

# Intelligence Artificielle & Données

## Machine Learning

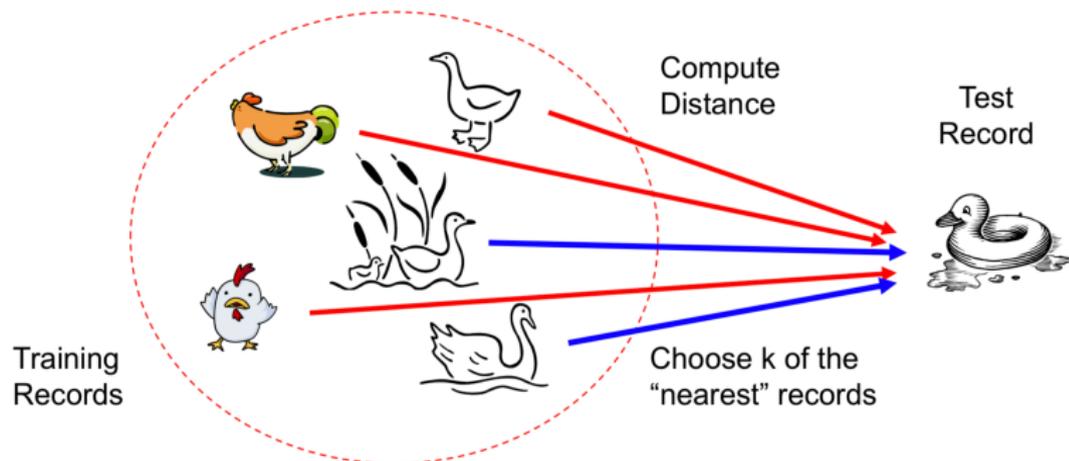
### *k*-nearest neighbours ( $k - nn$ )

Akka Zemmari

LaBRI, Université de Bordeaux

2024 - 2025

## Idées de base



Si ça marche comme un canard, crie comme un canard, c'est que c'est probablement un canard ... <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Schéma de B. S. Panda (IIT Delhi)

## Idées de base

Données d'entraînement

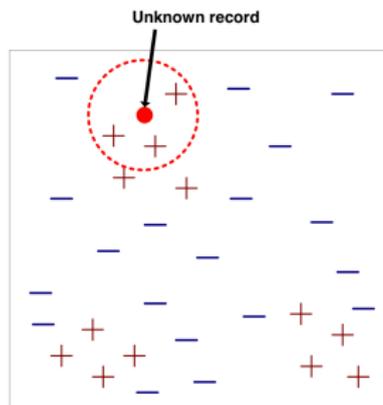
$A_1$	$A_2$	$\dots$	$A_n$	Classe
				A
				B
				B
				C
				A
				C
				B

- Stocker les données d'entraînement.

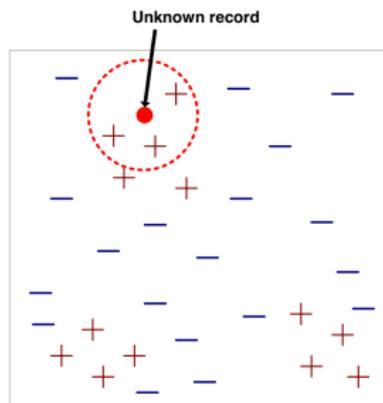
- Utiliser ces données pour prédire la classe de l'ensemble de test.

$A_1$	$A_2$	$\dots$	$A_n$

# Nearest-Neighbor Classifiers

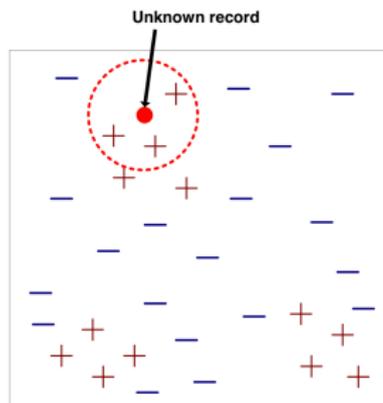


# Nearest-Neighbor Classifiers



On a besoin de trois choses :

