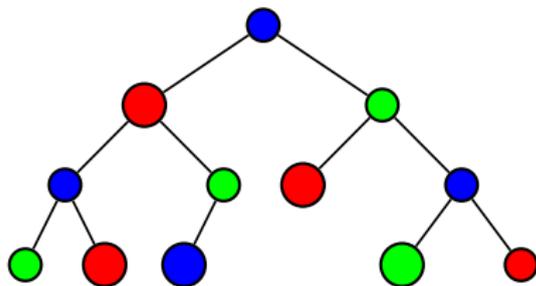
β :



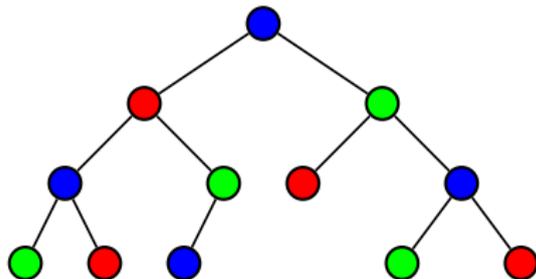
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



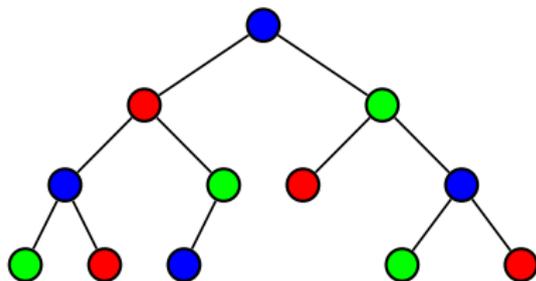
β :



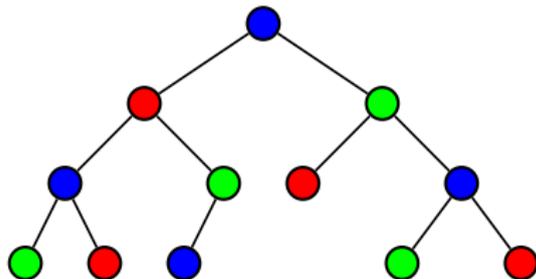
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



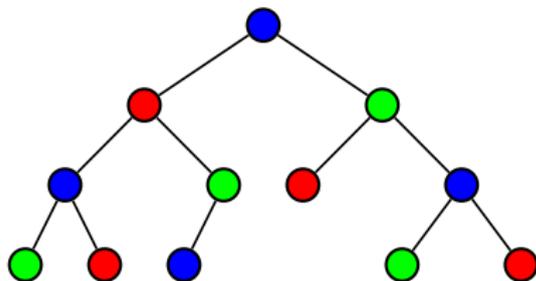
β :



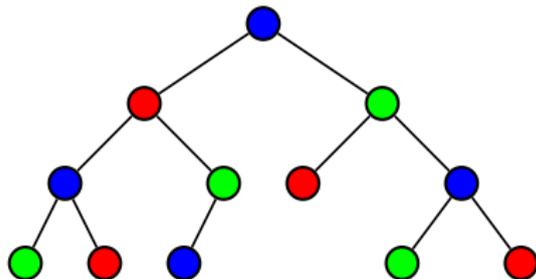
(3+2)-recoloration d'arbres

Deux couleurs supplémentaires : {•, •}

α :



β :



Résumé

Nous avons vu :

- ☞ $3+0$: en $O(n)$ rondes et une séquence de longueur $O(n)$;
- ☞ $3+2$: pas besoin de communiquer et une séquence de longueur constante (5);

Résumé

Nous avons vu :

- ☞ $3+0$: en $O(n)$ rondes et une séquence de longueur $O(n)$;
- ☞ $3+2$: pas besoin de communiquer et une séquence de longueur constante (5);
- ☞ ... mais qu'en est-il de $3+1$?

Résumé

Nous avons vu :

- ☞ $3+0$: en $O(n)$ rondes et une séquence de longueur $O(n)$;
- ☞ $3+2$: pas besoin de communiquer et une séquence de longueur constante (5);
- ☞ ... mais qu'en est-il de $3+1$?

Possible en $O(n)$ rondes avec une séquence de longueur $O(1)$:

Résumé

Nous avons vu :

- ☞ $3+0$: en $O(n)$ rondes et une séquence de longueur $O(n)$;
- ☞ $3+2$: pas besoin de communiquer et une séquence de longueur constante (5);
- ☞ ... mais qu'en est-il de $3+1$?

