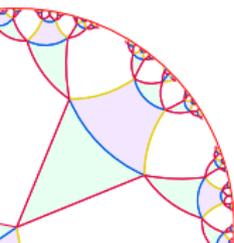


# Étude des graphes planaires cofinis selon leurs groupes de symétries

David RENAULT

Thèse réalisée sous la direction de  
Géraud SÉNIZERGUES et Philippe NARBEL

LaBRI, Université Bordeaux 1



## Domaine de travail :

- Considérer des graphes possédant un **groupe de symétries** non trivial.  
Graphes de Cayley, graphes sommet-transitifs, graphes cofinis ...
- Se restreindre aux graphes planaires, pour leur **structure géométrique**.

## Objectifs :

- Analyser les liens entre symétries du graphe / symétries du plan.
- Exploiter ces liens pour résoudre des problèmes plus généraux.  
Connexité, largeur arborescente, problèmes de logique, théorie combinatoire des groupes ...

## Méthode :

- Capturer la structure géométrique **globale** grâce à des données **locales**.  
Arrangement géométrique des sommets, arêtes et faces du plongement.

## Domaine de travail :

- Considérer des graphes possédant un **groupe de symétries** non trivial.  
Graphes de Cayley, graphes sommet-transitifs, graphes cofinis . . .
- Se restreindre aux graphes planaires, pour leur **structure géométrique**.

## Objectifs :

- Analyser les liens entre symétries du graphe / symétries du plan.
- Exploiter ces liens pour résoudre des problèmes plus généraux.  
Connexité, largeur arborescente, problèmes de logique, théorie combinatoire des groupes . . .

## Méthode :

- Capturer la structure géométrique **globale** grâce à des données **locales**.  
Arrangement géométrique des sommets, arêtes et faces du plongement.

## Domaine de travail :

- Considérer des graphes possédant un **groupe de symétries** non trivial.  
Graphes de Cayley, graphes sommet-transitifs, graphes cofinis . . .
- Se restreindre aux graphes planaires, pour leur **structure géométrique**.

## Objectifs :

- Analyser les liens entre symétries du graphe / symétries du plan.
- Exploiter ces liens pour résoudre des problèmes plus généraux.  
Connexité, largeur arborescente, problèmes de logique, théorie combinatoire des groupes . . .

## Méthode :

- Capturer la structure géométrique **globale** grâce à des données **locales**.  
Arrangement géométrique des sommets, arêtes et faces du plongement.

## Résultats connus :

- Graphes de Cayley
  - Caractérisation des présentations planaires [Wil66, ZVC80, Mon87]
  - Caractérisation des graphes planaires [Mas96, Lev79, Cha95]
  - Caractérisation des graphes généraux de faible degré [Eff00]
- Graphes sommet-transitifs
  - Graphes sommet-transitifs finis [McK79, Roy97]
  - Graphes sommet-transitifs finis pas de Cayley [MP94, MP96]
- Graphes cofinis planaires à 1 bout [Bab97]

⇒ Est-il possible d'extraire de ces résultats une approche générale ?

## Résultats connus :

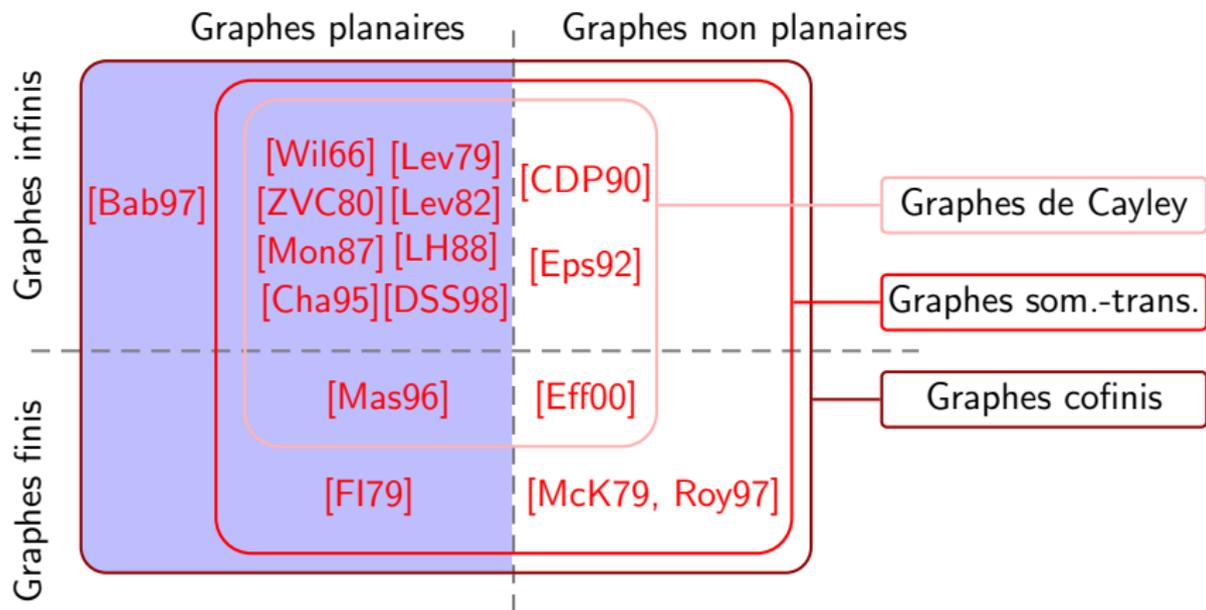
- Graphes de Cayley
  - Caractérisation des présentations planaires [Wil66, ZVC80, Mon87]
  - Caractérisation des graphes planaires [Mas96, Lev79, Cha95]
  - Caractérisation des graphes généraux de faible degré [Eff00]
- Graphes sommet-transitifs
  - Graphes sommet-transitifs finis [McK79, Roy97]
  - Graphes sommet-transitifs finis pas de Cayley [MP94, MP96]
- Graphes cofinis planaires à 1 bout [Bab97]

⇒ Est-il possible d'extraire de ces résultats une approche générale ?

## Résultats connus :

- Graphes de Cayley
  - Caractérisation des présentations planaires [Wil66, ZVC80, Mon87]
  - Caractérisation des graphes planaires [Mas96, Lev79, Cha95]
  - Caractérisation des graphes généraux de faible degré [Eff00]
- Graphes sommet-transitifs
  - Graphes sommet-transitifs finis [McK79, Roy97]
  - Graphes sommet-transitifs finis pas de Cayley [MP94, MP96]
- Graphes cofinis planaires à 1 bout [Bab97]

⇒ Est-il possible d'extraire de ces résultats une approche générale ?