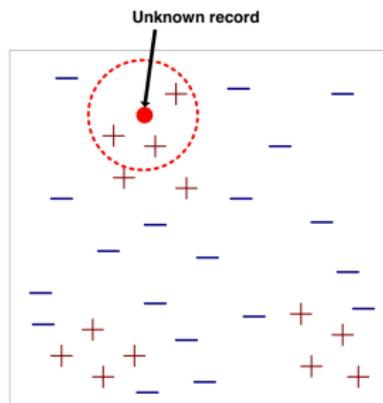
# Nearest-Neighbor Classifiers



On a besoin de trois choses :

- ▶ Un ensemble d'entraînement.

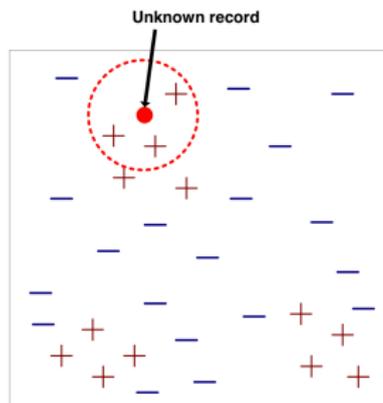
# Nearest-Neighbor Classifiers



On a besoin de trois choses :

- ▶ Un ensemble d'entraînement.
- ▶ Une mesure de distance.

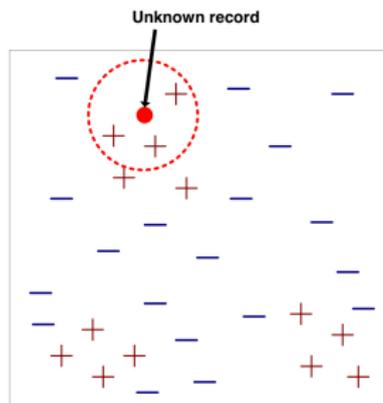
# Nearest-Neighbor Classifiers



On a besoin de trois choses :

- ▶ Un ensemble d'entraînement.
- ▶ Une mesure de distance.
- ▶ La valeur de  $k$ , le nombre de voisins à interroger.

# Nearest-Neighbor Classifiers

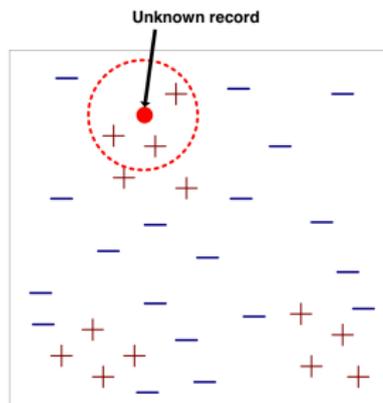


On a besoin de trois choses :

- ▶ Un ensemble d'entraînement.
- ▶ Une mesure de distance.
- ▶ La valeur de  $k$ , le nombre de voisins à interroger.

Pour classifier un nouvel enregistrement :

# Nearest-Neighbor Classifiers



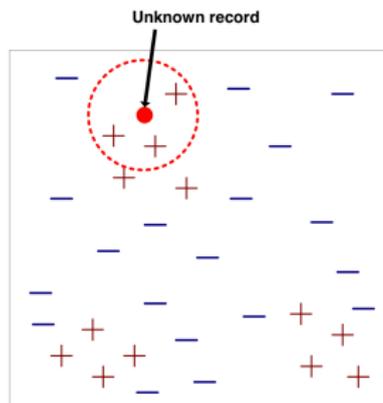
On a besoin de trois choses :

- ▶ Un ensemble d'entraînement.
- ▶ Une mesure de distance.
- ▶ La valeur de  $k$ , le nombre de voisins à interroger.

Pour classifier un nouvel enregistrement :

- ▶ Calculer la distance vers les autres enregistrements (de l'ensemble d'entraînement).