Possible en $O(n)$ rondes avec une séquence de longueur $O(1)$:

1. Calculer en $O(n)$ rondes une bipartition $U \sqcup V$ de l'arbre;

Résumé

Nous avons vu :

- ☞ $3+0$: en $O(n)$ rondes et une séquence de longueur $O(n)$;
- ☞ $3+2$: pas besoin de communiquer et une séquence de longueur constante (5);
- ☞ ... mais qu'en est-il de $3+1$?

Possible en $O(n)$ rondes avec une séquence de longueur $O(1)$:

1. Calculer en $O(n)$ rondes une bipartition $U \sqcup V$ de l'arbre;
2. Recolorer U avec la couleur supplémentaire;

Résumé

Nous avons vu :

- ☞ $3+0$: en $O(n)$ rondes et une séquence de longueur $O(n)$;
- ☞ $3+2$: pas besoin de communiquer et une séquence de longueur constante (5);
- ☞ ... mais qu'en est-il de $3+1$?

Possible en $O(n)$ rondes avec une séquence de longueur $O(1)$:

1. Calculer en $O(n)$ rondes une bipartition $U \sqcup V$ de l'arbre;
2. Recolorer U avec la couleur supplémentaire;
3. Donner à chaque nœud de V sa couleur finale;

Résumé

Nous avons vu :

- ☞ $3+0$: en $O(n)$ rondes et une séquence de longueur $O(n)$;
- ☞ $3+2$: pas besoin de communiquer et une séquence de longueur constante (5);
- ☞ ... mais qu'en est-il de $3+1$?

Possible en $O(n)$ rondes avec une séquence de longueur $O(1)$:

1. Calculer en $O(n)$ rondes une bipartition $U \sqcup V$ de l'arbre;
2. Recolorer U avec la couleur supplémentaire;
3. Donner à chaque nœud de V sa couleur finale;
4. Donner à chaque nœud de U sa couleur finale.

Résumé

Nous avons vu :

- ☞ $3+0$: en $O(n)$ rondes et une séquence de longueur $O(n)$;
- ☞ $3+2$: pas besoin de communiquer et une séquence de longueur constante (5);
- ☞ ... mais qu'en est-il de $3+1$?

Possible en $O(n)$ rondes avec une séquence de longueur $O(1)$:

1. Calculer en $O(n)$ rondes une bipartition $U \cup V$ de l'arbre;
2. Recolorer U avec la couleur supplémentaire;
3. Donner à chaque nœud de V sa couleur finale;
4. Donner à chaque nœud de U sa couleur finale.

... mais peut-on faire mieux ?

Théorème [Bonamy, O., Rabie, Suomela, Uitto]

Pour tout arbres T à n nœuds et pour toute paire de 3-colorations α, β de T , on peut calculer en $O(\log n)$ rondes comment recolorer T de α à β avec 1 couleur supplémentaire et une séquence de longueur $O(1)$.

Théorème [Bonamy, O., Rabie, Suomela, Uitto]

Pour tout arbres T à n nœuds et pour toute paire de 3-colorations α, β de T , on peut calculer en $O(\log n)$ rondes comment recolorer T de α à β avec 1 couleur supplémentaire et une séquence de longueur $O(1)$.

Lemme clé :

Décomposition de l'arbre

Il existe un algorithme en $O(\log n)$ rondes qui calcule un MIS dans un arbre, tel que chaque composante connexe induite par les nœuds n'appartenant pas au MIS est de taille un ou deux.

Idée de la preuve :

Idée de la preuve :

- ☞ Calculer un étiquetage ℓ des nœuds avec certaines propriétés particulières

Idée de la preuve :

- ☞ Calculer un étiquetage ℓ des nœuds avec certaines propriétés particulières
 - À l'étape i , on considère certains nœuds spécifiques, on les étiquette i et on les supprime de l'arbre

Idée de la preuve :

- ☞ Calculer un étiquetage ℓ des nœuds avec certaines propriétés particulières
 - À l'étape i , on considère certains nœuds spécifiques, on les étiquette i et on les supprime de l'arbre
 - $\max_{v \in T} \ell(v)$ correspond au nombres d'étapes nécessaires pour vider l'arbre

Idée de la preuve :

- ☞ Calculer un étiquetage ℓ des nœuds avec certaines propriétés particulières
 - À l'étape i , on considère certains nœuds spécifiques, on les étiquette i et on les supprime de l'arbre
 - $\max_{v \in T} \ell(v)$ correspond au nombres d'étapes nécessaires pour vider l'arbre
- ☞ On considère les étiquettes en ordre décroissant pour construire le MIS S

Idée de la preuve :