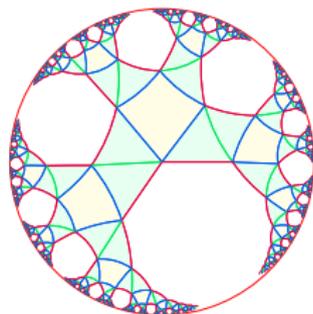
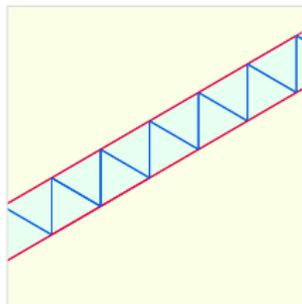
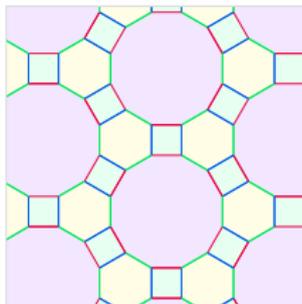


Famille de graphes à étudier :

les graphes planaires cofinis localement finis

Contient des graphes d'une grande diversité :

- Nombre de bouts, largeur arborescente
- Cayley, sommet-transitif, cofini
- Graphes finis, infinis euclidiens ou infinis hyperboliques

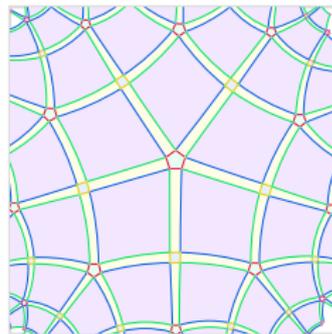
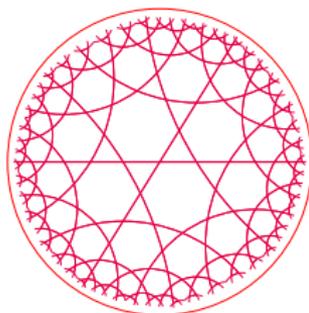
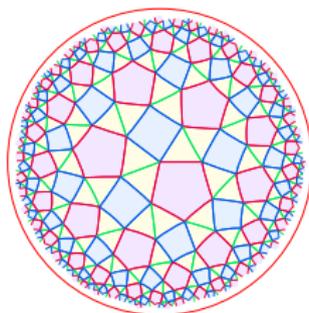


Famille de graphes à étudier :

les graphes planaires cofinis localement finis

Contient des graphes d'une grande diversité :

- Nombre de bouts, largeur arborescente
- Cayley, sommet-transitif, cofini
- Graphes finis, infinis euclidiens ou infinis hyperboliques

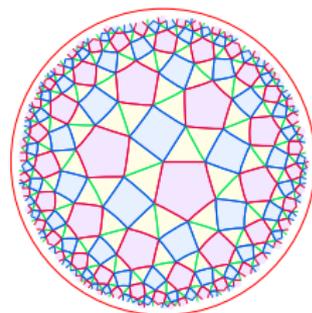
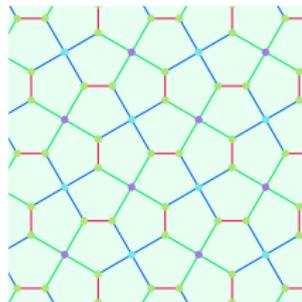
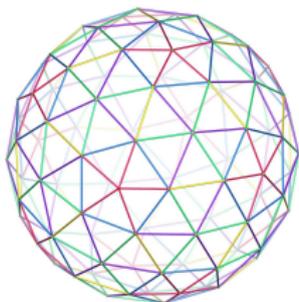


Famille de graphes à étudier :

les graphes planaires cofinis localement finis

Contient des graphes d'une grande diversité :

- Nombre de bouts, largeur arborescente
- Cayley, sommet-transitif, cofini
- Graphes finis, infinis euclidiens ou infinis hyperboliques



# Problèmes étudiés

- Théorie des graphes planaires

caractérisation et énumération des graphes planaires cofinis localement finis

## Domaines d'applications considérés :

- Théorie combinatoire des groupes

problème du mot, problème du mot généralisé, problème du sous-groupe libre . . .

- Problèmes de décidabilité de la logique

quelles formules peut-on décider sur cette famille de graphes ?

- Théorie des manifolds et des orbifolds

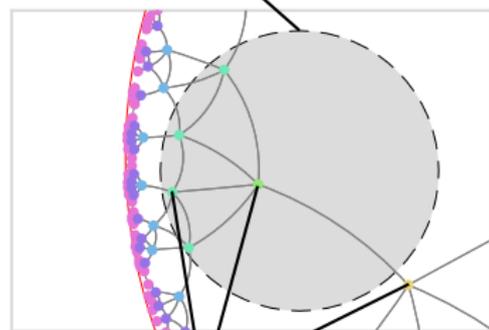
quel rapport y-a t'il entre la structure géométrique des graphes et leur plongement ?

- 1 Graphes planaires localement finis
- 2 Représentation par schémas d'étiquetage
- 3 Applications à des problèmes combinatoires
- 4 Graphes planaires généraux

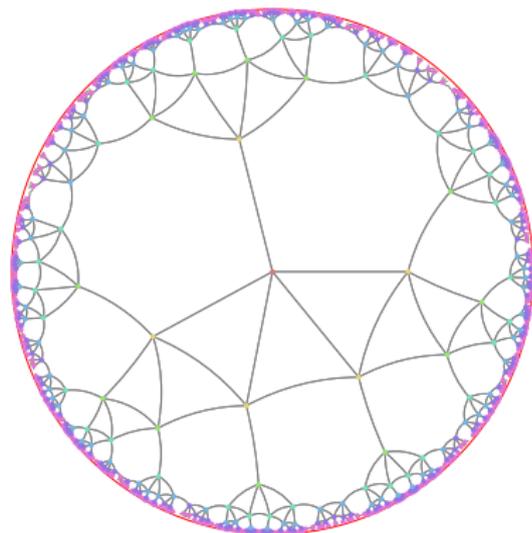
# Graphes planaires localement finis

Un plongement d'un graphe planaire est dit **localement fini** lorsque ses sommets n'ont pas de points d'accumulation dans le plan.

Compact



Sommets



# Symétries et automorphismes

Soit  $\Gamma = (V, E)$  un graphe quelconque.

## Définition : Automorphisme

Un *automorphisme* est une bijection de  $V \cup E$  qui :

- préserve les sommets et les arêtes ;
- préserve la relation d'adjacence entre sommets et arêtes.

⇒ Un automorphisme est une opération agissant sur :

- les sommets et les arêtes du graphe.

# Groupe d'automorphismes

Soit  $\Gamma = (V, E)$  un graphe quelconque.

## Convention d'étiquetage des sommets

Deux sommets ont même couleur si et seulement si il existe un automorphisme envoyant le premier sur le second.

Par définition :

- Graphe **cofini**  $\Leftrightarrow$  Nombre **fini** de couleurs de sommets.
- Graphe **sommet-transitif**  $\Leftrightarrow$  Une **unique** couleur de sommets.
- Graphe **de Cayley**  $\Leftrightarrow$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{Graphe sommet-transitif} \\ + \\ \text{Aucun sommet fixé par automorphisme.} \end{array} \right.$

## Propriété de préservation des faces finies

Soit  $\Gamma$  un graphe planaire cofini localement fini.

### Théorème de préservation des faces finies

[Ren]

Il existe toujours un plongement planaire localement fini de  $\Gamma$  tel que :

- Si  $\Gamma$  est **sommet-transitif**, les faces finies sont envoyées par automorphisme sur des faces finies du plongement.
- Si  $\Gamma$  est **cofini**, on peut modifier  $\Gamma$  sans réduire son groupe d'automorphismes, tel que les faces finies soient envoyées par automorphisme sur des faces finies du plongement.

⇒ Un automorphisme est alors une opération agissant sur :

- les sommets et les arêtes du graphe ;
- les faces finies du plongement.