# Nearest-Neighbor Classifiers



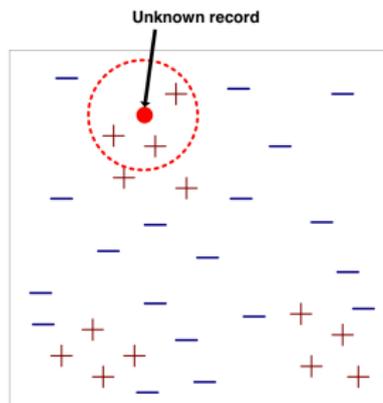
On a besoin de trois choses :

- ▶ Un ensemble d'entraînement.
- ▶ Une mesure de distance.
- ▶ La valeur de  $k$ , le nombre de voisins à interroger.

Pour classifier un nouvel enregistrement :

- ▶ Calculer la distance vers les autres enregistrements (de l'ensemble d'entraînement).
- ▶ Identifier  $k$  plus proches voisins.

# Nearest-Neighbor Classifiers



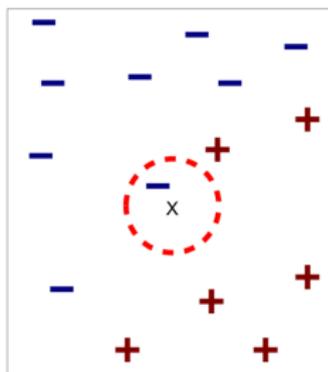
On a besoin de trois choses :

- ▶ Un ensemble d'entraînement.
- ▶ Une mesure de distance.
- ▶ La valeur de  $k$ , le nombre de voisins à interroger.

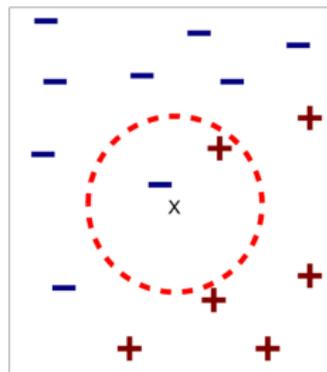
Pour classifier un nouvel enregistrement :

- ▶ Calculer la distance vers les autres enregistrements (de l'ensemble d'entraînement).
- ▶ Identifier  $k$  plus proches voisins.
- ▶ Utiliser la classe des  $k$  voisins les plus proches pour déterminer la classe du nouvel enregistrement (par un vote majoritaire par exemple).

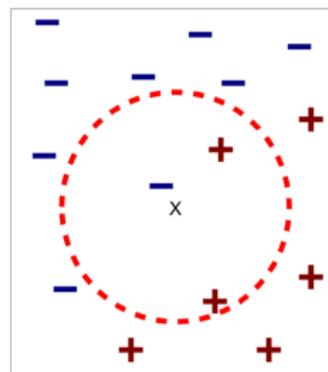
# Nearest-Neighbor ?



(a) 1-nearest neighbor



(b) 2-nearest neighbor



(c) 3-nearest neighbor

## Choix des métriques pour mesurer la distance

- ▶ Une distance  $d(., .)$  doit vérifier les propriétés suivantes:

$$d(i, j) > 0$$

$$d(i, i) = 0$$

$$d(i, j) = d(j, i)$$

$$d(i, j) \leq d(i, k) + d(k, j)$$

## Calcul de distance

On commence par "standardiser" les données (voir le tableau)

Exemple de distances : distance de Minkowski

$$d(i, j) = \sqrt[q]{\sum_{k=1}^m |x_{i,k} - x_{j,k}|^q}, \quad i \text{ et } j \text{ sont deux individus.}$$

Cas particuliers :

- ▶ Distance euclidienne  $q = 2$

$$d(i, j) = \sqrt{\sum_{k=1}^m (x_{i,k} - x_{j,k})^2}$$

- ▶ Distance de Manhattan  $q = 1$

$$d(i, j) = \sqrt{\sum_{k=1}^m |x_{i,k} - x_{j,k}|}$$

## Exemple : distance de Manhattan

	Age	Salaire
Guillaume	50	11 000
Meriem	70	11 100
Youness	60	11 122
Lina	60	11 074

