

Informatique Théorique 1 : Corrigé

18 décembre 2007, 11h00—12h30 ; durée 1h30 ; sans documents
Responsable : Alexandre Zvonkine

I. Ordres

Exercice 1.

1. Lexicographique :

$$P = 5x^3 + 7x^2z^2 + 4xy^2z + 2xyz^2 + 4z^2 ;$$

$$Q = -3x^5yz^4 + 2x^2y^8 - xy^4 + xyz^3 .$$

2. Lexicographique gradué :

$$P = 7x^2z^2 + 4xy^2z + 2xyz^2 + 5x^3 + 4z^2 ;$$

$$Q = -3x^5yz^4 + 2x^2y^8 - xy^4 + xyz^3 .$$

3. Lexicographique gradué “renversé” :

$$P = 4xy^2z + 7x^2z^2 + 2xyz^2 + 5x^3 + 4z^2 ;$$

$$Q = 2x^2y^8 - 3x^5yz^4 - xy^4 + xyz^3 .$$

Exercice 2. Tous les trois ordres sont totaux et bien fondés.

II. Langages et automates

Exercice 3. Voir la figure sur la page suivante.

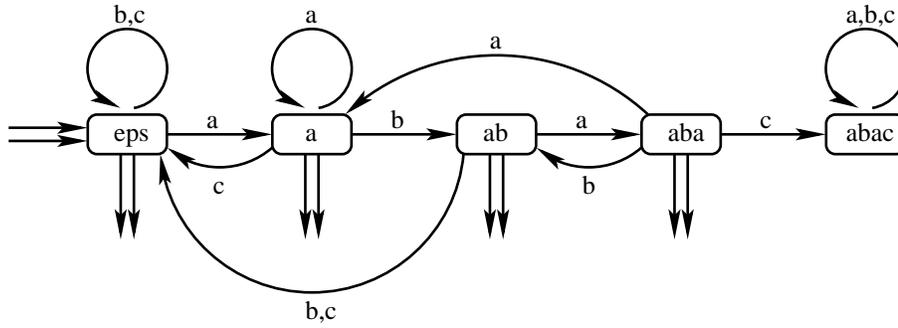


FIG. 1 – Automate de l'exercice 3

Exercice 4.

1. $L_1 = \{ab\}$, $L_2 = \{a^2b^2\}$, $L_3 = \{a^3b^3\}$, et ainsi de suite. Alors chaque langage L_i est rationnel car il contient un seul mot, mais leur union $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ n'est pas rationnel.
2. $M_i = \overline{L_i}$, le complément de L_i . Alors $M = \overline{L}$, le complément de L . (Si le complément de L était rationnel, L le serait aussi.)

III. Logique

Exercice 5. Vérification standard des tables de vérité.

Exercice 6.

$$\neg x = x + 1, \quad x \wedge y = xy, \quad x \vee y = x + y + xy, \quad x \rightarrow y = x + 1 + xy.$$