- 1 Graphes planaires localement finis
- 2 Représentation par schémas d'étiquetage
  - Coloration et invariants
  - Vecteurs d'arêtes et de faces
  - Voisinages d'arêtes
  - Construction des schémas d'étiquetages
  - Automate des bords
- 3 Applications à des problèmes combinatoires
- 4 Graphes planaires généraux

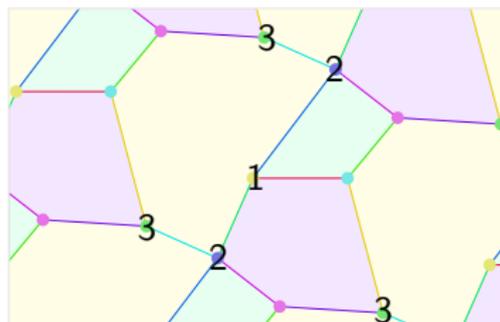
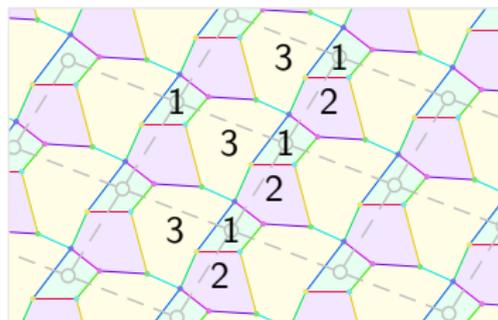
# Coloration du graphe

Soit  $\Gamma$  un graphe planaire cofini localement fini.

Action du groupe d'automorphismes sur :

- les sommets et les arêtes ;
- les faces finies.

$\Rightarrow$  induit une coloration naturelle des ces objets géométriques.



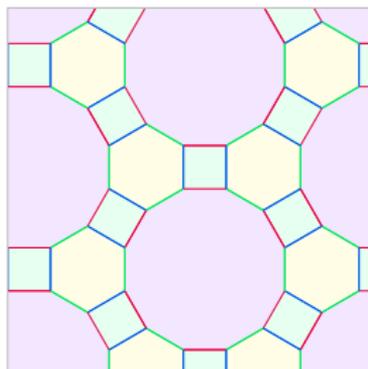
# Un invariant géométrique simple

Soit  $s$  un sommet du graphe  $\Gamma$ .

Un **vecteur de type** en  $s$  est un vecteur donnant la liste des tailles des faces incidentes au sommet  $s$ , dans l'ordre trigonométrique positif.

[4; 6; 12]

Le vecteur de type ne dépend que de la couleur du sommet.



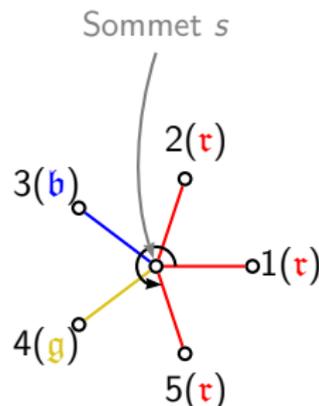
# Vecteurs d'arêtes et vecteurs de faces

Soit  $s$  un sommet du graphe  $\Gamma$ .

Un **vecteur d'arête** en  $s$  est un vecteur donnant la liste des couleurs des arêtes incidentes au sommet  $s$ , dans l'ordre trigonométrique positif.

$$[\mathbf{r}; \mathbf{r}; \mathbf{b}; \mathbf{g}; \mathbf{r}]$$

Le vecteur d'arête ne dépend que de la couleur du sommet.

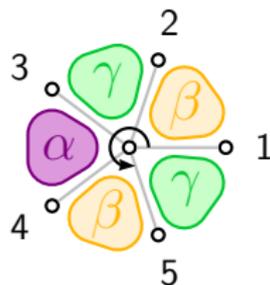


# Vecteurs d'arêtes et vecteurs de faces

Soit  $s$  un sommet du graphe  $\Gamma$ .

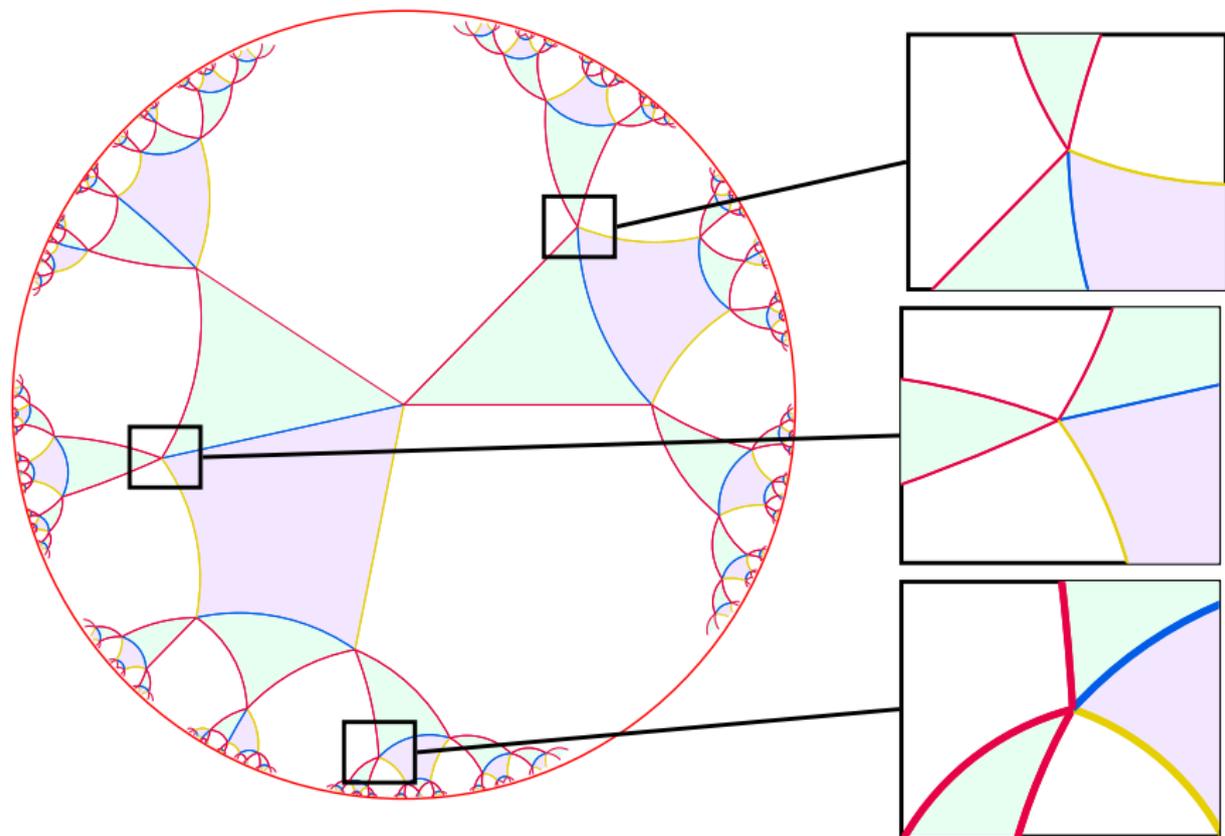
Un **vecteur de face** en  $s$  est un vecteur donnant la liste des couleurs des faces incidentes au sommet  $s$ , dans l'ordre trigonométrique positif.

$$[\beta; \gamma; \alpha; \beta; \gamma]$$



Le vecteur de face ne dépend que de la couleur du sommet.

# Vecteurs d'arêtes et vecteurs de faces



# Voisinages d'arêtes

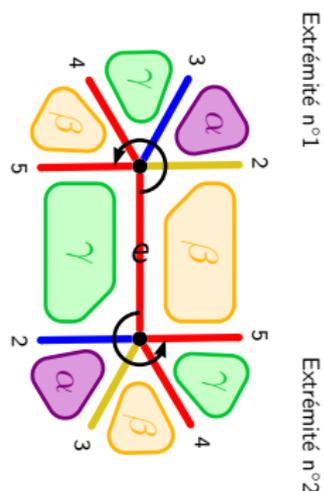
Soit  $e$  une arête du graphe  $\Gamma$ .

Un **voisinage d'arête** de  $e$  est un sous-graphe constitué de l'arête  $e$  et de toutes les arêtes incidentes à une des extrémités de  $e$ .