## Exemple : distance de Manhattan

	Age	Salaire
Guillaume	50	11 000
Meriem	70	11 100
Youness	60	11 122
Lina	60	11 074

$$\begin{array}{l} \overline{Age} = 60, S_{Age} = 5 \\ \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} \\ \overline{Sal} = 11074, S_{Sal} = 148 \end{array}$$

## Exemple : distance de Manhattan

	Age	Salaire
Guillaume	50	11 000
Meriem	70	11 100
Youness	60	11 122
Lina	60	11 074

$$\begin{array}{c} \overline{Age} = 60, S_{Age} = 5 \\ \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} \\ \overline{Sal} = 11074, S_{Sal} = 148 \end{array}$$

	Age	Salaire
Guillaume	-2	-0.5
Meriem	2	0.175
Youness	0	0.324
Lina	0	2

## Exemple : distance de Manhattan

	Age	Salaire
Guillaume	50	11 000
Meriem	70	11 100
Youness	60	11 122
Lina	60	11 074

$$\begin{array}{c} \overline{Age} = 60, S_{Age} = 5 \\ \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} \\ \overline{Sal} = 11074, S_{Sal} = 148 \end{array}$$

	Age	Salaire
Guillaume	-2	-0.5
Meriem	2	0.175
Youness	0	0.324
Lina	0	2

$$\left\{ \begin{array}{l} d(G, M) = 120 \\ d(G, Y) = 132 \end{array} \right. \Rightarrow G. \text{ ressemble plus à } M. \text{ qu'à } Y.$$

## Exemple : distance de Manhattan

	Age	Salaire
Guillaume	50	11 000
Meriem	70	11 100
Youness	60	11 122
Lina	60	11 074

$$\begin{array}{c} \overline{Age} = 60, S_{Age} = 5 \\ \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} \\ \overline{Sal} = 11074, S_{Sal} = 148 \end{array}$$

	Age	Salaire
Guillaume	-2	-0.5
Meriem	2	0.175
Youness	0	0.324
Lina	0	2

$$\left\{ \begin{array}{l} d(G, M) = 120 \\ d(G, Y) = 132 \end{array} \right. \Rightarrow \text{G. ressemble plus à M. qu'à Y.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d(G, M) = 4.675 \\ d(G, Y) = 2.324 \end{array} \right. \Rightarrow \text{G. ressemble plus à Y. qu'à M.}$$

## Exemple : distance de Manhattan

	Age	Salaire
Guillaume	50	11 000
Meriem	70	11 100
Youness	60	11 122
Lina	60	11 074

$$\begin{array}{c} \overline{Age} = 60, S_{Age} = 5 \\ \xrightarrow{\hspace{1cm}} \\ \overline{Sal} = 11074, S_{Sal} = 148 \end{array}$$

	Age	Salaire
Guillaume	-2	-0.5
Meriem	2	0.175
Youness	0	0.324
Lina	0	2

$$\begin{cases} d(G, M) = 120 \\ d(G, Y) = 132 \end{cases} \Rightarrow G. \text{ ressemble plus à } M. \text{ qu'à } Y.$$

$$\begin{cases} d(G, M) = 4.675 \\ d(G, Y) = 2.324 \end{cases} \Rightarrow G. \text{ ressemble plus à } Y. \text{ qu'à } M.$$

**Qu'en pensez-vous ?**

## NN Classification

Déterminer la classe à partir de la liste de voisins (pour classifier un exemple  $z$ ) :

## NN Classification

Déterminer la classe à partir de la liste de voisins (pour classifier un exemple  $z$ ) :

- ▶ choisir la classe majoritaire dans le  $k$ -voisinage :

$$y' = \arg \max_v \sum_{(x_i, y_i) \in D_z} I(v = y_i), \quad (1)$$

où  $D_z$  est l'ensemble des  $k$  exemples les plus proches de  $z$ .

## $k$ -NN en une diapo

## $k$ -NN en une diapo

Soit  $k$  le nombre de voisins les plus proches et  $D$  l'ensemble d'entraînement.

## $k$ -NN en une diapo

Soit  $k$  le nombre de voisins les plus proches et  $D$  l'ensemble d'entraînement.