- ☞ Calculer un étiquetage ℓ des nœuds avec certaines propriétés particulières
 - À l'étape i , on considère certains nœuds spécifiques, on les étiquette i et on les supprime de l'arbre
 - $\max_{v \in T} \ell(v)$ correspond au nombres d'étapes nécessaires pour vider l'arbre
- ☞ On considère les étiquettes en ordre décroissant pour construire le MIS S
 - À l'étape i , on garantit que stable partiel est maximal parmi tous les nœuds d'étiquette $\geq i$ (on utilise la 3-coloration)

Idée de la preuve :

- ☞ Calculer un étiquetage ℓ des nœuds avec certaines propriétés particulières
 - À l'étape i , on considère certains nœuds spécifiques, on les étiquette i et on les supprime de l'arbre
 - $\max_{v \in T} \ell(v)$ correspond au nombres d'étapes nécessaires pour vider l'arbre
- ☞ On considère les étiquettes en ordre décroissant pour construire le MIS S
 - À l'étape i , on garantit que stable partiel est maximal parmi tous les nœuds d'étiquette $\geq i$ (on utilise la 3-coloration)
- ☞ Le fait que $T \setminus S$ a des composantes connexes de taille ≤ 2 découle directement des propriétés particulières de ℓ .

L'algorithme de recoloration

L'algorithme de recoloration

- ↳ Calculer le MIS S ;

L'algorithme de recoloration

- ☞ Calculer le MIS S ;
- ☞ recolorer S avec la couleur supplémentaire;

L'algorithme de recoloration

- ☞ Calculer le MIS S ;
- ☞ recolorer S avec la couleur supplémentaire;
- ☞ supprimer S et recolorer chaque composante connexe de α à β (sans la couleur supplémentaire);

L'algorithme de recoloration

- ☞ Calculer le MIS S ;
- ☞ recolorer S avec la couleur supplémentaire;
- ☞ supprimer S et recolorer chaque composante connexe de α à β (sans la couleur supplémentaire);
- ☞ recolorer chaque nœud de S avec sa couleur cible β ;

L'algorithme de recoloration

- ☞ Calculer le MIS S ;
- ☞ recolorer S avec la couleur supplémentaire;
- ☞ supprimer S et recolorer chaque composante connexe de α à β (sans la couleur supplémentaire);
- ☞ recolorer chaque nœud de S avec sa couleur cible β ;
- ☞ Complexité : $O(\log n)$ rondes, séquence de longueur $O(1)$.

L'algorithme de recoloration

- ☞ Calculer le MIS S ;
- ☞ recolorer S avec la couleur supplémentaire;
- ☞ supprimer S et recolorer chaque composante connexe de α à β (sans la couleur supplémentaire);
- ☞ recolorer chaque nœud de S avec sa couleur cible β ;
- ☞ Complexité : $O(\log n)$ rondes, séquence de longueur $O(1)$.

Perspectives

(3+1)-recoloration d'arbres

L'algorithme de recoloration

- ☞ Calculer le MIS S ;
- ☞ recolorer S avec la couleur supplémentaire;
- ☞ supprimer S et recolorer chaque composante connexe de α à β (sans la couleur supplémentaire);
- ☞ recolorer chaque nœud de S avec sa couleur cible β ;
- ☞ Complexité : $O(\log n)$ rondes, séquence de longueur $O(1)$.

Perspectives

- ☞ $O(\log n)$ rondes optimal pour la (3+1)-recoloration ?

(3+1)-recoloration d'arbres

L'algorithme de recoloration

- ☞ Calculer le MIS S ;
- ☞ recolorer S avec la couleur supplémentaire;
- ☞ supprimer S et recolorer chaque composante connexe de α à β (sans la couleur supplémentaire);
- ☞ recolorer chaque nœud de S avec sa couleur cible β ;
- ☞ Complexité : $O(\log n)$ rondes, séquence de longueur $O(1)$.

Perspectives

- ☞ $O(\log n)$ rondes optimal pour la (3+1)-recoloration ?
- ☞ Autres classes de graphes, autres problèmes

L'algorithme de recoloration

- Calculer le MIS S ;
- recolorer S avec la couleur supplémentaire;
- supprimer S et recolorer chaque composante connexe de α à β (sans la couleur supplémentaire);
- recolorer chaque nœud de S avec sa couleur cible β ;
- Complexité : $O(\log n)$ rondes, séquence de longueur $O(1)$.

Perspectives

- $O(\log n)$ rondes optimal pour la (3+1)-recoloration ?
- Autres classes de graphes, autres problèmes

Merci de votre attention !