Extrémité n°1 :  $[\tau, g, b, \tau, \tau]$  ,  $[\beta, \alpha, \gamma, \beta, \gamma]$

Extrémité n°2 :  $[\tau, b, g, \tau, \tau]$  ,  $[\gamma, \alpha, \beta, \gamma, \beta]$

Le voisinage d'arête ne dépend que de la couleur de l'arête centrale.



# Voisinages d'arêtes

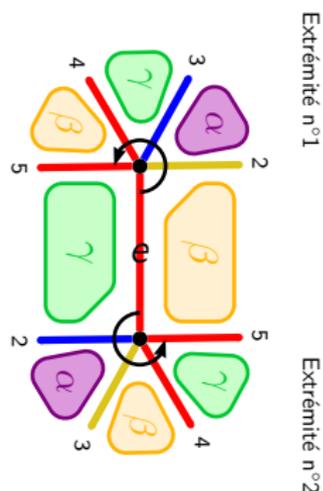
Soit  $e$  une arête du graphe  $\Gamma$ .

Un **voisinage d'arête** de  $e$  est un sous-graphe constitué de l'arête  $e$  et de toutes les arêtes incidentes à une des extrémités de  $e$ .

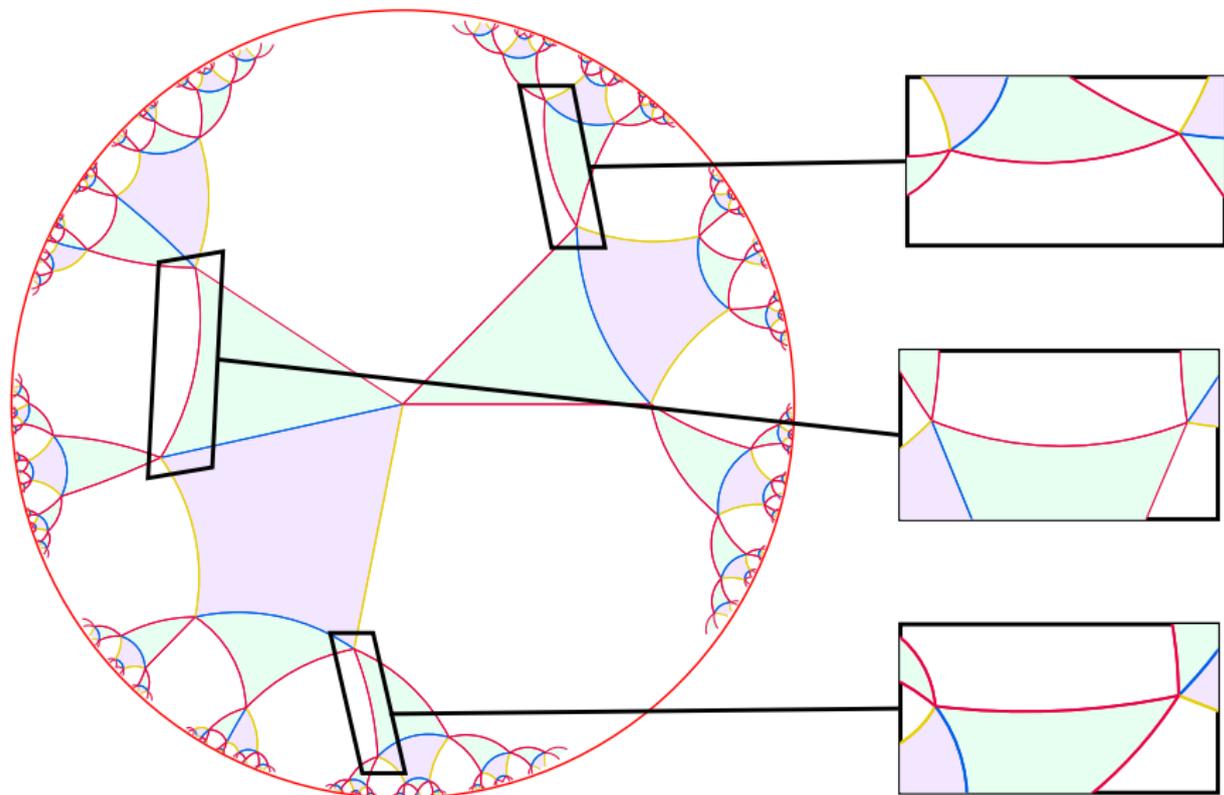
Extrémité n°1 :  $[\tau, g, b, \tau, \tau]$  ,  $[\beta, \alpha, \gamma, \beta, \gamma]$

Extrémité n°2 :  $[\tau, b, g, \tau, \tau]$  ,  $[\gamma, \alpha, \beta, \gamma, \beta]$

Le voisinage d'arête ne dépend que de la couleur de l'arête centrale.



# Voisinnages d'arêtes



# Schémas d'étiquetage

Soit  $\Gamma$  un graphe planaire cofini localement fini.

## Schéma d'étiquetage

Un schéma d'étiquetage de  $\Gamma$  consiste en la donnée de :

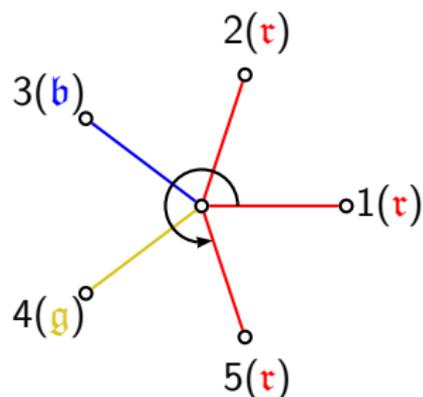
- un vecteur d'arête et de face par couleur de sommet ;
- un voisinage d'arête par couleur d'arête.

... plus quelques conditions de cohérence.

# Exemple de schéma d'étiquetage

Vecteurs d'arêtes/de faces :

Voisinnages d'arêtes :

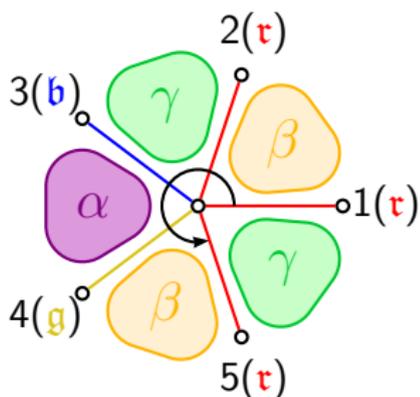


Remarque :  $\Gamma$  est un graphe sommet-transitif  $\Rightarrow$  une seule couleur de sommets

# Exemple de schéma d'étiquetage

Vecteurs d'arêtes/de faces :

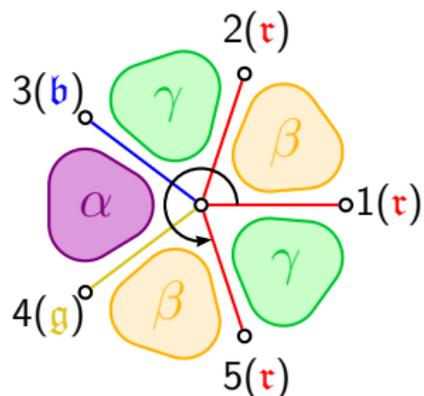
Voisins d'arêtes :



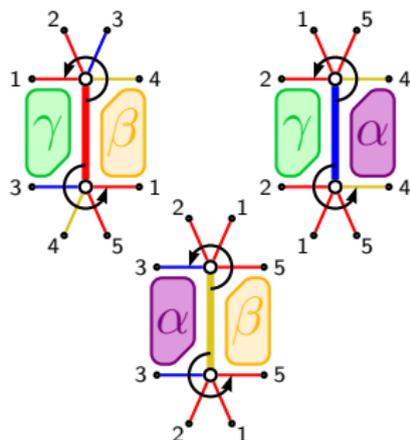
Remarque :  $\Gamma$  est un graphe sommet-transitif  $\Rightarrow$  une seule couleur de sommets

# Exemple de schéma d'étiquetage

Vecteurs d'arêtes/de faces :



Voisins d'arêtes :



Remarque :  $\Gamma$  est un graphe sommet-transitif  $\Rightarrow$  une seule couleur de sommets

# Reconstruire le graphe

Considérons un schéma d'étiquetage de graphe cofini localement fini.