1. pour chaque exemple  $z = (x', ?)$  de l'ensemble de test :

## $k$ -NN en une diapo

Soit  $k$  le nombre de voisins les plus proches et  $D$  l'ensemble d'entraînement.

1. pour chaque exemple  $z = (x', ?)$  de l'ensemble de test :
  - 1.1 Calculer  $d(x, x')$ , la distance de  $z$  et chaque exemple  $(x, y)$  de  $D$ ;

## $k$ -NN en une diapo

Soit  $k$  le nombre de voisins les plus proches et  $D$  l'ensemble d'entraînement.

1. pour chaque exemple  $z = (x', ?)$  de l'ensemble de test :
  - 1.1 Calculer  $d(x, x')$ , la distance de  $z$  et chaque exemple  $(x, y)$  de  $D$ ;
  - 1.2 Choisir  $D_z \subset D$ , l'ensemble des  $k$  exemples les plus proches de  $z$ ;

## $k$ -NN en une diapo

Soit  $k$  le nombre de voisins les plus proches et  $D$  l'ensemble d'entraînement.

1. pour chaque exemple  $z = (x', ?)$  de l'ensemble de test :
  - 1.1 Calculer  $d(x, x')$ , la distance de  $z$  et chaque exemple  $(x, y)$  de  $D$ ;
  - 1.2 Choisir  $D_z \subset D$ , l'ensemble des  $k$  exemples les plus proches de  $z$ ;
  - 1.3  $y' = \arg \max_v \sum_{(x_i, y_i) \in D_z} I(v = y_i)$

## $k$ -NN en une diapo

Soit  $k$  le nombre de voisins les plus proches et  $D$  l'ensemble d'entraînement.

1. pour chaque exemple  $z = (x', ?)$  de l'ensemble de test :
  - 1.1 Calculer  $d(x, x')$ , la distance de  $z$  et chaque exemple  $(x, y)$  de  $D$ ;
  - 1.2 Choisir  $D_z \subset D$ , l'ensemble des  $k$  exemples les plus proches de  $z$ ;
  - 1.3  $y' = \arg \max_v \sum_{(x_i, y_i) \in D_z} I(v = y_i)$
2. Fin pour

# NN Classification

Choix de la valeur de  $k$  :

## NN Classification

Choix de la valeur de  $k$  :

- ▶ Si  $k$  est trop petit, la classification sera trop sensible au "bruit".

## NN Classification

Choix de la valeur de  $k$  :

- ▶ Si  $k$  est trop petit, la classification sera trop sensible au "bruit".
- ▶ Si  $k$  est trop grand, le voisinage peut contenir des éléments d'autres classes.

# NN Classification

Quelques précautions à prendre :

## NN Classification

Quelques précautions à prendre :

- ▶ Les attributs doivent être normalisés pour éviter que les distances soient faussées par des attributs à grande valeur.

## NN Classification

Quelques précautions à prendre :

- ▶ Les attributs doivent être normalisés pour éviter que les distances soient faussées par des attributs à grande valeur.
- ▶ Exemple : Taille ( $H$ ), Poids ( $W$ ) et revenu ( $I$ ) d'une personne avec :
  - ▶  $H \in [1.5m, 1.8m]$
  - ▶  $W \in [60kg, 100kg]$
  - ▶  $I \in [15k, 60k]$ .

# NN Classification

Quelques précautions à prendre :

## NN Classification

Quelques précautions à prendre :

Attention à la distance euclidienne ...

## NN Classification

Quelques précautions à prendre :

Attention à la distance euclidienne ...

- ▶ Vecteurs de features à grande dimension  
→ presque tous les vecteurs sont à la même distance de l'exemple qu'on veut classifier.

## NN Classification

Quelques précautions à prendre :

Attention à la distance euclidienne ...

- ▶ Vecteurs de features à grande dimension  
→ presque tous les vecteurs sont à la même distance de l'exemple qu'on veut classifier.
- ▶ Solution : réduire la dimension des vecteurs (ACP par exemple)

# Démo

Voyons comment ça marche en pratique