

# Probabilités et Statistiques pour l'Informatique

**Akka ZEMMARI**  
**LaBRI - Université de Bordeaux**

`zemmari@u-bordeaux.fr`

# Rappels de mathématique

# Quelques fonctions classiques

— Polynômes :

$$P(x) = \sum_{i=0}^d a_i x^i = a_0 + a_1 x + \dots + a_d x^d$$

— Exponentielles :

$$\forall x \in \mathbb{R}, e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

— Logarithmes :  $\ln$  est la fonction inverse de la fonction exponentielle,  $\log_2$  est le log binaire. De manière générale, si  $b > 0$ ,  $\log_b$  est le logarithme base  $b$  :  $\log_b(x) = \frac{\ln(x)}{\ln b}$

# Séries

— Série arithmétique :

$$S_n = \sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$$

— Série géométrique : pour  $x \neq 1$ ,

$$\sum_{k=1}^n x^k = 1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$$

# Dénombrements

$A$  et  $B$  deux ensembles dénombrables.

— Règle de la somme :

— Si  $A$  et  $B$  sont disjoints :

$$|A \cup B| = |A| + |B|$$

— sinon :

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

— Question : et pour  $n$  ensembles ?

— Règle du produit :

$$|A \times B| = |A| \cdot |B|$$

# Dénombrements

Permutations :

- Une permutation d'un ensemble fini  $E$  est une séquence ordonnée de tous les éléments de  $E$ , chaque élément apparaissant exactement une fois.
- Une  $k$ -permutation d'un ensemble fini  $E$  est une séquence ordonnée de  $k$  les éléments de  $E$ , chaque élément apparaissant exactement une fois.
- Si  $|E| = n$ , alors :
  - le nombre de permutations de  $E$  est  $n!$ ,
  - le nombre de  $k$ -permutations de  $E$  est  $\frac{n!}{(n-k)!}$ .

# Dénombrements

Combinaisons :

- Une  $k$ -combinaison d'un ensemble fini  $E$  de  $n$  éléments est un sous-ensemble de  $E$ , composé de  $k$  éléments.
- Le nombre de  $k$ -combinaisons d'un ensemble fini  $E$  de  $n$  éléments est :

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

- Question : Pourquoi ?
- Binôme de Newton :

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}.$$

- Calculer  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$ .