## Lemme de reconstruction des faces

Il est possible de reconstruire les bords des faces du schéma uniquement à l'aide du schéma d'étiquetage.

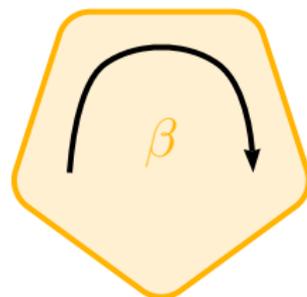
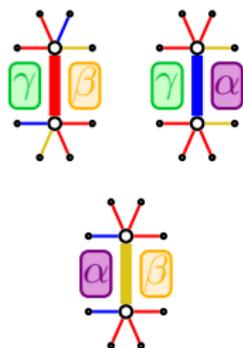
## Automate des bords

Les bords des faces associées au schéma d'étiquetage peuvent être décrits à l'aide d'un automate fini, appelé automate des bords.

## Reconstruire le bord d'une face

Considérons le schéma d'étiquetage de  $\Gamma$ .

Il est alors possible de reconstruire le bord d'une face  $\beta$  :

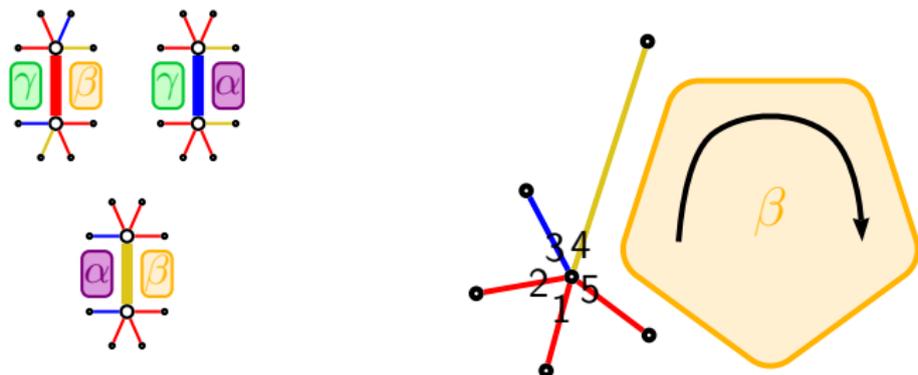


- Deux opérations : "traverser une arête" (*inv*) et "tourner autour" (*next*)
- Rejoint les techniques des cartes et hypercartes [CM92].

# Reconstruire le bord d'une face

Considérons le schéma d'étiquetage de  $\Gamma$ .

Il est alors possible de reconstruire le bord d'une face  $\beta$  :

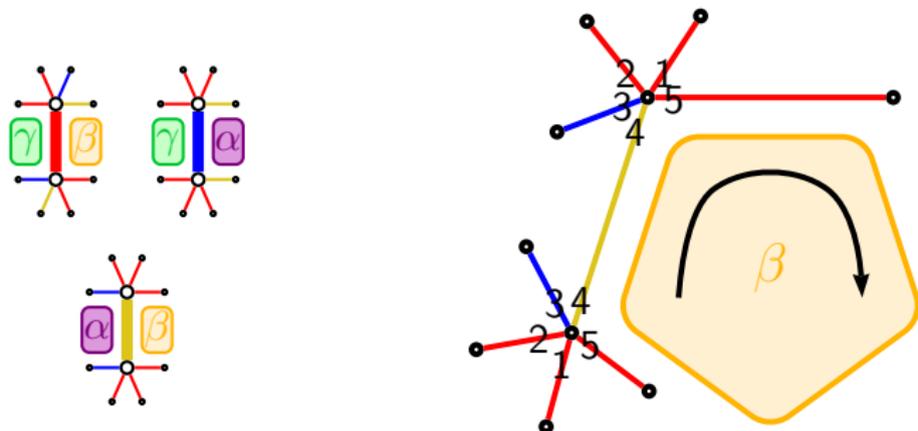


- Deux opérations : "traverser une arête" (*inv*) et "tourner autour" (*next*)
- Rejoint les techniques des cartes et hypercartes [CM92].

# Reconstruire le bord d'une face

Considérons le schéma d'étiquetage de  $\Gamma$ .

Il est alors possible de reconstruire le bord d'une face  $\beta$  :

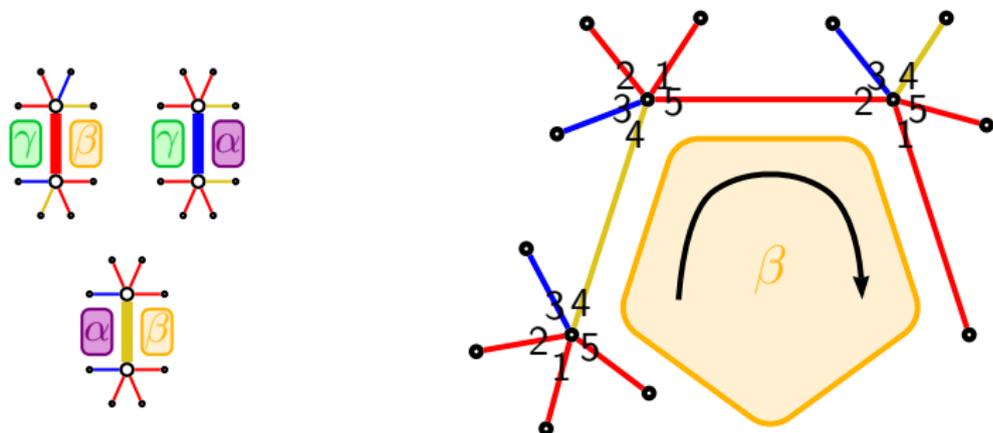


- Deux opérations : "traverser une arête" (*inv*) et "tourner autour" (*next*)
- Rejoint les techniques des cartes et hypercartes [CM92].

# Reconstruire le bord d'une face

Considérons le schéma d'étiquetage de  $\Gamma$ .

Il est alors possible de reconstruire le bord d'une face  $\beta$  :

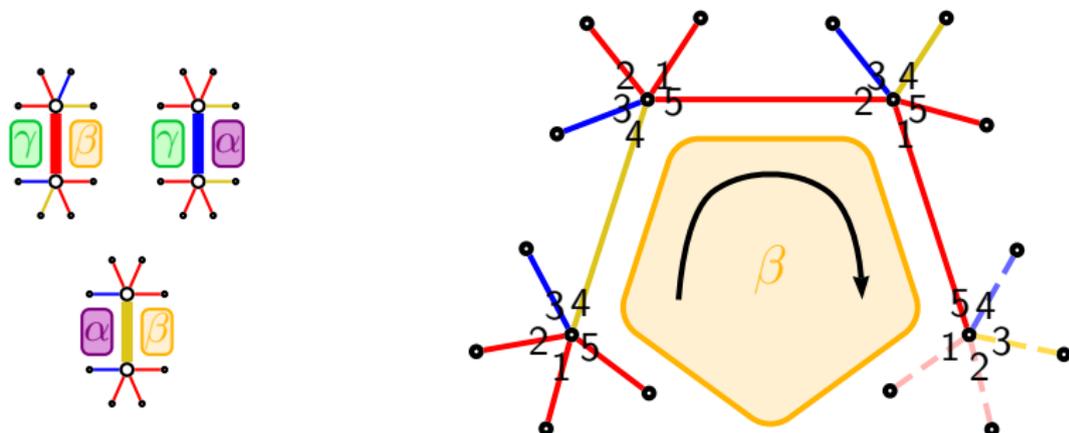


- Deux opérations : “traverser une arête” (*inv*) et “tourner autour” (*next*)
- Rejoint les techniques des cartes et hypercartes [CM92].

