

## Algorithmes et structures de données avancés : TD 4 (corrigé)

Graphes complets, Graphes orientés pondérés, Algorithme de Dijkstra

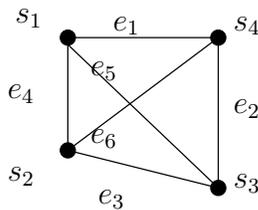
### Exercice 4.1 Graphes complets

**Définition :** Une chaîne Hamiltonienne est une chaîne qui passe exactement une seule fois par chaque sommet du graphe.

Dans un graphe complet avec 3 sommets  $s_1, s_2, s_3$ , les chaînes simples suivantes mènent du sommet  $s_1$  au sommet  $s_3$  :

Chaîne simple de longueur 1 :  $s_1, s_3$  Chaînes simples de longueur 2 :  $s_1, s_2, s_3$

1. Dessiner un graphe complet avec 4 sommets  $s_1, \dots, s_4$ . Donner toutes les chaînes simples qui mènent du sommet  $s_1$  au sommet  $s_4$ .



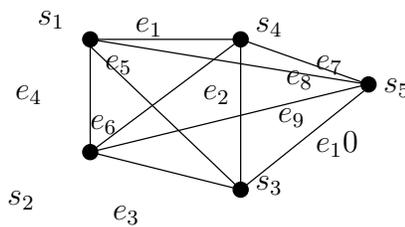
$$[C_1] = s_1, e_1, s_4$$

$$[C_2] = s_1, e_4, s_2, e_6, s_4$$

$$[C_3] = s_1, e_5, s_3, e_2, s_4$$

$$[C_4] = s_1, e_5, s_3, e_3, s_2, e_6, s_4$$

2. Dessiner un graphe complet avec 5 sommets  $s_1, \dots, s_5$ . Donner toutes les chaînes simples qui mènent du sommet  $s_1$  au sommet  $s_5$ .



3. Dans un graphe complet avec  $n$  sommets  $s_1, \dots, s_n$ , combien y-a-t-il de chaînes simples de longueur 1 du sommet  $s_1$  au sommet  $s_n$  (et puis de longueur 2, 3,  $\dots, n - 1$ ). Combien ça fait au total ?

4. Quelle est donc la complexité asymptotique d'un algorithme qui affiche toutes les chaînes simples du sommet  $s_1$  au sommet  $s_n$  ?

### Exercice 4.2 Graphes orientés pondérés

**Définition :** Un graphe orienté pondéré  $G = (V, E, \phi)$  est défini par un ensemble de sommets  $V$ , un ensemble d'arcs  $E$ , ainsi qu'une fonction  $\phi : E \rightarrow \mathbb{Z}$  qui représente les poids associés aux arcs.

Considérer maintenant le graphe orienté pondéré suivant :

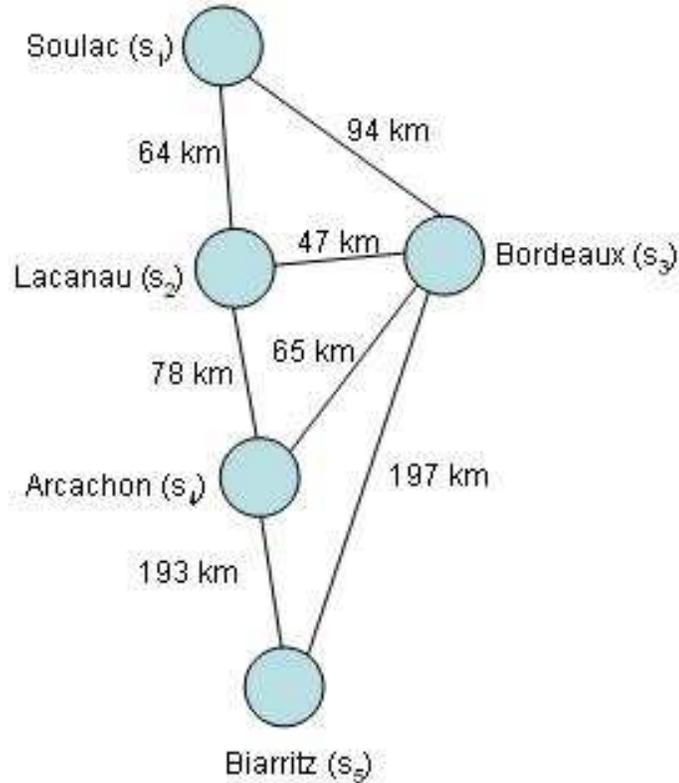


Figure 1: Un graphe orienté pondéré qui représente des distances entre des villes.

1. Donner la fonction  $\phi$  dans une matrice, en mettant des valeurs  $\infty$  pour les arcs qui n'existent pas.

$$\begin{pmatrix} 0 & 64 & 94 & \infty & \infty \\ 64 & 0 & 47 & 78 & \infty \\ 94 & 47 & 0 & 65 & 197 \\ \infty & 78 & 65 & 0 & 193 \\ \infty & \infty & 197 & 193 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Donner la chaîne qui indique le chemin le plus court entre Biarritz et Soulac. Combien de kilomètres fait ce chemin ?

Le chemin le plus court fait 291 km, en passant par Bordeaux.  $[C] = s_5, e_1, s_3, e_2, s_1$