# Reconstruire le bord d'une face

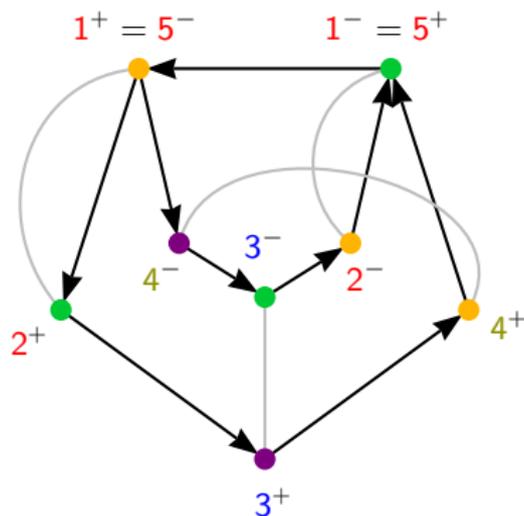
Considérons le schéma d'étiquetage de  $\Gamma$ .

Il est alors possible de reconstruire le bord d'une face  $\beta$  :



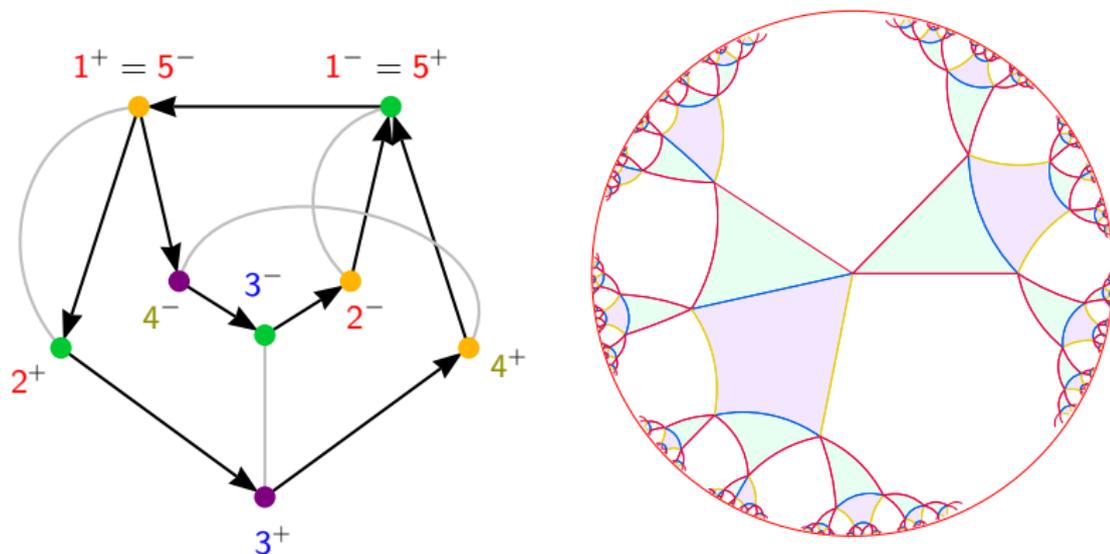
- Deux opérations : “traverser une arête” (*inv*) et “tourner autour” (*next*)
- Rejoint les techniques des cartes et hypercartes [CM92].

# Exemple d'automate des bords



- Le bord d'une face correspond à un ensemble d'états de l'automate.
- Les états sont ainsi partitionné en ensembles appelés **orbites**.

# Exemple d'automate des bords



- Le bord d'une face correspond à un ensemble d'états de l'automate.
- Les états sont ainsi partitionné en ensembles appelés **orbites**.

# Graphes et schémas

## Théorème – Représentation par schémas d'étiquetages

[Ren]

- (i) Étant donné  $\Gamma$  un graphe cofini localement fini, on peut construire son schéma d'étiquetage et son automate des bords.
- (ii) Étant donné un schéma d'étiquetage et des tailles de faces compatibles avec les orbites de l'automate des bords, il existe un graphe  $\Gamma$  possédant ce schéma d'étiquetage et ces tailles de faces.

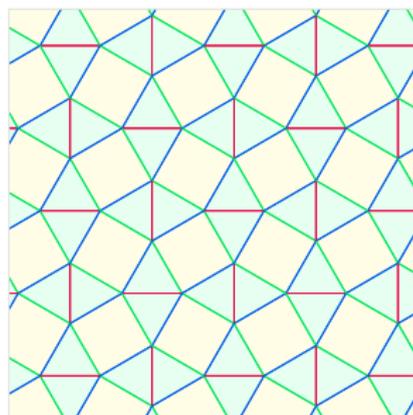
Dans ce cas, il est possible de reconstruire toute boule finie de  $\Gamma$ .

## Énumération des graphes

- (ii') Il est possible d'énumérer les vecteurs de types représentant ces tailles de faces compatibles.

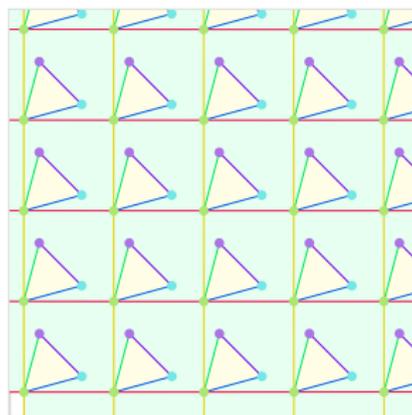
# Plongement du graphe

## Graphes sommet-transitifs



Plongement par polygones réguliers

## Graphes cofinis



Calcul d'un plongement particulier

# Propriétés des plongements

## Cas des graphes de Cayley

Tout graphe de Cayley planaire localement fini correspond à un groupe d'isométries du plan dans lequel il est plongé.

## Cas des graphes cofinis

Si les automorphismes préservent toutes les faces (finies et infinies), il est possible de plonger le graphe de manière à ce que les automorphismes soient des isométries du plan.

- Étend des résultats dû à Babai [Bab75] sur les graphes cofinis à un bout.
- Remarque : le plongement ne se fait pas forcément par géodésiques dans le cas cofini.

- 1 Graphes planaires localement finis
- 2 Représentation par schémas d'étiquetage
- 3 Applications à des problèmes combinatoires**
  - Énumération
  - Problèmes combinatoires
  - Décidabilité de la logique
  - Théorie des surfaces
- 4 Graphes planaires généraux

# Énumération

Soit  $d \geq 2$  représentant le degré d'un graphe sommet-transitif. .

## Énumération – cas sommet-transitif et de Cayley

[Ren]

Il est possible d'énumérer les schémas d'étiquetage des graphes sommet-transitifs (resp. de Cayley) de degré  $d$ , et par conséquent tous les graphes sommet-transitifs (resp. de Cayley) de degré  $d$ .

## Séparation des graphes sommet-transitifs et de Cayley

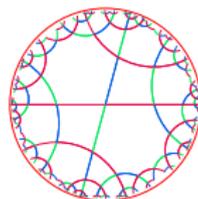
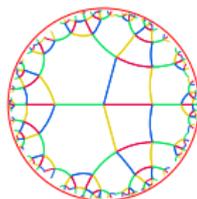
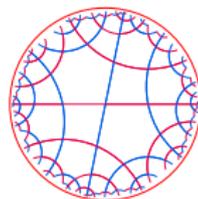
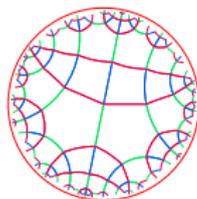
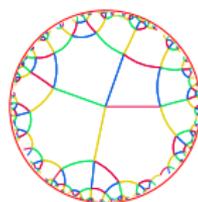
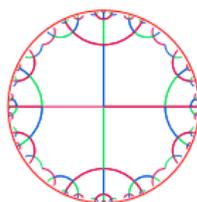
[Ren]

Étant donné un graphe sommet-transitif  $\Gamma$ , il est possible de décider si c'est un graphe de Cayley et, si c'est le cas, les présentations de groupes ayant un graphe de Cayley isométrique à  $\Gamma$ .

# Nombre de schéma d'étiquetages de faible degré

| Degré | Sommet-Transitif | Cayley |
|-------|------------------|--------|
|-------|------------------|--------|

|   |      |      |
|---|------|------|
| 1 | n.s. | n.s. |
| 2 | 2    | 2    |
| 3 | 16   | 8    |
| 4 | 52   | 24   |
| 5 | 174  | 52   |
| 6 | 775  | 185  |



# Énumération

Soit  $d \geq 2$  représentant le degré d'un graphe sommet-transitif et  $n \geq 2$  représentant un nombre de couleurs.

## Énumération – cas cofini

[Ren]

Il est possible d'énumérer les schémas d'étiquetage des graphes cofinis possédant  $n$  couleurs de sommets et de degré maximal  $d$ , et par conséquent tous les graphes cofinis qu'ils représentent.

# Problèmes combinatoires

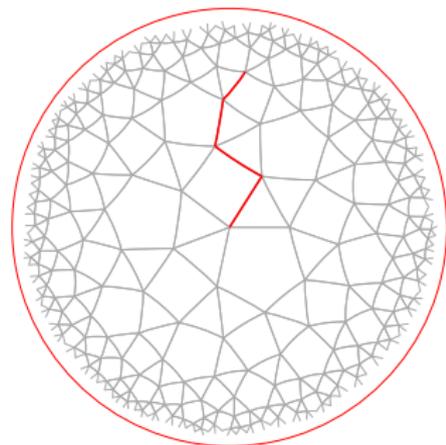
Soit  $\Gamma$  un graphe de Cayley localement fini associé au groupe  $G$ .

## Problème du mot

Résoudre le problème du mot dans  $\Gamma$ , c'est pouvoir décider si un mot  $u = u_1 \dots u_n$  sur les générateurs de  $\Gamma$  vaut l'identité de  $G$  ou non.

## Théorème

Le problème du mot dans  $\Gamma$  est décidable.



# Problèmes combinatoires

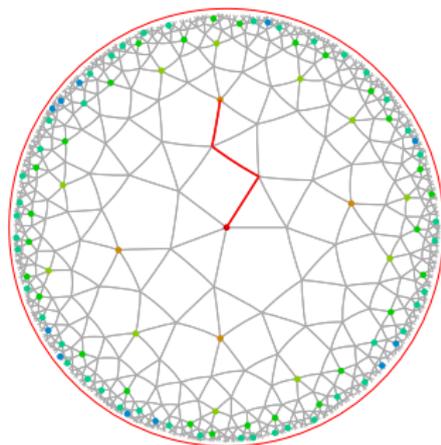
Soit  $\Gamma$  un graphe de Cayley localement fini associé au groupe  $G$ .

## Problème du mot généralisé

Résoudre le problème du mot généralisé dans  $\Gamma$ , c'est pouvoir décider si, étant donné un sous-groupe  $H < G$  et un mot  $u = u_1 \dots u_n$  sur les générateurs de  $\Gamma$ , si ce mot correspond à un élément de  $H$  ou non.

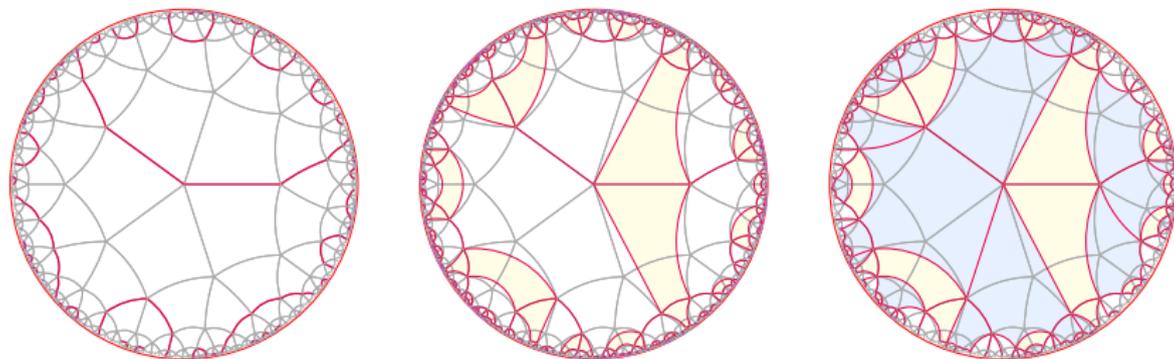
## Théorème

Le problème du mot généralisé dans  $\Gamma$  est décidable.



# Problème du mot généralisé

Méthode géométrique de construction du sous-groupe [Ren] :



- Ajouts successifs d'éléments du sous-groupe pour générer le graphe de Cayley.
- Contrainte : le graphe reste planaire à chaque étape de la construction.

# Décidabilité de la logique

Soit  $\Gamma$  un graphe cofini général.

## Décidabilité I

La logique du premier ordre est décidable sur  $\Gamma$ .

Conséquence d'un résultat de Gaifman [Gai82].

## Décidabilité II

Les deux propriétés suivantes sont équivalentes :

- La logique monadique du second ordre est décidable sur  $\Gamma$ .
- La largeur arborescente de  $\Gamma$  est bornée.

Théorème dû à Lohrey [KL03].

# Décidabilité de la logique

Soit  $\Gamma$  un graphe sommet-transitif localement fini et infini.

## Théorème de connexité

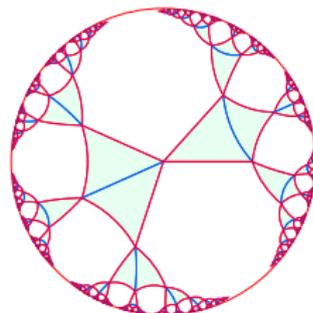
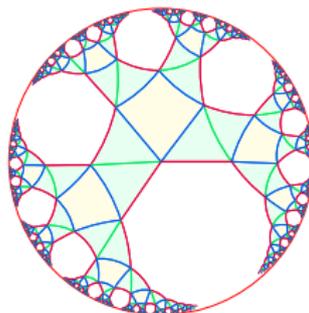
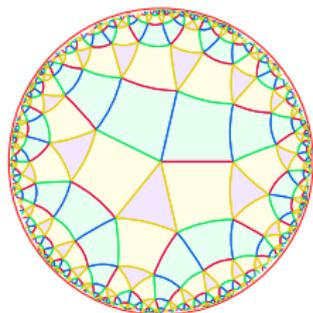
[Ren]

La connexité de  $\Gamma$  dépend directement du nombre  $n$  de faces infinies incidentes à chaque sommet :

- $n = 0 \Leftrightarrow \Gamma$  est 3-connexe
- $n = 1 \Leftrightarrow \Gamma$  est 2-connexe et 2-séparable ;
- $n \geq 2 \Leftrightarrow \Gamma$  est 1-séparable.

$\Leftrightarrow$  Largeur arborescente infinie

} Largeur arborescente finie



# Géométrie du graphe

Soit  $\Gamma$  un graphe sommet-transitif localement fini et infini.

## Lemme de quasi-isométrie

[Ren]

- Si  $\Gamma$  est 3-connexe, il est quasi-isométrique au plan correspondant à son groupe d'automorphismes
- Si  $\Gamma$  est 2-séparable, il est quasi-isométrique à un arbre.

## Recherche d'un sous-groupe libre

Si  $\Gamma$  est 2-séparable, son groupe d'automorphismes est virtuellement libre, et il est possible de calculer un sous-groupe libre d'index fini.

Conséquence de la théorie des graphes de groupes [DD89].

# Application à la théorie des surfaces

Soit  $\Gamma$  un graphe de Cayley localement fini 3-connexe associé au groupe  $G$ .

## Orbifold

Un orbifold est l'espace obtenu en quotientant le plan sous l'action du groupe d'isométries  $G$ .

Problème : un orbifold n'est pas une surface compacte au sens usuel.

## Construction de surfaces compactes

[Sti92]

Il est possible de construire un sous-groupe  $H \triangleleft G$  de manière à ce que le quotient de  $\Gamma$  selon  $H$  représente une surface compacte.

⇒ Offre une méthode de représentation des surfaces compactes à l'aide de schémas d'étiquetages.

⇒ Représentation de graphes de Cayley de groupes non planaires finis sur des surfaces quotient.

- 1 Graphes planaires localement finis
- 2 Représentation par schémas d'étiquetage
- 3 Applications à des problèmes combinatoires
- 4 Graphes planaires généraux**

# Étude du nombre de bouts

Soit  $\Gamma$  un graphe sommet-transitif général.

Nombre de bouts de  $\Gamma$

[Sta68]

Le nombre de bouts de  $\Gamma$  vaut nécessairement 0, 1, 2 ou  $\infty$ .

Lorsque les graphes sont planaires :

Graphes à un bout

Les graphes planaires à 1 bout sont nécessairement localement finis.

Idée de la construction due à Lopez [Lop94].

# Étude des points d'accumulation

## Nombre de singularités essentielles

Le nombre de singularités essentielles d'un graphe planaire  $\Gamma$  est le nombre minimal de points d'accumulation sur tous les plongements planaires possibles du graphe.

## Théorème

Le nombre de singularités essentielles vaut nécessairement 0, 1, 2 ou  $\infty$ .

Mise au point d'une construction due à Levinson [Lev79].

## Structure des singularités

L'ensemble des points d'accumulation du plongement, lorsqu'il est infini, possède la structure d'un ensemble de Cantor.

## Contributions :

- Caractérisation et énumération des graphes cofinis localement finis.
- Applications à des problèmes combinatoires variés.
  - Application de méthodes géométriques à la résolution des problèmes du mot.
  - Lien avec la théorie des surfaces et représentation des orbifolds.
- Analyse de la structure des points d'accumulation dans le cas général.

## Perspectives :

- Structure des sous-groupes d'un groupe planaire localement fini.
- Problèmes concernant les pavages périodiques du plan.
- Possibilités de généralisation aux graphes planaires généraux.
- Structure des graphes cofinis localement finis (connexité, plongement)



László Babai.

Automorphism groups of planar graphs ii.

In *Proc. Conf. Keszthely*, volume 10 of *Colloq. Math. Soc. Janos Bolyai*, pages 29–84, 1975.



László Babai.

The growth rate of vertex-transitive planar graphs.

In *Proc. 8th Ann. Symp. on Discrete Algorithms*, pages 564–573. New Orleans LA, ACM—SIAM, 1997.



M. Coornaert, T. Delzant, and A. Papadopoulos.

*Géométrie et théorie des groupes : les groupes hyperboliques de Gromov.*

Number 1441 in *Lecture Notes in Mathematics*. Springer Verlag, 1990.



T. Chaboud.

*Pavages et graphes de Cayley planaires.*

PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Lyon, Février 1995.



R. Cori and A. Machi.

Maps, hypermaps and their automorphisms : a survey.

*Expositiones Mathematicae*, 10 :403–467, 1992.



W. Dicks and M. J. Dunwoody.

*Groups acting on graphs.*

Cambridge University Press, 1989.



C. Droms, B. Servatius, and H. Servatius.

Connectivity and planarity of Cayley graphs.

*Beiträge zur Algebra and Geometrie*, 39 :269–282, 1998.



S. Effler.

Enumeration, isomorphism and hamiltonicity of Cayley graphs : 2-generated and cubic.

Master's thesis, University of Victoria, 2000.



David B.A. Epstein.

*Word processing in groups.*

Jones and Bartlett, Juin 1992.



H. Fleischner and W. Imrich.

Transitive planar graphs.

*Mathematica Slovaca*, 29(2) :97–105, 1979.



H. Gaifman.

On local and non-local properties.

In J. Stern, editor, *Proceedings of the Herbrand symposium*, Logic Colloquium'81, pages 105–135, 1982.



D. Kuske and M. Lohrey.

Decidable theories of Cayley-graphs.

In *Proceedings of STACS 2003*, LNCS 2607, pages 463–474, 2003.



H. Levinson.

Planar Cayley diagrams : weak point-symmetry.

*Congressus Numerantium*, 24 :679–697, 1979.



H. Levinson.

Planar Cayley diagrams : accumulation points.

*Congressus Numerantium*, 36 :207–215, 1982.



H. Levinson and H. Hevia.

Cylindric embeddings of p.s. and w.p.s. planar Cayley diagrams.

*Congressus Numerantium*, 66 :173–180, 1988.



L.M. Lopez.

Hyperbolic groups with planar Cayley graphs.

Technical Report IGM 94-40, Université de Marne-la-Vallée, 1994.



H. Maschke.

The representation of finite groups, especially of the rotation groups of the regular bodies of three and four-dimensional space, by Cayleys color diagrams.

*American Journal of Mathematics*, 18 :156–194, 1896.



B. D. McKay.

Transitive graphs with fewer than twenty vertices.

*Mathematics of Computation*, 33 :1101–1121 (with microfiche supplement), 1979.



J.M. Montesinos.

*Classical tessellations and three-manifolds.*

Universitext. Springer-Verlag, 1987.



B. D. McKay and C. E. Praeger.

Vertex-transitive graphs which are not Cayley graphs I.

*Journal of the Australian Mathematical Society (Series A)*, 56 :53–63, 1994.



B. D. McKay and C. E. Praeger.

Vertex-transitive graphs that are not Cayley graphs II.

*Journal of Graph Theory*, 22(4) :321–334, 1996.



D. Renault.



G. F. Royle.

Catalogues of combinatorial objects.

"<http://www.cs.uwa.edu.au/~gordon/data.html>", 1997.

(Last access : 7 décembre 2004).



J.R. Stallings.

On torsion-free groups with infinitely many ends.

*Annals of Maths*, 88 :312–334, 1968.



J. Stillwell.

*Geometry of surfaces.*

Universitext. Springer Verlag, 1992.



H.C. Wilkie.

On non-euclidean crystallographic groups.

*Mathematische Zeitschrift*, 91 :87–102, 1966.



H. Zieschang, E. Vogt, and H.D. Coldewey.

*Surfaces and planar discontinuous groups.*

Number 835 in Lecture Notes in Mathematics. Springer, 1980.